УДК 519.87:519.24:004.94

В.І. КУНЧЕНКО-ХАРЧЕНКО, А.С. ГАВРИШ
Черкаський державний технологічний університет

МОДЕЛІ І МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ СТОХАСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ІНТЕГРОВАНІЙ СИСТЕМІ

Для підвищення точності побудови прогнозів процесів в інтегрованих системах проведено моделювання інтерполяції із застосуванням двох альтернативних математичних апаратів. Встановлено, що збільшення ступеню поліному під час застосування методу Кунченка Ю.П. дає зменшення норми похибки до 3,5 разу (десятого ступеню поліному порівняно з дев'ятим) та теоретично дає можливість в разі збільшення ступеню поліному породжувальної функції знизити норму похибок. А статистична оцінка середньоквадратичної похибки стає меншою, ніж при бікубічній інтерполяції, за умови точного отримання апроксимуючої функції.

Ключові слова: метод Ю.П. Кунченка, інтерполяція, бікубічна інтерполяція, інтегрована система, породжувальна функція, поліном.

V.I. KUNCHENKO-KHARCHENKO, A.S. GAVRISH
Cherkassy State Technological University

THE MODELS AND METHODS OF FORECASTING THE STOCHASTIC PROCESSES IN THE INTEGRATED SYSTEM

For the increasing accuracy of building the forecasting of the processes in the integrated systems was acted the modelling of interpolation with the applying of two alternated mathematical instruments. Was determinated that the increasing of the degree of the polynomial in the case of Kunchenko's Ju.P. method applying gives decreasing of error rate up to 3,5 times (10th degree of polynomial comparatively with the 9th ones). Theoretically it will give the possibility to increase the error rate in case of increasing the degree of genitive polynomial's function. And the static rate of mean-square error become less then in bi-cubical interpolation (if the approximated function was given exactly)

Key words: method Ju.P. Kunchenko, interpolation, bi-cubical interpolation, integrated system, genitive function, polynomial.

Вступ. Дослідження динаміки розвитку інтегрованих систем і виявлення основної тенденції їх розвитку в минулому, дають основу для визначення їх майбутніх розмірів. Велику роль в плануванні відіграє екстраполяція, яка дає можливість прогнозувати різні явища. Прогнозування в свою чергу є важливим етапом планової роботи.

Зв'язок між інтерполяцією і екстраполяцією очевидний. Так, якщо інтерполяція дає змогу приблизно відобразити ті закономірності, які склалися протягом певного періоду часу (часового ряду), то екстраполяція – це спосіб продовження кількісних характеристик сукупностей за межі якогось терміну. Виявлення функціональних залежностей значень часового ряду дає змогу надалі провести ефективну екстраполяцію (прогнозування).

Аналіз джерел за тематикою. Численні дослідженні, пов'язані з різними моделями прогнозів проводилися різними науковцями, зокрема Ю.П. Зайченко, О.С.Войтенко, Nafas Aghaie agh Ghamish Ovi, [1], Гасанов А.С. [2], Rob J. Hindman в своїй монографії [3], що узагальнює основні методи прогнозування, інтерполяцій та екстраполяцій та проводить порівняння інструментальних засобів прогнозування, та багато інших вітчизняних та закордонних дослідників та науковців. Цікавим підходом щодо виявлення тенденції розвитку інтегрованих систем може виявитися застосування математичного апарату, запропонованого професором Кунченком Ю.П., в роботах [4, 5].

За допомогою способу екстраполяції, на базі запропонованого ним математичного апарату, можуть бути зроблені висновки, одержані внаслідок вивчення однієї частини сукупності та поширені на його іншу аналогічну частину. Дані ідеї розвинені в публікаціях [6, 7].

Актуальність полягає в необхідності підвищення точності побудови аналітичних прогнозів часових рядів для інформаційних процесів, що протікають в інтегрованих системах.

Постановка задачі. В результаті аналізу отриманих з ресурсу Google Analytics даних відвідування web - ресурсу, виникла задача візуалізації графіку функції на 2-вимірній карті та відновлення проміжних показників (інтерполяція) з можливістю подальшої екстраполяції даних (прогнозування). Значення аргументів по вісі X та функції по вісі Y відомі з означеного ресурсу і являють собою статистичну вибірку (часовий ряд). Шкала абсцис – лінійна. Таким чином, маємо задачу, вхідні дані для якої наведені в таблиці 1.

