

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНО-РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА С ПАССИВНЫМИ СВЯЗЯМИ

В работе изложен метод силового исследования планетарно-рычажного механизма. Установлены признаки статической неопределенности и предлагается выделить кинематическую цепь из состава механизма таким образом, чтобы оставшиеся кинематические цепи или отдельные звенья были бы статически определимыми. Для раскрытия статической неопределенности использован метод сил. Рассматриваются последовательно основная, эквивалентная системы, единичное и грузовое состояние статически неопределимой кинематической цепи. На основании грузового состояния рассматриваемой кинематической цепи составляется система уравнений совместной деформации (уравнения перемещений) в форме канонических уравнений, с помощью которых определяются значения ряд неизвестных, позволяющих раскрыть статическую неопределенность. Показано, что после раскрытия статической неопределенности силовое исследование оставшейся части механизма легко реализуется изложенными в учебниках и технической литературе методами.

Ключевые слова: механизм, статическая неопределенность, уравнение статики, единичное и грузовое состояние, метод сил.

R.V. AMBARTSUMYANTS, A.O. CHIZH, S.V. TUTAIEV

Odessa national academy of food technologies

FORCE ANALYSIS OF THE PLANETARY LINKAGE MECHANISM WITH PASSIVE CONNECTION

Criteria of the static indeterminateness have been described. We suggest to pick the kinematic chain out from the mechanism in such a way that the residual kinematic chains of its separate links were statically definable. The force method has been used for description of the static indeterminateness. The main, as well as the equivalent system, unit and loaded state of the static indeterminate kinematic chain were studied in serious. A set of equations of the deformation (displacement equations) is composed considering the loaded state of the kinematic chain. By using these equations, the values of several unknown variables were defined that allow to solve the static indeterminateness. It has been shown that after resolving the static indeterminateness the force analysis of the residual part of the mechanism can be easily performed by known methods described in textbooks and technical literature.

Keywords: mechanism, statics vagueness, statics, basic and equivalent systems, unit and load condition, force method.

Для повышения жесткости механических устройств, перераспределения потока передаваемой мощности на подпотоки, с целью существенного уменьшения нагрузки на отдельные элементы, вводят в их состав, так называемые, пассивные связи [1–3]. При кинематическом исследовании таких механизмов пассивные связи исключаются из состава механизма, поскольку они не влияют на его кинематику, что недопустимо при их динамическом исследовании.

Одной из основных задач динамики является силовое исследование механизмов методом кинетостатики [1, 2, 4 и др.]. Как правило, задача решается путем выделения статически определимых кинематических цепей и их силового исследования, использованием уравнения равновесия статики [1, 2, 4 и др.]. Однако в механизмах с пассивными связями выделение статически определимых цепей невозможно, что не позволяет решить такую задачу лишь при помощи уравнений статики. Например, в работе [5] решена задача кинематического синтеза двухколесного планетарно-рычажного механизма для воспроизведения заданной передаточной функции. Для обеспечения динамического уравновешивания механизма, позволяющего существенно повысить производственные скорости, в состав механизма введены пассивные связи в виде дополнительных сателлитов и шатунов, геометрические размеры которых тождественны с размерами основных его звеньев (рис. 1).

Ведущим звеном механизма является водило Н, а ведомым – звено 5, приводимое в движение тремя шатунами 2, 3 и 4.

Согласно существующей методике кинетостатики [1, 2, 4] для определения реакций в кинематических парах любого механизма необходимо из его состава выделить группы Ассур. В рассматриваемом механизме такие группы возможно выделить, если из схемы исключить два сателлита, например, 1', 1'' с соответствующими шатунами 3 и 4 (см. рис. 1). Такое исключение, как выше отмечалось, возможно при исследовании его кинематики и невозможно при исследовании динамики и, в частности, при силовом анализе. Следовательно, для определения реакций в кинематических парах необходимо рассмотреть равновесное состояние кинематической цепи из звеньев 2-3-4-5 (рис. 2), в которой ввиду равномерного расположения концов поводков 2, 3 и 4 на ведомом звене 5, последнее представлено в виде равнобедренного треугольника DEG , в котором $OD=OE=DG=r$.

