

**ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ  
ВІДЦЕНТРОВОГО ЗМІШУВАЧА БЕЗПЕРЕРВНОЇ ДІЇ**

*В роботі проведено дослідження можливості підвищення продуктивності відцентрового змішувача безперервної дії за рахунок визначення геометричних і технологічних параметрів ротора, що забезпечать мінімальну різницю часу перебування в ньому частинок різних компонентів суміші. Визначено критерій оптимізації та фактори, що впливають на перебіг процесу змішування. Отримано математичний опис функції цілі, який дозволяє із використанням відомих алгоритмів визначити оптимальні значення факторів.*

*Ключові слова: відцентровий змішувач безперервної дії, конічний ротор, оптимізація, траєкторія руху частинок, оптимальні параметри змішувача.*

T. Y. BILA, V. V. STATSENKO  
Kyiv National University of Technologies and Design

**OPTIMUM PARAMETERS DETERMINATION IN CENTRIFUGAL MIXERS OF CONTINUOUS ACTION**

*The aim of the research is to increase the productivity of continuous action centrifugal mixer by determining rotor geometric and technological parameters, which will provide a minimum difference of time spent in it particles of the mixture components. The equipment for the continuous mixing of materials is widely used in various industries. Its performance affects both the product quality and the processing line performance as a whole. In this research the main rotor parameters of the continuous action mixers was determined. These parameters make high impact on the trajectory of the mixture components particles. A mathematical model of the particles motion in the rotor was determined. This model includes main rotor parameters, physical and mechanical parameters of the particles. To determine the optimum rotor parameters, which provides minimal difference in particles residence time in the rotor, the objective function mathematical description was defined. The permissible ranges have been set for all mathematical model parameters values. The optimal parameters search was made using the method of internal points. Also the global minimum search algorithm was used. As a result, the optimum values were obtained for the conic rotor following parameters: a base radius, height, half trumpet angle, rotation speed. The calculations results and mathematical models can be used in the design of continuous action centrifugal mixers with conical rotors.*

*Keywords: centrifugal mixer of continuous action, conical rotor, optimization, trajectory of the particles, the mixer optimal parameters.*

**Вступ**

Обладнання для змішування сипких матеріалів широко застосовується у легкій, будівельній, харчовій, фармацевтичній та інших галузях промисловості. Основними параметрами суміші, що мають визначальний вплив на якість кінцевого продукту, є відповідність її складу заданій рецептурі та рівномірність розподілу компонентів. Складний характер фізико-механічних процесів під час взаємодії частинок суміші із робочими органами обладнання та різноманітні властивості компонентів зумовили появу змішувачів різних типів та конструкцій.

У даній роботі розглядаються відцентрові змішувачі безперервної дії з конічними роторами, що забезпечують високу продуктивність, низький нагрів компонентів суміші та можуть використовуватись в автоматизованих технологічних лініях [1, 2]. Відомо, що характер руху частинок у роторі залежить від його геометричних розмірів, швидкості обертання та властивостей компонентів суміші. Абсолютні величини та співвідношення цих параметрів суттєво впливають як на час змішування, так і на траєкторії, за якими рухаються частинки, а отже й на якість отриманого продукту [3]. Таким чином, задача визначення оптимальних робочих параметрів змішувачів даного типу є актуальною.

**Постановка завдання**

Метою роботи є дослідження можливості підвищення продуктивності відцентрового змішувача безперервної дії з конічним ротором за рахунок визначення оптимальних геометричних параметрів та режимів роботи, що забезпечать мінімальну різницю часу перебування в роторі частинок різних матеріалів.

**Результати дослідження**

Для змішувачів безперервної дії існує співвідношення [3], що визначає взаємозв'язок між продуктивністю змішувача  $Q$ , запасом матеріалу  $G$  та середнім часом перебування частинок  $\bar{\tau}$  у ньому:

$$\bar{\tau} = \frac{G}{Q}.$$

В усталеному режимі роботи значення  $G$  можна вважати константою, тобто продуктивність змішувача визначається середнім часом перебування частинок у ньому. Для багатокомпонентних сумішей продуктивність буде визначатись компонентом із найгіршим значенням  $\bar{\tau}$ . Таким чином, забезпечення мінімальної різниці між значеннями  $\bar{\tau}$  компонентів дозволить підвищити продуктивність відцентрового змішувача.