Колонка «місяць» - це аргумент, колонки «унікальні відвідувачі», «кількість візитів сумарна», «різниця» - це значення функції.

Розв'язок задачі полягає у відновленні проміжних значень функції (3 функції) на всьому відрізку її аргументів за декількома методами, в тому числі за методом Кунченка, описаним в працях [4, 5].

Окремо сформулюємо аналітичний вираз (функціональну залежність) для функції відновлених точок. Для цього використаємо апарат комп'ютерних обчислювальних методів MathCAD, MatLab.

Загальна задача інтерполяції. В загальному вигляді постановка задачі інтерполяції виглядає таким чином: нехай функція $f(x)$ задана таблицею своїх значень x_i, y_i на інтервалі $[a,b]$:

$$y_i = f(x_i), i = 0,1,...,n \, , a \le x_i \le b \, . \qquad (1)$$

Таблиця 1

Вхідні дані для функції інтерполяції

Місяць	Унікальні відвідувачі	Кількість візитів сумарна	Різниця
Січень 2010	49260	64900	15640
Лютий 2010	102609	150857	48248
Березень 2010	120732	181087	60355
Квітень 2010	148756	226615	77859
Травень 2010	175433	264182	88749
Червень 2010	202611	309055	106444
Липень 2010	196101	291979	95878
Серпень 2010	146925	215512	68587
Вересень 2010	110517	161719	51202
Жовтень 2010	110487	161767	51280
Листопад 2010	134764	198883	64119
Грудень 2010	133989	195775	61786

Загальна задача інтерполяції полягає в знаходженні функції $F(x)$, що приймає в точках x_i ті самі значення y_i. Умова інтерполяції виглядає, як $F(x_i)=y_i$.

При цьому передбачається, що серед значень x_i однакових немає. Точки x_i є вузлами інтерполяції.

Якщо $F(x)$ є шуканою тільки на відрізку $[a,b]$, то це є задачею інтерполяції, а якщо за межами початкового відрізку, то це задача екстраполяції.

Виклад основного матеріалу. В зв’язку з тим, що основною вимогою для інтерполяційної функції є отримання мінімальної кількості артефактів інтерполяції, вибір здійснювався з поміж таких інтерполяційних методів [8], як: 1) локальна глобальна інтерполяція; 2) кусочно-лінійна інтерполяція; 3) кусочно-квадратична інтерполяція; 4) багаточлен Лагранжа; 5) бікубічна інтерполяція.

Бікубічна інтерполяція, яка часто використовується в різних галузях прикладних перетворень, має деякі переваги перед іншими інтерполяційними методами.

Алгоритм отримання бікубічної інтерполяції давно відомий. Кубічна сплайн-інтерполяція дозволяє провести криву через набір точок таким чином, що перші і другі похідні кривої безперервні в кожній точці. Ця крива утворюється шляхом створення ряду кубічних поліномів, що проходять через набори з трьох суміжних точок. Кубічні поліноми потім стикуються один з одним, щоб утворити одну криву. Приклад подібного поліному наведений нижче: $ax^3+bx^2+cx+d=0$, при $a\neq 0$.

Бікубічна інтерполяція значно випереджає інші види інтепорполяцій за глибиною перетворень. Так, наприклад, така інтерполяція розглядає масив з 4x4 навколишніх пікселів (всього 16), як такі, що знаходяться на різних відстанях від деякого невідомого пікселя, тому, оскільки вони знаходяться на різних відстанях, то найближчі пікселі зображення при інтерполяційному розрахунку отримують більшу вагу.

Внаслідок бікубічної інтерполяції зазвичай отримують більш різкі зображення, ніж з використанням, наприклад, білінійної. Такий вид інтерполяції зарекомендував себе, як оптимальний по співвідношенню часу обробки і якості на виході [9, 10]. В зв’язку з цим вона стала стандартною для багатьох програм обробки зображень (Adobe Phoshop, GIMP), драйвером принтерів і вбудованою інтерполяцією камер [11, 12].