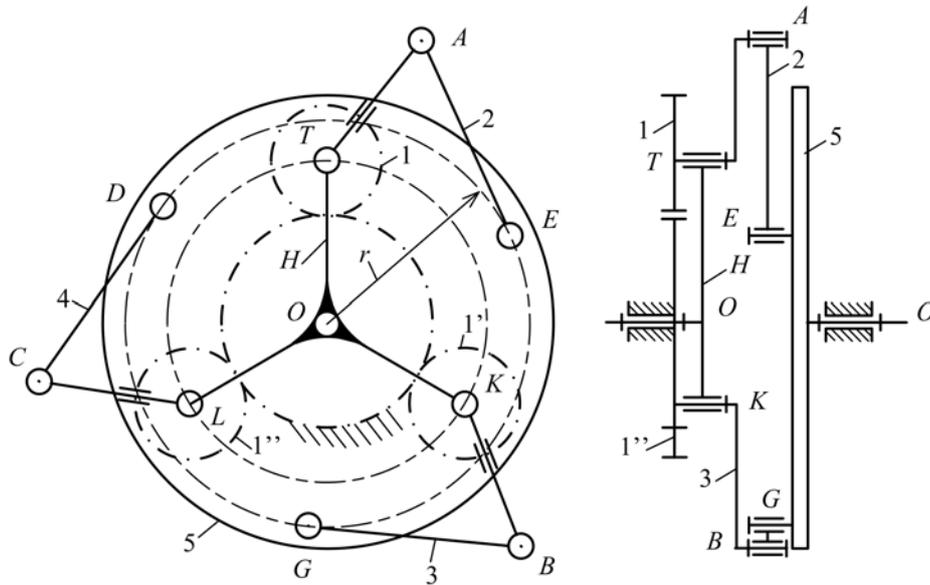


Рис. 1. Кинематическая схема динамически уравновешенного планетарно-рычажного механизма в двух проекциях

Если реакции в кинематических парах А, В, С этой цепи найдены, то каждый из сателлитов механизма становится статически определенным, что позволяет определить также реакции в шарнирных соединениях сателлитов 1, 1', 1'' с водилом. Принимая во внимание, что на водило действует уравновешивающая сила или уравновешивающий момент (в зависимости от способа передачи к нему движения) из статического равновесия водила можно найти указанные величины и опорную реакцию. Таким образом, решение задачи силового исследования представленного механизма заключается в решении задачи силового исследования цепи из звеньев 2-3-4-5, являющейся статически неопределимой.

Целью работы является разработка метода силового исследования планетарно-рычажного механизма, представленного на рис. 1.

На геометрию механизма наложены следующие ограничения: длины поводков (звеньев) AE, BG и CD соответственно равны $l_2 = l_3 = l_4 = l$, центры шарниров D, E, G на ведомом звене расположены равномерно на окружности, радиуса r ; линии, соединяющие центры шарниров D, E, G , образуют равносторонний треугольник; длины $l_{AT} = l_{KB} = l_{CL}$ звеньев AT, KB, LC и их положения относительно водила, определяемые углом α одинаковые; радиус водила H равен межцентровому расстоянию между сателлитами (например, 1) и неподвижным центральным колесом. На ведомом звене 5 действует суммарный момент M_C от внешних сил и сил инерции. На поводках, в точках S_2, S_3, S_4 действуют силы $\bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$, как результирующие всех внешних сил и сил инерции. Угол α определяет положение поводков относительно звена 5, а углы $\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta$ направление сил $\bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$ относительно продольных осей соответствующих поводков.

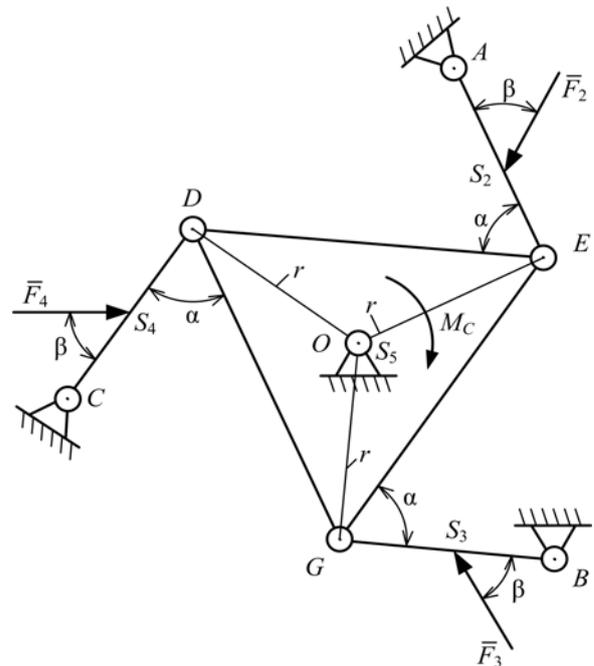


Рис. 2. Кинематическая цепь, выделенная из состава механизма

Принимаем, что оси вращательных кинематических пар строго параллельны, что позволяет рассмотреть плоскую версию решения поставленной задачи.