Розв'язок будь-якої задачі оптимізації передбачає визначення вхідних параметрів (факторів), діапазонів їх варіювання та критерію оптимізації, який задається у вигляді функції цілі.

Відомо [3], що у конічному роторі (рис. 1), який обертається, рух частинок суміші можна описати за допомогою диференційного рівняння:

$$\frac{d^2 z_r}{dt^2} - \frac{dz_r}{dt} \omega^2 \cdot \sin \alpha (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) = g \cdot \sin \alpha (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) + R_0 \omega^2 \cos \alpha (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) - g, \quad (1)$$

де  $z_r$  – координата частинки вздовж вертикальної вісі,  $R_0$  – радіус основи ротора [м],  $\alpha$  – половина

куту розтрубу [град],  $H$  – висота [м],  $\omega$  – швидкість обертання [ $c^{-1}$ ] та  $f$  – коефіцієнт тертя між стінкою ротору та частинками суміші,  $g$  – прискорення вільного падіння [ $m/c^2$ ].

Розв’язок рівняння (1) можна представити у вигляді:

$$z_r = \left( R_0 \cot \alpha + \frac{g}{(2\pi\omega)^2} - \frac{g}{(2\pi\omega)^2 \lambda^2} \right) \frac{\exp(4\pi\omega\lambda t) + 1 - 2 \exp(2\pi\omega\lambda t)}{2 \exp(2\pi\omega\lambda t)}, \quad (2)$$

де  $\lambda = \sqrt{\sin \alpha (\sin \alpha - f \cos \alpha)}$ .

Координати відносно осей X та Y визначаються за допомогою наступних виразів:

$$\begin{aligned} x_r &= (z_r \operatorname{tg} \alpha + R_0) \cos(2\pi\omega t), \\ y_r &= (z_r \operatorname{tg} \alpha + R_0) \sin(2\pi\omega t). \end{aligned} \quad (3)$$

Під час проектування змішувача конструктор може задавати параметри  $R_0$ ,  $\alpha$ ,  $\omega$  та  $H$ , а  $f$  визначається фізико-механічними властивостями компонентів суміші, тобто мінімальне та максимальне значення цього параметру задаються рецептурою.

Розглянемо практичне вирішення задачі для змішування двокомпонентної суміші. Для цього побудуємо траєкторії руху частинок із різними коефіцієнтами тертя вздовж бічної стінки ротора (рис. 2). Параметри ротора мають наступні значення:  $R_0 = 0,05$  м,  $\alpha = 500$ ,  $\omega = 4,6$   $c^{-1}$ ,  $H = 0,1$  м. Коефіцієнт тертя першої частинки (траєкторія на рисунку позначена цифрою 1)  $f_1 = 0,7$ , другої (траєкторія позначена цифрою 2) –  $f_2 = 0,2$ .

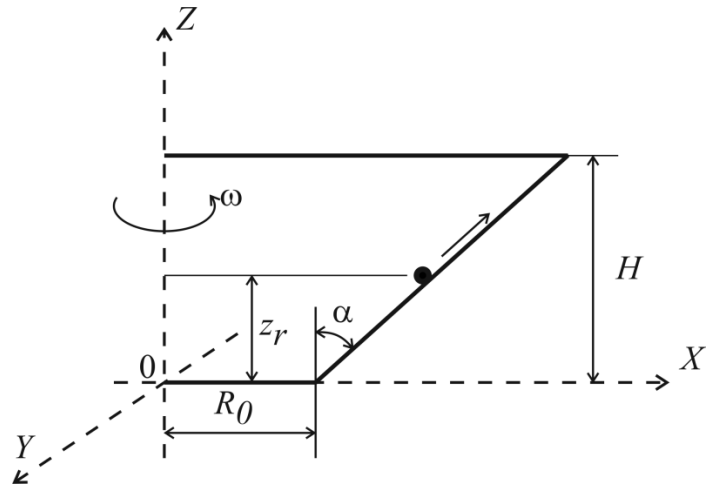


Рис. 1. Параметри кінцевого ротору відцентрового змішувача безперервної дії

Побудова траєкторії здійснювалась за допомогою програмного комплексу MatLab як розв’язок рівнянь 2 та 3. Значення змінної  $t$  змінювалось з кроком  $10^{-4}$  с починаючи від 0, що дозволило отримати гладку криву. Побудова траєкторії припинялась при виконанні умови  $z_r \geq H$ .