При реалізації інтерполяцій в програмних засобах комп’ютерних чисельних методів використовують сплайн-функції. MathCAD поставляється з трьома сплайн - функціями: 1) $cspline(vx,vy)$; 2) $pspline(vx,vy)$; 3) $lspline(vx,vy)$.

Дані функції повертають вектор коефіцієнтів других похідних, які далі позначимо, як vs. Аргументи vx, vy повинні бути дійсними векторами однакової довжини. Значення вектора vx повинні бути розташовані і порядку зростання. Дані три функції відрізняються граничними умовами.

Функція *cspline* генерує криву сплайна, яка може бути кубічним поліномом в граничних точках. Вектор *vs* обчислюється на основі векторів даних vx та vy в одній з функцій pspline, lspline або cspline.

При обчисленні вектора бікубічної інтерполяції використаємо функцію $vs:=cspline(vx,vy)$. Вектор vs містить другі похідні інтерполяційної кривої в розглянутих точках.

Результати чисельного моделювання даних, наведених в таблиці 1, отримуємо графік (рис. 1).

Для того, щоб знайти значення у проміжній точці діапазону аргументів (від 1 до 12), останнім аргументом слід вказати для якої точки (аргументу X) потрібно знайти значення функції інтерполювання, наприклад (значення аргументу дорівнює 2,2, а значення функції – 125400), тобто $\operatorname{int}erp(d2f\_1,x,v1,2.2)=1.254\times 10^5$.