Поскольку для каждого звена в плоскости можно составить три уравнения равновесия статики, а в каждой из вращательных кинематических пар по две неизвестные [1, 2] (модуль реакции и направление), то алгебраическая разность

$$k = 3n - 2P_1 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 7 = -2. \tag{1}$$

Здесь $n=4$ – число звеньев цепи, $P_1=7$ – число вращательных кинематических пар.

Отрицательное значение k показывает, что представленная на рис. 2 цепь дважды статически неопределима и решить задачу использованием только уравнений статики невозможно.

Раскроем статическую неопределимость кинематической цепи по методу сил [6]. Отбросим две

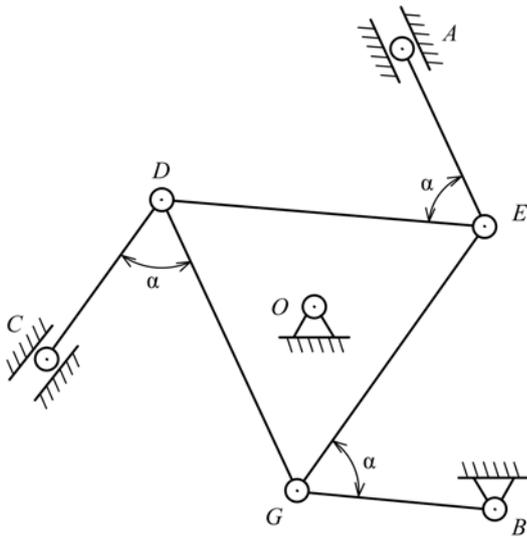


Рис. 3. Основная система (ОС)

лишние связи в шарнирах A и C . В результате такого преобразования получим статически определимую основную систему (ОС) (рис. 3).

Заменяем действие отброшенных связей реакциями \bar{X}_1, \bar{X}_2 в шарнирах A и C , соответственно, и приложим заданные внешние силы $\bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$ на кинематическую цепь. Это позволяет получить так называемую эквивалентную систему (ЭС) (рис. 4).

Записываем уравнения совместности деформаций (уравнения перемещений) в форме канонических уравнений [6]. При этом принимаем во внимание, что перемещения центров шарниров A, C как в (ОС), так и (ЭС) вдоль поводков AE и CD соответственно должны быть невозможными. Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}\bar{X}_1 + \delta_{12}\bar{X}_2 + \Delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21}\bar{X}_1 + \delta_{22}\bar{X}_2 + \Delta_{2F} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где δ_{11} – удельное перемещение центра шарнира A вдоль продольной оси AE , вызванное силой $\bar{X}_1 = 1$;

δ_{12} – удельное перемещение центра шарнира A вдоль продольной оси AE , вызванное силой $\bar{X}_2 = 1$;

Δ_{iF} – грузовое перемещение центра шарнира A вдоль продольной оси поводка AE , возникающее силами $\bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$, и моментом M_C .

Для определения удельного перемещения δ_{11} , рассмотрим единичное состояние цепи при $\bar{X}_1 = 1$ (рис. 5).

Удельное перемещение определяется произведением $\delta_{11} = N_1 \times N_1$. На основании формулы Верещагина [6] запишем

$$\Delta_i = \frac{A_N N_i(x_c)}{EA}, \quad (3)$$

где A_N – площадь эпюры N_i продольной силы;

$N_i(x_c)$ – значение продольной силы от второй эпюры, взятое под центром тяжести (x_c) первой эпюры; $i=1,2$;

EA – жесткость поводков.

Удельное перемещение

$$\delta_{11} = N_1 \times N_1 = \frac{1}{EA} \left[\sum A_{N1} \cdot N_1(x_c) \right] = \frac{1}{EA} [1 \cdot l \cdot 1 + (-1) \cdot l \cdot (-1)] = \frac{2}{EA} 1 \cdot l \cdot 1 = \frac{2l}{EA}. \quad (4)$$

Аналогичным образом составляем единичное состояние при $\bar{X}_2 = 1$ и строим эпюру N_2 (рис. 6).