Аналіз результатів свідчить, що частинка з меншим коефіцієнтом тертя рухається по траєкторії з меншою кількістю витків та, відповідно, меншою довжиною і швидше покидає ротор. Суттєва різниця між часом перебування частинок в роторі може призвести до виникнення нерівномірного розподілу компонентів всередині отриманої суміші, що до зниження її якості. Водночас, занадто низька швидкість обертання або малий кут розтрубу ротора можуть призвести до того, що частинки суміші не зможуть покинути ротор за рахунок дії відцентрових сил, що призведе до припинення процесу змішування.

Таким чином, в якості функції цілі обрано функцію, що визначає різницю між часом перебування частинок різних компонентів всередині ротора:

$$F(R_0, \alpha, \omega, H, f_1, f_2) = |t_1(R_0, \alpha, \omega, H, f_1) - t_2(R_0, \alpha, \omega, H, f_2)|. \quad (4)$$

Значення функцій  $t_1$  та  $t_2$  визначались за допомогою ітераційного методу розв’язку нелінійних рівнянь Trust-region dogleg [4], що реалізований в системі MatLab, відносно змінної  $t$  при  $z_r = H$ .

Для розв’язку задачі пошуку оптимальних значень параметрів змішувача також задано діапазони зміни вхідних величин (табл. 1).

Таблиця 1

	$\alpha$ , град	$R_0$ , м	$\omega$ , $c^{-1}$	$H$ , м
Мінімальне значення	40	0,01	6,4	0,1
Максимальне значення	80	0,1	19,1	0,3

Значення коефіцієнту тертя першого компоненту  $f_1 = 0,01$ , другого –  $f_1 = 0,8$ .

Пошук оптимальних значень параметрів здійснювався із використанням методу внутрішньої точки [5], який дозволяє розв’язувати задачі випуклої оптимізації з умовами, що задані у вигляді нерівностей. Під час проведення розрахунків, кожен з параметрів, наведених у табл. 1, задавався у вигляді нерівності, наприклад:

$$40^\circ \leq \alpha \leq 80^\circ. \quad (5)$$

Враховуючи те, що загальний вигляд функції цілі не дає можливості однозначно стверджувати про наявність лише одного екстремуму, у дослідженні застосовано алгоритм пошуку глобального мінімуму [6], який включає наступні кроки:

1) Встановлюється перший локальний екстремум на основі використання початкових значень параметрів (за допомогою методу внутрішньої точки).