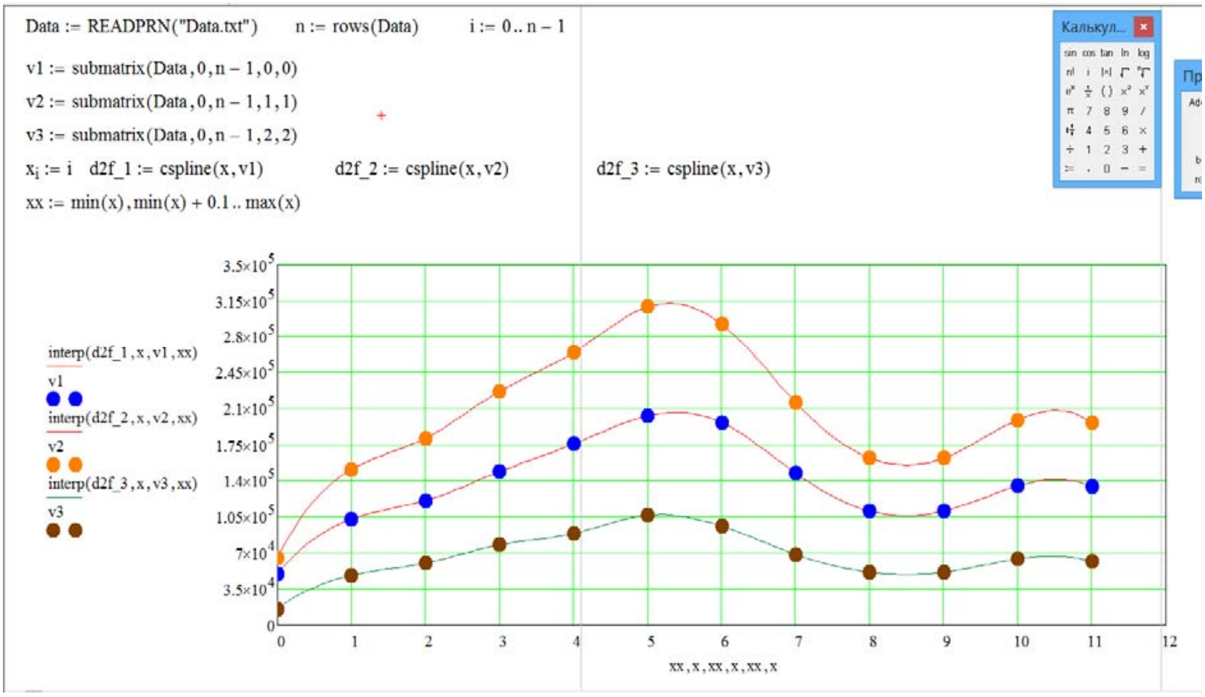

Рис. 1. Результати чисельного моделювання даних з ресурсу Google Analytics

Далі здійснимо порівняння біквадратичної інтерполяції та інтерполяції за методом професора Кунченка, скориставшись наявним математичним апаратом, описаним в [4, 5]. Задача формалізується таким чином, щоб її рішення було закодовано у вигляді локальних інформаційних потоків, що залежить від характеристики породжуючої функції простору Ku. В зв'язку з тим, що існують значення функцій та аргументів, множина генотипів початкової популяції інформаційних потоків відома. Дана множина оцінюються з використанням «функції пристосованості», в результаті чого з кожним генотипом асоціюється деяке визначене значення («пристосованість»), яке визначає факт сукупності характеристик, властивий інформаційній гіпотезі та факт успішності розв'язку поставленої задачі.

При виборі «функції пристосованості» (fitness function) важливо знати, щоб її рельєф був гладкий [4, 5]. Таким чином можливо визначити вираз для визначення поліномів наближення до основної функції за Кунченком. Породжувальна функція має вид $\varphi_1(x) = nx^S$, ступень полінома $s = \overline{1,9}$.

Поліноміальна апроксимація при степені поліному 9 порівняно зі сплайн-апроксимацією виглядає так (рис. 2). Рівняння апроксимуючої функції 9 ступеню, складене за методом, наведеним в [4, 5], показано на рис.3.

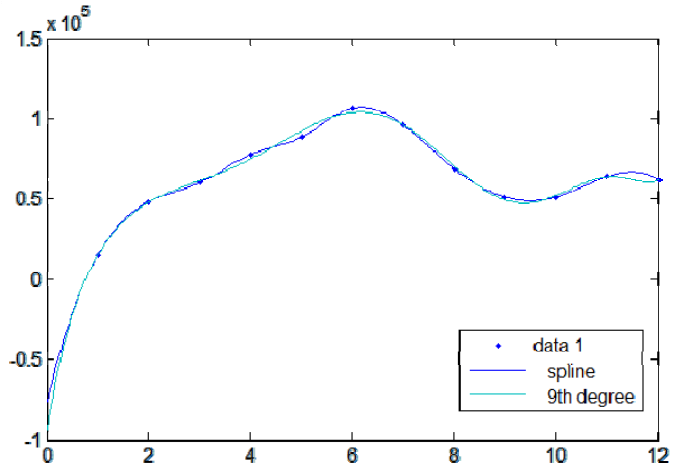

Рис. 2. Поліноміальна апроксимація при степені поліному 9 порівняно зі сплайн-апроксимацією

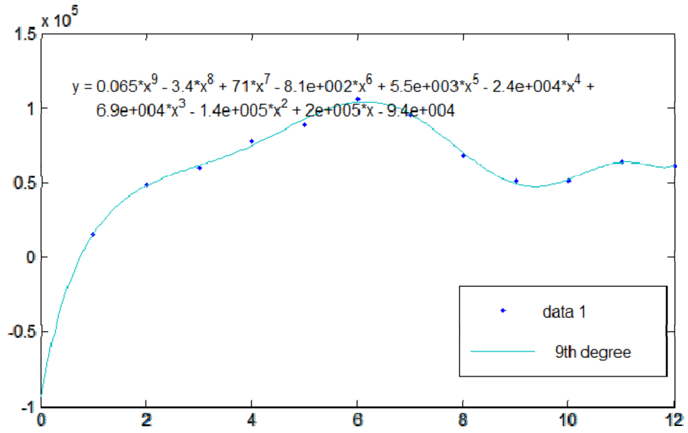

Рис. 3. Розв'язок апроксимуючої функції 9 ступеню

Порівняння норми похибки для розв'язків сплайнової інтерполяції (бікубічна) та полінімінальна за методом Кунченка для 9 ступеню поліному показано нижче (рис. 4).