Находим, пропуская промежуточные операции аналогичные при получении выражения (4), удельные перемещения:

$$\delta_{22} = N_2 \times N_2 = \frac{2}{EA} 1 \cdot l \cdot 1 = \frac{2l}{EA}, \quad (5)$$

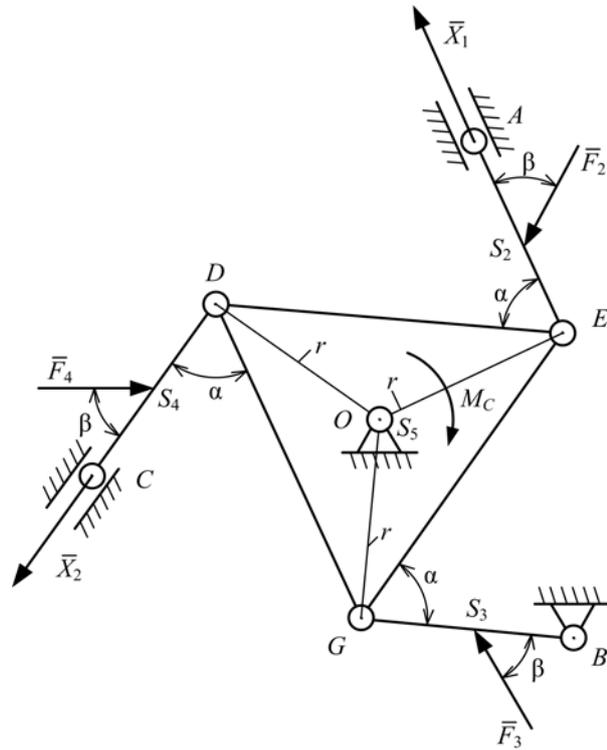


Рис. 4. Эквивалентная система (ЭС)

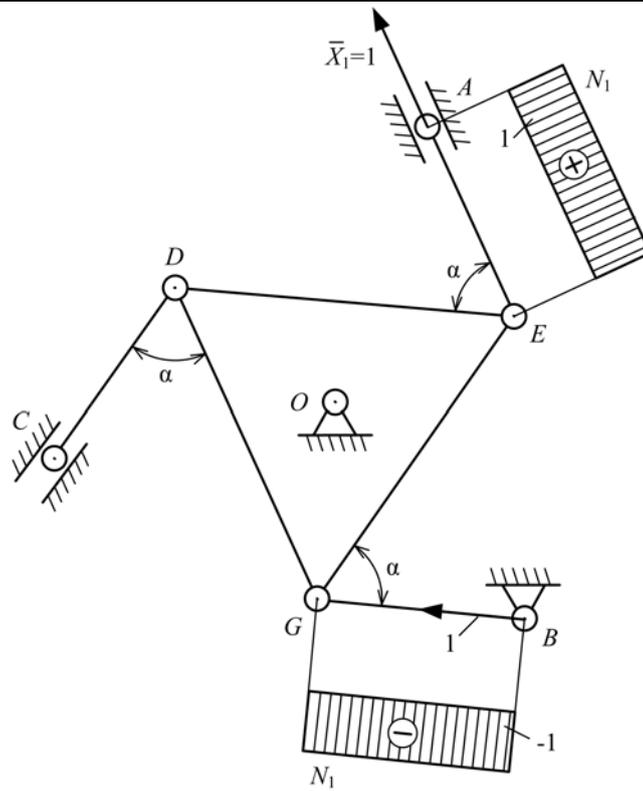


Рис. 5. Единичное состояние цепи при $\bar{X}_1 = 1$ с эпорой продольной силы N_1

$$\delta_{12} = \delta_{21} = N_1 \times N_2 = \frac{1}{EA} 1 \cdot l \cdot 1 = \frac{l}{EA}. \quad (6)$$

Для дальнейших расчетов составляем расчетную схему грузового состояния (рис. 7).

