

УДК 621.01

Р.В. АМБАРЦУМЯНЦ, Е.Д. КАРА  
Одесская национальная академия пищевых технологий**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ  
ДВИЖЕНИЯ НОГИ ШАГАЮЩИХ МАШИН**

Обоснована перспективность использования шагающих машин для транспортировки грузов, в военных целях, в сельском хозяйстве и др. Обоснована постановка задачи об описании траектории ноги шагающих машин кривыми второго порядка, так как шатунные кривые простейших рычажных механизмов описывается в новом виде уравнениями четвертого и шестого порядков. Рассмотрены симметричная и асимметричная траектории движения ноги. Проанализированы отдельные участки выбранных кривых. Особо обращено внимание на необходимость обеспечения высоты просвета между корпусом машины и опорной поверхностью. Предлагается отдельные участки кривых описывать уравнениями прямой линии и дугами окружностей. Составлены системы уравнения для обоих вариантов выбранных траекторий и определены параметры дуг окружностей, их границы, являющиеся исходными данными для кинематического синтеза выбранных схем рычажных механизмов привода ноги шагающих машин. Приведен числовой пример описания траектории.

Ключевые слова: траектория, нога, окружность, уравнение, шагающая машина, математическое моделирование, кривая второго порядка.

R.V. AMBARTSUMYANTS, E.D. KARA  
Odessa National Academy of Food Technologies**MATHEMATICAL MODELLING OF THE TRAJECTORY LEGS WALKING MACHINES MOVEMENT**

Prospects of use of the walking machines for transporting cargo are proved, for military purposes, agriculture etc. Justified statement of the problem about the description of the trajectory of the legs of walking machines by the second order curves, as the curves connecting rod of simple lever mechanisms is described in the form of new equations of fourth and sixth orders. Symmetric and asymmetric trajectories of the movement of a leg are considered. Separate sites of the chosen curves are analyzed. Especially paid attention to necessity of providing of height of road clearance between the corps of machine and a basic surface. It is offered to describe separate sites of curves the equations of a straight line and arches of circles. Systems the equations for both options of the chosen trajectories are worked out and the parameters of arches of circles, their borders which are basic data for kinematic synthesis of the chosen schemes of lever mechanisms of the drive of a leg of the walking cars are determined. The numerical example of the description of a trajectory is given.

Keywords: trajectory, leg, a circle equation, walking machine, mathematical modelling, the curve of the second order.

В конце XX столетия возросло количество работ посвященные к проектированию, исследованию кинематики и динамики транспортных и технологических машин с шагающими движителями.

В настоящее время считается достаточно обоснованной перспективность использования шагающих машин для транспортировки грузов, например, доставки крупнотоннажного негабаритного оборудования буровых платформ, газгольдеров, ректификационных колонн и другой техники в малоосвоенных районах в условиях бездорожья. Предполагается использование шагающих машин в военных целях, в исследовании поверхности планет не только солнечной системы [1].

Особо важным является шагание технологических машин в сельском хозяйстве при работе на машинах, например, культиваторы, зерноуборочные комбайны, особенно после обильных дождей, когда колесные и гусеничные транспортные машины практически становятся непригодными.

К важнейшим параметрам, характеризующим свойства шагающих машин относится: тяговые и энергетические показатели; проходимость; маневренность; устойчивость; грузоподъемность; структура системы управления; наличие дополнительных технологических функций. Большинство из указанных свойств зависит от траектории движения ноги, что обеспечивается разными технологическими устройствами.

Проведенные за последние десятилетия исследования показывают, наиболее приемлемыми являются рычажные механизмы [2].

Для кинематического синтеза механизмов привода ноги необходимо задаться математической моделью его траектории движения. Правильный выбор траектории движения ноги во многом предопределяет не только кинематические, но и динамические свойства будущей шагающей машины. С точки зрения воспроизведения траектории ноги наиболее оптимальной является траектория в виде прямоугольника (рис. 1а), где прямолинейный участок длиной  $H$  соответствуют перемещению корпуса машины, участок  $h$  соответствует подъему ноги на высоту просвета между корпусом и опорной поверхности, участки длиной  $c=H$  и  $d=h$  соответствуют перемещению ноги относительно корпуса в направлении к опорной поверхности соответственно.