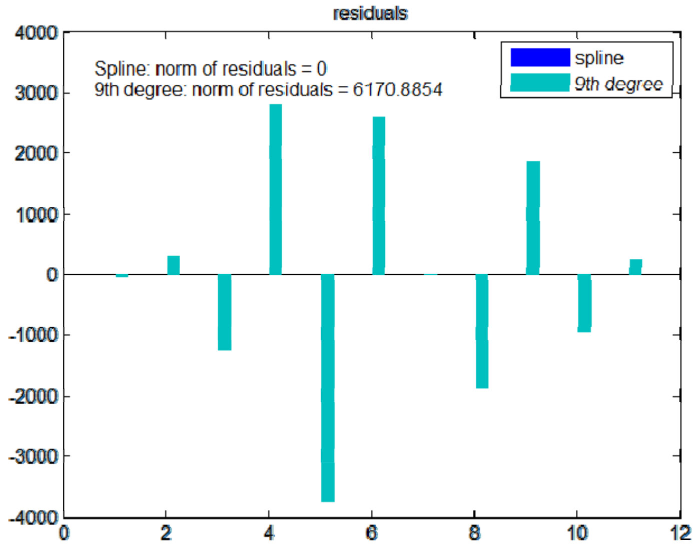

Рис. 4. Порівняння норми похибки для розв'язків сплайнової інтерполяції (бікубічна) та полінімінальна за методом Кунченка для 9 ступеню поліному

Поліноміальна апроксимація при степені поліному 10 порівняно зі сплайн-апроксимацією (рис. 5).

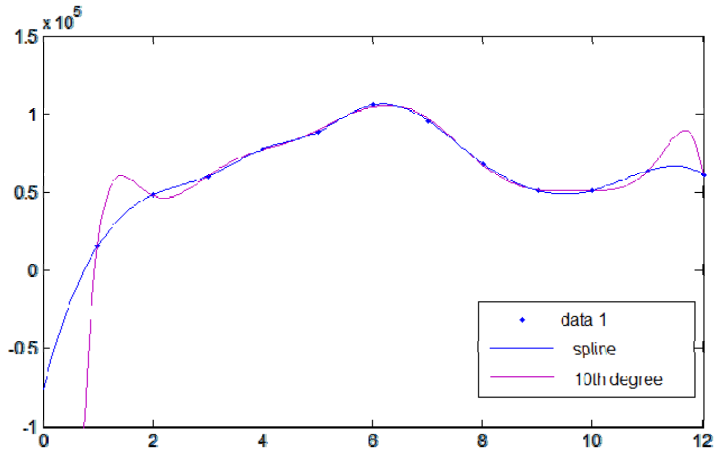

Рис. 5. Порівняння норми похибки для розв'язків сплайнової інтерполяції (бікубічна) та полінімінальної за методом Кунченка для 10 ступеню поліному

Рівняння апроксимуючої функції 10 ступеню має наступний вид (рис. 6).

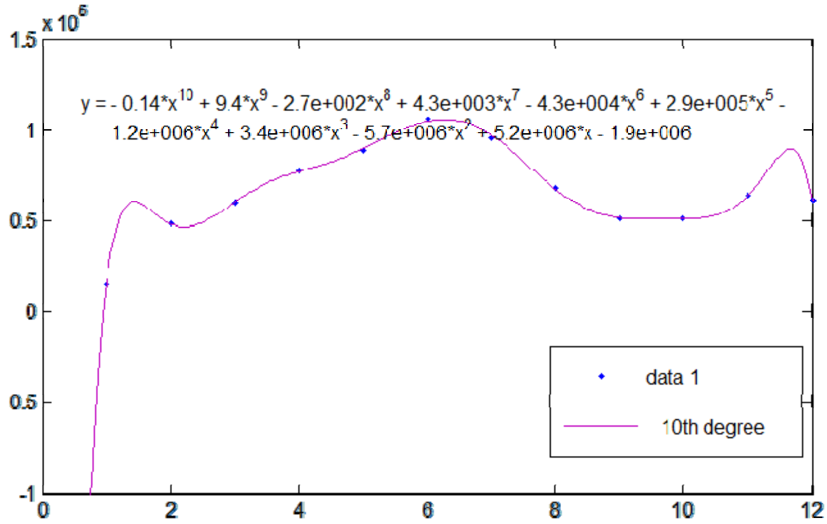

Рис. 6. Рівняння апроксимуючої функції 10 ступеню

Норма похибок при *s*=10 можна представити у вигляді графіку (рис. 7).