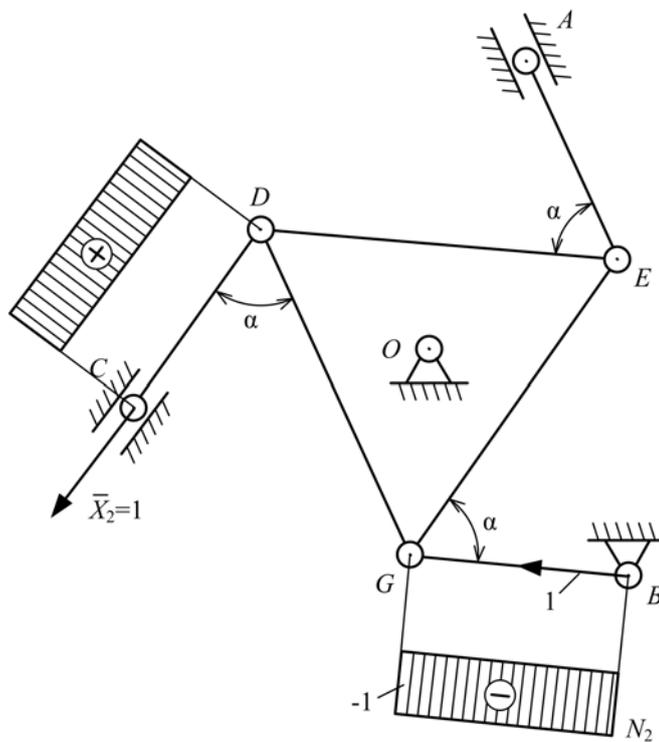


Рис. 6. Единичное состояние цепи при $\bar{X}_2 = 1$ с эпорой продольной силы N_2

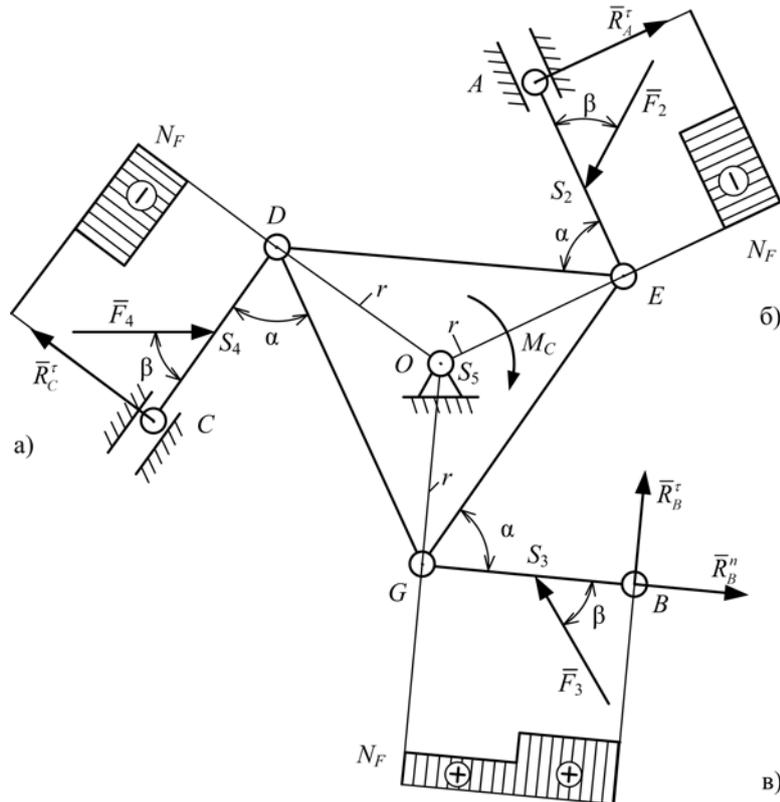


Рис. 7. Грузовое состояние цепи с эпюрами продольных сил: для проводов DC – а), AE – б), GB – в)

Обозначим \bar{R}_A^t и \bar{R}_C^t составляющие реакции в шарнирах A и C, соответственно, направив их перпендикулярно к продольным осям соответствующих проводов. Реакцию в шарнире B разложим на составляющие \bar{R}_B^t – перпендикулярно к продольной оси провода GB и \bar{R}_B^n – по продольной оси этого же провода (см. рис. 7). Составляющие названных реакций находим из уравнения равновесия моментов проводов DC, AE, и GB относительно центров шарниров D, E и G соответственно. Имеем:

$$R_A^t = k_2 F_2 \sin \beta; \quad R_C^t = k_3 F_3 \sin \beta; \quad R_B^t = k_4 F_4 \sin \beta \quad (7)$$

где $k_2 = lS_2/l$; $k_3 = lS_3/l$; $k_4 = lS_4/l$.