Реализовывать перемещение ноги по траектории а) возможно с помощью гидроприводов, причем не меньше 2-х: один для участков длиной  $c=H$  и второй для участков с длиной  $d=h$ . Воспроизвести такую траекторию с помощью цикловых механизмов возможно, если в точках пересечения прямых участков

траектории произвести сопряжения с определенным радиусом (рис. 1а, пунктирно). Радиусы закругления  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $r_4$ , зависят от того какие дополнительные требования предъявляются к шагающей машине; например, скорость отрыва от опорной поверхности, скорость наступления на опорную поверхность и др. Наиболее перспективными с точки зрения воспроизведения траектории ноги шагающих машин являются рычажные механизмы, в которых некоторая точка шатуна перемещается по заданной траектории (рис. 1,б).

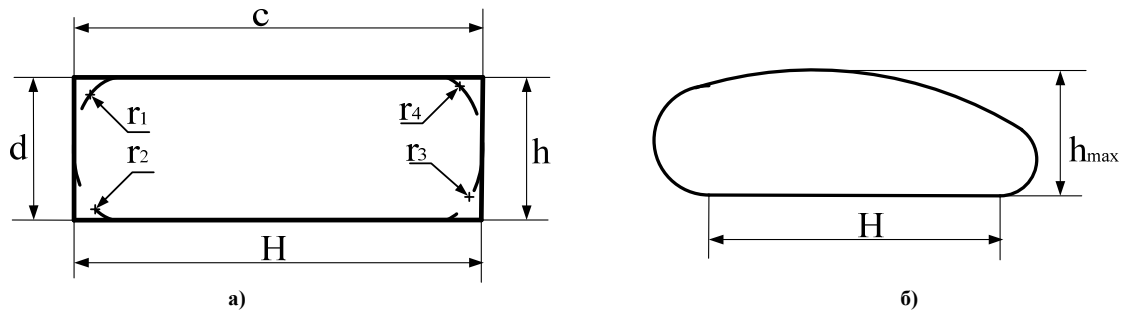


Рис. 1. Траектория движения ноги шагающих машин: прямоугольная траектория – а), шатунная кривая – б)

В качестве базовых для воспроизведения шатунных кривых в технической литературе, чаще всего рекомендуется использовать кривошипно-ползунный механизм или шарнирный четырехзвенник. [3–5]

В первом механизме шатунная кривая описывается алгебраическим уравнением 4-го порядка в неявном виде, а во втором механизме – 6-го порядка также в неявном виде. Использование таких уравнений для кинематического синтеза названных выше механизмов за полный цикл работы становится невозможным.

Следует отметить, что многочисленные работы по синтезу направляющих механизмов позволяют определить их параметры только из условия обеспечения прямолинейного участка. [3,4] Для шагающих машин необходимо воспроизведение траектории на всей своей протяженности, если число параметров это позволяют, либо кроме прямолинейного участка, обеспечение необходимого просвета от дорожного покрытия. Такое требование приводит к усложнению схемы рычажных механизмов [5, 6].

Целью настоящей работы является математическое описание некоторых видов шатунных кривых уравнениями второго порядка, что позволит сравнительно просто осуществить кинематический синтез рычажных направлений механизмов независимо от сложности их структурных схем.

На рис. 2 представлен один из возможных вариантов шатунных кривых, в качестве траектории движения ноги шагающих машин. Согласно рис. 2 шатунная кривая разделена условно на четыре участка: приблизительно прямолинейный участок  $AD$  с длиной  $H$ ; участок  $AB$ , описываемый приблизительно окружностью радиуса  $r_1$ ; участок  $BC$ , описываемый приблизительно окружностью радиуса  $r_3$ ; участок  $CD$ , описываемый приблизительно окружностью радиуса  $r_2$ .