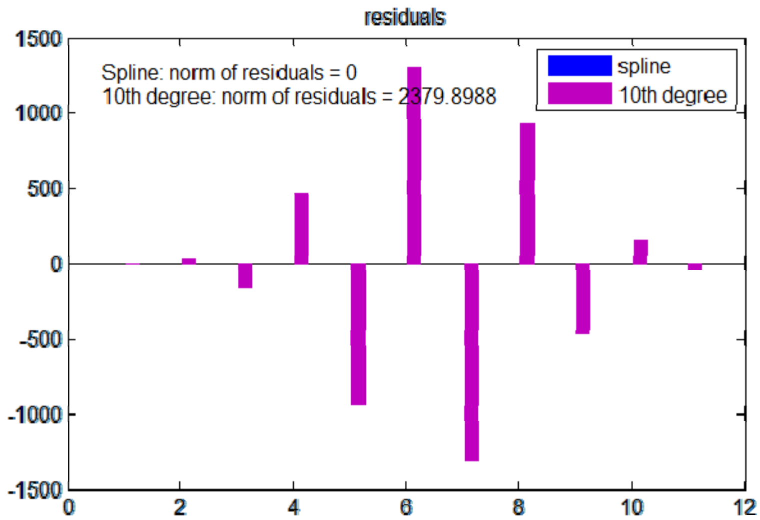

Рис. 7. Порівняння норми похибки для розв'язків сплайнової інтерполяції та поліноміальної за методом Кунченка для 10 ступеню поліному

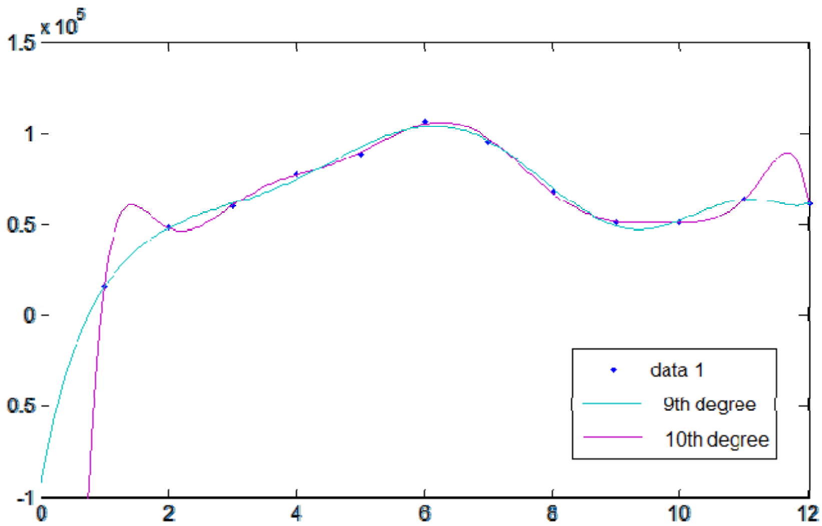

Рис. 8. Поліноміальна апроксимація при степенях поліному 9 та 10

Поліноміальна апроксимація при степенях поліному 9 та 10 представлена на рис. 8. Порівняння норм похибок при поліноміальній апроксимації поліномів 9 і 10 ступенів (рис. 9).