Для определения составляющей реакции \bar{R}_B^n воспользуемся уравнением равновесия моментов грузового состояния цепи относительно центра шарнира O. Для облегчения нахождения плеч сил \bar{R}_A^t , \bar{R}_C^t , \bar{R}_B^t , \bar{R}_B^n , а также сил \bar{F}_2 , \bar{F}_3 , \bar{F}_4 их переносим в соответствующие центры шарниров E, D и G звена 5. Тогда для нормальной реакции в шарнире B находим

$$R_B^n = M_C / r \sin(\alpha + 30) + (F_2 + F_3 + F_4) \cos \beta + [(1 - k_2)F_2 + (1 - k_3)F_3 + (1 - k_4)F_4] \sin \beta \operatorname{ctg}(\alpha + 30). \quad (8)$$

После определения указанных составляющих, строим эпюры продольных сил проводов (см. рис. 7).

Для определения неизвестных \bar{X}_1 , \bar{X}_2 из системы уравнений (2), принимаем во внимание, что удельные перемещения δ_{11} , $\delta_{12} = \delta_{21}$, δ_{22} известны и определяются выражениями (4), (5), (6). Тогда, используя грузовое состояние, находим грузовые перемещения:

$$\Delta_{1F} = N_F \times N_1, \Delta_{2F} = N_F \times N_2, \quad (9)$$

где N_F – эпюра поперечной силы соответствующего провода.

Из системы уравнений (2) находим:

$$\bar{X}_1 = - \frac{\begin{vmatrix} \Delta_{1F} \delta_{12} \\ \Delta_{2F} \delta_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \delta_{11} \delta_{12} \\ \delta_{21} \delta_{22} \end{vmatrix}}, \quad (12)$$

$$\bar{X}_2 = - \frac{\left| \begin{array}{c} \delta_{11} \Delta_{1F} \\ \delta_{21} \Delta_{2F} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{cc} \delta_{11} \delta_{12} \\ \delta_{21} \delta_{22} \end{array} \right|}. \quad (13)$$

Таким образом, статическая неопределимость раскрыта.

После нахождения реакций в шарнирах A и C , используя выражение (10), уточняем значение реакции \bar{R}_B^n , т.к. появились новые силы \bar{X}_1 , \bar{X}_2 , которые отсутствовали в данном выражении.

Реакции в шарнирах E , D , G определим из условия равновесия сил соответствующих поводков. Для определения полной реакции в шарнире O составляем уравнение равновесия сил звена EDG либо в векторной форме, либо в проекциях.

После того, как силовое исследование кинематической цепи выполнено, рассматриваем равновесие каждого сателлита в отдельности, поскольку они являются уже статически определяемыми. После этого легко определить опорную реакцию водила и уравновешивающий момент или силу действующие на него.

Выводы

1. Введение пассивных связей в состав любого механизма всегда приводит к статической неопределимости при динамическом исследовании, причем степень неопределимости прямолинейно связано с количеством пассивных связей.

2. Существующие в настоящее время учебной и технической литературе методы силового исследования механизмов не применимы к механизмам с пассивными связями.

3. Для силового исследования механизмов с пассивными связями необходимо из его состава выделить статически неопределимую кинематическую цепь таким образом, чтобы остальные цепи или отдельные звенья были статически определяемыми.

4. Статическую неопределимость кинематических цепей можно раскрыть методом сил.

Литература

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / Артоболевский И.И. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1988. – 640 с.
2. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для студ. вузов / Кожевников С. Н. – М. : Машиностроение, 1969. – 584 с.
3. Кожевников С. Н. Основание структурного синтеза механизмов / Кожевников С. Н. – К. : Наукова думка, 1979. – 232 с.
4. Амбарцумянц Р. В. Обобщенный метод кинестатики сложных плоских кинематических групп / Р. В. Амбарцумянц // Теория механизмов и машин. – Харьков, 1973. – Вып. 14. – С. 29–52.
5. Амбарцумянц Р. В. Синтез динамически уравновешенных двухколесных механизмов / Р. В. Амбарцумянц, С. В. Тутаев // Труды Одесского политехнического университета. – 2005. – Вып. 2(24). – С. 19–22.
6. Федосьев И. И. Соппротивление материалов / Федосьев И. И. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат.-лит., 1970. – 544 с.

Рецензія/Peer review : 22.4.2016 р.

Надрукована/Printed : 7.6.2016 р.

Рецензент: д.т.н., проф., Гладушняк А. К.