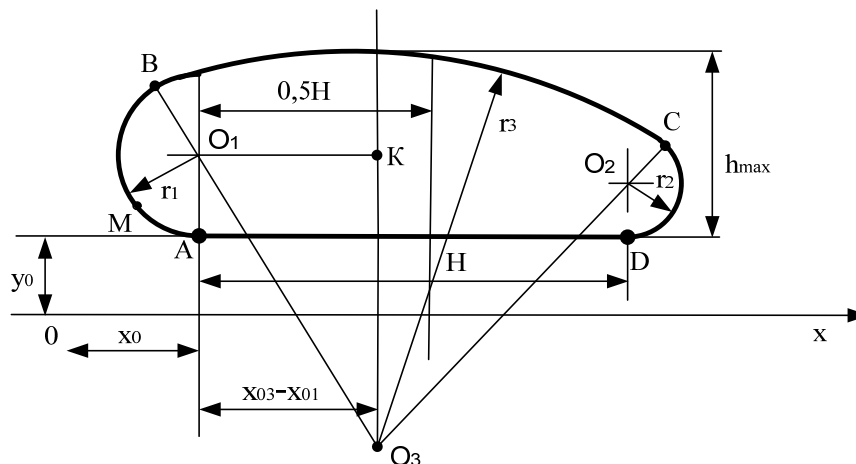


Рис. 2. Траектория движения ноги шагающих машин

Наиболее важным из названных являются, участок  $AD$  для перемещения корпуса машины и участок  $BC$ , определяющий высоту  $h_{\max}$ .

Составим математическую модель отдельных участков траектории при заданной длине  $H$ , радиусов  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ . Свяжем с заданной кривой прямоугольную систему координат  $yO_x$ , направим ось  $x$  - в параллельно участку  $AD$ . Координатами  $x_0$ ,  $y_0$  точки  $A$  считаем заданными. Поскольку окружности радиуса  $r_1$  и  $r_2$  должны касаться прямой  $AD$ , то в выбранной системе координат, координаты точек  $O_1$  и  $O_2$  становятся известными.

Уравнение прямой  $AD$  выражается равенством

$$y = y_0 = const, \tag{1}$$

в границах аргумента  $x_A \leq x \leq x_D$ . Заметим, что  $x_A = x_0 = x_{O_1}$ ,  $x_D = x_{O_2}$  где  $x_{O_1}$ ,  $x_{O_2}$  абсциссы центров  $O_1$  и  $O_2$  окружностей радиуса  $r_1$  и  $r_2$  соответственно;  $y_{O_1} = y_0 + r_1$ ;  $y_{O_2} = y_0 + r_2$ . Тогда уравнение окружности радиуса  $r_1$  запишем в виде

$$(x - x_{O_1})^2 + (y - y_{O_1})^2 = r_1^2, \tag{2}$$

в границах изменения аргумента  $x_A \leq x \leq x_B$ , где  $x_B$  – абсцисса точки касания  $B$  окружности радиуса  $r_1$  с окружностью радиуса  $r_3$ .

Аналогичным образом для участка  $CD$  запишем

$$(x - x_{O_2})^2 + (y - y_{O_2})^2 = r_2^2, \tag{3}$$

в границах изменения аргумента  $x_A \leq x \leq x_B$ , где  $x_D$  – абсцисса точки касания  $C$  участка  $CD$  окружностей радиуса  $r_2$  и  $r_3$ .

Чтобы описать траекторию на участке  $BC$  необходимо при заданном значении радиуса  $r_3$  определить координаты центра  $O_3$  окружности радиуса  $r_3$ . Для этого решаем синтез уравнений

$$\left. \begin{aligned} (x_{O_3} - x_{O_1})^2 + (y_{O_3} - y_{O_1})^2 &= m_1 \\ (x_{O_3} - x_{O_2})^2 + (y_{O_3} - y_{O_2})^2 &= m_2 \end{aligned} \right\}, \tag{4}$$

где  $m_1 = (r_3 - r_1)^2$ ;  $m_2 = (r_3 - r_2)^2$ ,  $x_{O_3}$ ,  $y_{O_3}$  – координаты центра  $O_3$ .