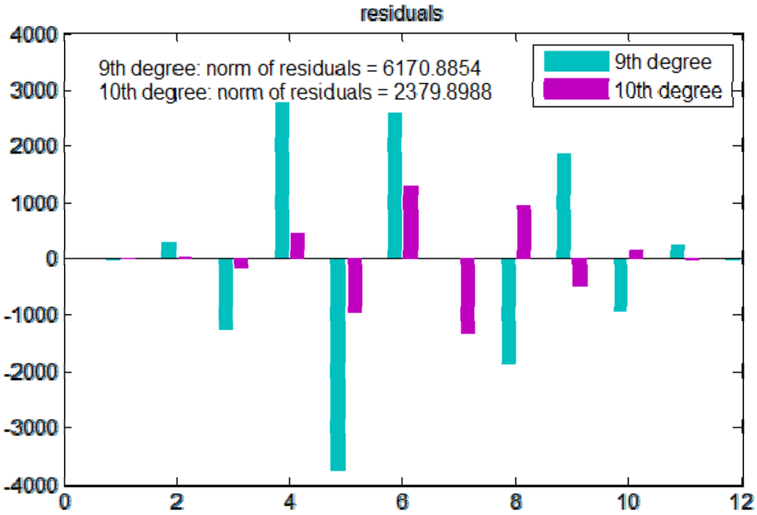

Рис. 9. Порівняння норм похибок при поліноміальній апроксимації поліномів 9 і 10 ступенів

З наведених вище результатів застосування двох альтернативних математичних апаратів інтерполяції та апроксимації можна зробити висновок про те, що збільшення ступеню поліному при застосуванні методу Кунченка дає зменшення норми похибки до 3,5 разу (9 та 10 ступінь).

Висновки. Сплайнова інтерполяція дає суттєвий виграш в часі, в той же час, інтерполяція за методом Кунченка теоретично дає можливість в разі збільшення ступеню поліному породжувальної функції значно знизити норму похибок. Цей показник вказує на статистичну оцінку середньоквадратичної похибки. При цьому вона стає меншою, ніж при бікубічній інтерполяції, але необхідно точно отримувати апроксимуючу функцію $y = g(x)$.

Література

1. Системні дослідження та інформаційні технології. “Аналіз фінансового стану й прогнозування ризику банкрутства банків” [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://journal.iasa.kpi.ua/article/view/51988/50551

2. Зайченко Ю.П. Порівняльний аналіз методів прогнозування макроекономічних показників України / Ю.П. Зайченко, А.С Гасанов // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2013. — № 1. — С. 67–78.

3. Forecasting: Principles and Practice [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://robjhyndman.com/uwafiles/fpp-notes.pdf

4. Кунченко Ю.П. Поліноми наближення у просторі з породжувальним елементом / Ю.П. Кунченко ; пер. з рос. – К. : Наукова думка, 2005. – 219 с. – [ISBN 966-00-0481-8].

5. Кунченко Ю.П. Стохастические полиномы / Ю.П. Кунченко. – К. : Наукова думка, 2006. – 275 с. – [ISBN 966-00-0452-4].

6. Кунченко Ю.П. Полиноминальные оценки параметров близких к гауссовским случайных величин. Часть 1. Стохастические полиномы, их свойства и применение для нахождения оценок параметров / Ю.П. Кунченко. – Черкассы : ЧИТИ, 2001. – 133 с. – [ISBN 966-7533-12-3]

7. Кунченко Ю.П. Полиномы приближения в пространстве с порождающим елементом / Ю.П. Кунченко Ю.П. – К. : Наук. думка, 2003. – 243 с.

8. О неисчерпаемости пиксела. Часть 2 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://itc.ua/articles/o_neischerpaemosti_piksela_chast_2_16633/ – 13.04.2016.

9. Интерполяция цифрового изображения [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.cambridgeincolour.com/ru/tutorials-ru/image-interpolation.htm. – 14.04.2016.

10. Невлюдов И.Ш. Обзор методов интерполяции геометрических контуров в составе автоматизированного проектирования сложных обрабатываемых профилей. Технология приборостроения / И.Ш. Невлюдов, С.С. Великодный // Механизация и автоматизация в приборостроении. – 2008. – № 1. – С. 1–9.

11. Уолш Дж.Л. Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области / Дж. Л. Уолш. – М. : Изд-во Иностранной Литературы, 1961. — 508 с.

12. Способ интерполяции цифрового изображения [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.findpatent.ru/patent/236/2367019.html. – 15.04.2016.

Рецензія/Peer review : 2.5.2016 р. Надрукована/Printed :8.6.2016 р.
Рецензент : д.т.н., проф. Лега Ю.Г.