Рассмотрим два случая решения системы (4).

Случай первый. Радиусы  $r_1 = r_2$ , т.е. шатунная кривая симметрична относительно прямой, параллельной оси  $y$ -в, проходящей через середину участка  $AD$ . Поскольку при этом условии  $m_1 = m_2$ , то запишем  $(x_{O_3} - x_{O_1})^2 + (y_{O_3} - y_{O_1})^2 = (x_{O_3} - x_{O_2})^2 + (y_{O_3} - y_{O_2})^2$ . После раскрытия этого уравнения и перегруппирования учитывая, что  $y_{O_1} = y_{O_2}$ ,  $x_{O_2} = x_{O_1} + H$ , получим  $2x_{O_3}(x_{O_2} - x_{O_1}) = x_{O_2}^2 - x_{O_1}^2$ . Отсюда

$$x_{O_3} = \frac{(x_{O_1} + x_{O_2})}{2}. \tag{5}$$

Подставляя значения  $x_{O_3}$  из выражения (5) в одно из уравнений системы (4), например 2-е, находим

$$y_{O_3} = \pm \sqrt{m_2 - \left(\frac{x_{O_1} - x_{O_2}}{2}\right)^2} + y_{O_2} = \pm 0,5 \sqrt{4m_2 - (x_{O_1} - x_{O_2})^2} + y_{O_2}. \tag{6}$$

Значение дорожного просвета  $h_{max}$  находим из выражения (см. рис. 2)  $h_{max} = r_3 - (O_3K) + r_1$ .

Ввиду симметрично кривой ( $r_1 = r_2$ ) из прямоугольного треугольника  $O_1KO_3$  (см. рис. 2) получим  $(O_3K) = \sqrt{m_2 - 0,25H^2}$ . Тогда для значения просвета  $h_{max}$  находим

$$h_{max} = r_3 + r_2 - \sqrt{m_2 - 0,25H^2}. \tag{7}$$

Если в начальных условиях синтеза направляющего механизма задается также  $h_{max}$ , то нельзя произвольно задаваться значением радиуса  $r_3$ . Его значение в таком случае можно определить из выражения (7).

Имеем

$$\begin{aligned} m_2 - 0,25H^2 &= [h_{max} - (r_3 + r_2)]^2 = h_{max}^2 - 2h_{max}(r_3 + r_2) + (r_3 + r_2)^2 \text{ или} \\ (r_3 - r_2)^2 - 0,25H^2 &= r_3^2 + 2r_3r_2 + r_2^2 - 2h_{max}(r_3 + r_2) + h_{max}^2. \end{aligned}$$

После несложных преобразований находим

$$\begin{aligned} d_3(h_{max} - d_2) &= h_{max}(h_{max} + d_2) + 0,25H^2, \\ d_3 = 2r_3 &= \frac{h_{max}}{h_{max} - d_2} + \frac{0,25H^2}{h_{max} - d_2}, \end{aligned} \tag{8}$$

где  $d_2 = 2r_2$ .

Случай второй. Радиусы  $r_1 \neq r_2$ . Из решения системы (4) относительно одного из неизвестных, например,  $x_{O_3}$  получим

$$x_{03}(x_{02} - x_{01})^2 + y_{03}(y_{02} - y_{01}) = \frac{m_1 - m_2 + x_{02}^2 + y_{02}^2 - x_{01}^2 - y_{01}^2}{2}. \quad (9)$$

Принимая во внимание, что  $y_{02} - y_{01} = r_2 - r_1$ ,  $x_{02} - x_{01} = H$ .

Из выражения (9) находим

$$x_{03} = \frac{k + y_{03}\sqrt{m_1}}{H}, x_{03} = m + ny_{03}, \quad (10)$$

где  $k = \frac{m_1 - m_2 + x_{02}^2 + y_{02}^2 - x_{01}^2 - y_{01}^2}{H}$ ;  $n = \frac{r_2 - r_1}{H}$

Подставляем выражение (10) в одно из уравнений системы (4), например, первое. Имеем:

$$(k + ny_{03} - x_{01})^2 + (y_{03} - y_{01})^2 = m_1. \quad (11)$$

В уравнении (11) только одно неизвестное –  $y_{03}$ .

Из этого уравнения находим:

$$Ay^2 + By + C = 0, \quad (12)$$

где  $A = (n + 1)$ ;  $B = 2(k - y_{01})$ ;  $C = (k^2 + x_{01}^2 + y_{01}^2 - 2kx_{01} - m_1)$ .

Из двух значений корней уравнения (12) выбираем то значение, которое удовлетворяет заданной кривой в выбранной системе координат.

Выражение (7) справедливо и для данного случая с той лишь разницей, что точка  $K$  находится на расстоянии  $(x_{03} - x_{01})$  от абсциссы точки  $O_1$ . В таком случае отрезок  $(O_3K)$  находим из выражения  $(O_3K) = \sqrt{m_1 - (x_{03} - x_{01})^2}$ . Тогда выражения (7) для второго случая принимает вид

$$h_{\max} = r_3 + r_1 - \sqrt{m_1 - (x_{03} - x_{01})^2}. \quad (13)$$

Как и в предыдущем случае при известном значении  $h_{\max}$  из (13) можно определить значение радиуса  $r_3$ . Имеем  $(r_3 - r_1)^2 - (x_{03} - x_{01})^2 = r_3 + r_1 - h_{\max}$ . После несложных преобразований получим

$$r_3^2 - 2r_3r_1 + r_1^2 - (x_{03} - x_{01})^2 = r_3 + r_1 - h_{\max} \quad \text{или}$$

$$d_3(d_1 + h_{\max}) = h_{\max}(d_1 - h_{\max}) - (x_{03} - x_{01})^2. \quad \text{Отсюда}$$

$$d_3 = \frac{d_1 - h_{\max}}{d_1 + h_{\max}} h_{\max} - \frac{(x_{03} - x_{01})^2}{d_1 + h_{\max}}, \quad (14)$$

где  $d_3 = 2r_3$ ;  $d_1 = 2r_1$ .

Для нахождения координат точек касания  $B$  и  $C$ , что позволяет определить границы участков  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  необходимо решить системы уравнений например, для точки касания  $B$  систем

$$\left. \begin{aligned} (x_B - x_{03})^2 + (y_B - y_{03})^2 &= r_3^2 \\ y_B &= k_1(x_B - x_{01}) + y_{01} \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

где  $k_1 = \frac{y_{03} - y_{01}}{x_{03} - x_{01}}$ .

Для точки касания  $C$  систему

$$\left. \begin{aligned} (x_C - x_{03})^2 + (y_C - y_{03})^2 &= r_3^2 \\ y_C &= k_2(x_C - x_{02}) + y_{02} \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

где  $k_2 = \frac{y_{03} - y_{02}}{x_{03} - x_{02}}$ .

**Пример.** Определить границы участков  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ , если  $H=100$  мм;  $r_1=25$  мм;  $r_2=15$  мм;  $x_0=30$  мм;  $y_0=25$  мм.

Из решения системы уравнений (15) и (16) найдены:

$$x_B = 30 \text{ мм}; y_B = 50 \text{ мм}; x_C = 113 \text{ мм}; y_C = 8 \text{ мм}.$$

Если для синтеза будущего механизма привода ноги шагающих машин используются участки  $AB$  и  $CD$  для исключения неопределенности функции  $y = f(x)$ , координаты выбранной точки, (например  $M$ ) находим следующим образом

$$x_M = x_A - r_1 \cdot \sin \varphi, \quad y_M = y_0 - r_2 \cdot (1 - \cos \varphi), \quad (17)$$

где  $\varphi = 2 \arcsin \frac{l_{AB}}{2r_1}$ .

Таким образом, все выделенные участки описаны, их границы известны. Это позволяет переходить к синтезу направляющих механизмов.

### Литература

1. Павловский В.Е. О разработке шагающих машин / В.Е. Павловский // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2013. – № 101. – 32 с.
2. Брискин Е.С. Опыт разработки и испытаний шагающих опор дождевальной машины / Е.С. Брискин, В.В. Чернышев, В.В. Жога, А.В. Малолетов // Тракторы и сельхоз машины. – 2011. – № 9. – С. 27–31.
3. Павлов Б.И. Синтез четырехзвенных шарнирных направляющих механизмов / Б.И. Павлов // VII Международная научно-техническая конференция по динамике технологических систем (ДСТ 2007). – Ростов-на-Дону, Октябрь, 2007.
4. Bum Seok Kim, Hong Hee Yoo. Unified mechanism synthesis method of a planar four-bar linkage for path generation employing a spring-connected arbitrarily sized rectangular block model. *Multibody System Dynamics*. March 2014, Volume 3, Issue 3, pp. 241–256.
5. Кинин А.Б. Интерактивная методика синтеза направляющих рычажных механизмов для машин легкой промышленности / А.Б. Кинин, А.А. Кинин // Изв. ВУЗов Технология легкой промышленности. – 2010. – № 1. – С. 68–72.
6. Radovan R., Bulatovic, Stevan R. Dordevic. Optimal synthesis of a path generator six-bar linkage. *Journal of Mechanical Science and Technology*. December 2012, Volume 26, Issue 12, pp. 402–440.

Рецензія/Peer review : 9.5.2016 р. Надрукована/Printed : 6.6.2016 р.  
Стаття прорецензована редакційною колегією

УДК 669.1:537.5

І.М. ПАСТУХ, В.В. ЛЮХОВЕЦЬ  
Хмельницький національний університет

## ЭФЕКТ НАКАЧУВАННЯ ІОНІВ АЗОТУ В ОТВОРИ ВІДНОСНО МАЛОГО ДІАМЕТРА

*Встановлено основні закономірності та умови азотування в тліючому розряді отворів відносно малого діаметра. Проаналізована можливість головних процесів азотування таких отворів при різних типах існування газового розряду. Запропоновані рекомендації стосовно параметрів електричного розряду в газі для забезпечення ефективності процесу модифікації внутрішніх поверхонь отворів відносно малого діаметра. Наведені основні закономірності, які характеризують технологічні особливості азотування внутрішньої поверхні отворів. Встановлені умови та обмеження існування розряду, при яких можливий ефект накачування іонів в отвір.*

*Ключові слова: отвори відносно малого діаметра, тліючий розряд, азотування.*

I.M. PASTUKH, V.V. LUHOVEC  
Khmelnytsky National University

## EFFECT OF NITROGEN IONS PUMPING HOLE RELATIVELY SMALL DIAMETER

*The basic laws and nitriding conditions of glow discharge holes of relatively small diameter. The possibility of the main processes of nitriding of holes for different types of the existence of the gas discharge. Recommendations on the parameters of the electric discharge in the gas to ensure the effectiveness of the modification of internal surfaces of the holes of relatively small diameter. The basic laws that characterize the technological features of the internal surface hole nitriding. The requirements and limitations exist category in which the possible effect of pumping ions into the hole. Your selections electrical discharge in the gas, under which achieved the greatest efficiency modifications inner surfaces of relatively small diameter holes.*

*Keywords: hole of relatively small diameter, glow discharge nitriding.*

### Вступ

Отворами відносно малого діаметра в деталях слід вважати наскрізні або глухі отвори, відношення довжини (глибини – для не наскрізних) яких до діаметра більше 2–4. Обґрунтування цих меж (менше значення – для не наскрізних) полягає в тому, що як це встановлено в [1] на глибині отвору порядку двох діаметрів напруженість поля електричного розряду становить всього 0,02% від напруженості на торці отвору. З врахуванням цього показника реально можна вважати отворами відносно малого діаметра наскрізні отвори, відношення довжини яких до діаметра більше трьох, для не наскрізних – 1,5.

Практичне значення вирішення поставленої задачі надзвичайно велике, оскільки в