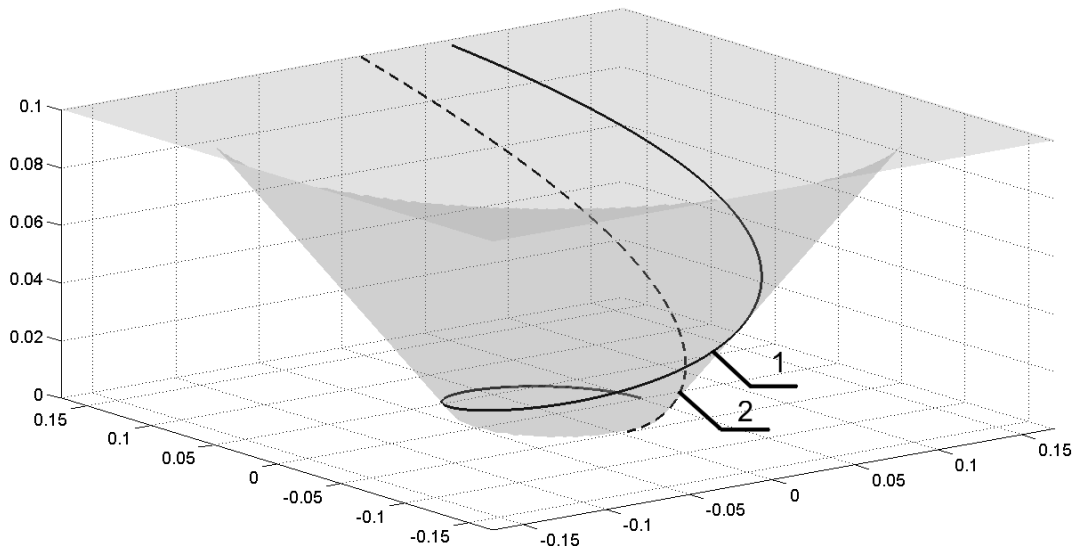


Рис. 2. Траєкторії руху частинок з різними коефіцієнтами тертя в кінчному роторі

2) Визначається множина нових точок за допомогою алгоритму пошуку розсіювання [7]. Кожна з цих точок знаходиться всередині області допустимих значень факторів та вважається потенційною стартовою точкою для пошуку нового локального мінімуму.

3) Для кожної нової точки визначається значення функції цілі.

4) Здійснюється аналіз отриманих значень, і для обраних точок повторюється процедура пошуку локальних екстремумів.

5) Формується вектор із значеннями функції цілі в точках отриманих екстремумів. Значення вектору відсортовуються в порядку зростання, таким чином, найкраще значення стає першим у результуючому векторі та обирається в якості глобального екстремуму.

В результаті проведеної оптимізації отримані наступні значення параметрів:  $\alpha = 79,70$ ,  $R_0 = 0,0675 \text{ м}$ ,  $\omega = 19,1 \text{ с}^{-1}$ ,  $H = 0,113 \text{ м}$ . При цьому різниця між часом перебування частинок всередині ротора складає  $3 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ .

Зазначимо, що запропонована у роботі процедура пошуку оптимальних значень параметрів кінчних роторів може бути повторена для будь-яких значень  $f_1$  та  $f_2$ , що дозволяє розраховувати змішувач виходячи із рецептур конкретних сумішей. Для сумішей, що складаються із більшої кількості компонентів, для розрахунків необхідно обрати компоненти, що мають мінімальне та максимальне значення коефіцієнтів тертя.

### Висновки

Результати проведених досліджень свідчать, що використання запропонованого методу оптимізації дозволяє розраховувати параметри відцентрових змішувачів безперервної дії таким чином, щоб забезпечити максимальну продуктивність технологічного процесу за рахунок забезпечення мінімальної різниці часу перебування компонентів суміші всередині ротору. Перевагою запропонованого методу є можливість його реалізації із використанням стандартних функцій, вбудованих в сучасні математичні пакети прикладних програм, що суттєво зменшує час на підготовку та проведення розрахунків.

### Література

1. Процеси та обладнання підготовчих виробництв легкої промисловості : навч. посіб. / [Бурмістенков О.П., Стародуб О.А., Місяць В.П. та ін.]. – К. : КНУТД, 2011. – 137 с.
2. Біла Т.Я. Автоматичні системи керування процесом змішування та режимами роботи змішувального обладнання / Т.Я. Біла, В.В. Стаценко // Вісник ХНУ. – 2006. – № 2. – С. 46–48.
3. Стаценко В.В. Розробка автоматизованого відцентрового змішувача безперервної дії з додатковою зоною змішування для сипких матеріалів легкої промисловості : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. Наук : 05.05.10 «Машини легкої промисловості» / Стаценко В.В. – К., 2007. – 21 с.
4. N.R. Conn, N.I.M. Gould, Ph.L. Toint. Trust-region methods. MPS/SIAM Series on Optimization, 2000.
5. R.A. Waltz, J.L. Morales, J. Nocedal and D. Orban, "An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps," Mathematical Programming, Vol 107, No. 3, 2006, pp. 391–408.
6. Ugray, Zsolt, Leon Lasdon, John C. Plummer, Fred Glover, James Kelly, and Rafael Martí. Scatter Search and Local NLP Solvers: A Multistart Framework for Global Optimization. INFORMS Journal on Computing, Vol. 19, No. 3, 2007, pp. 328–340.
7. F. Glover. "A template for scatter search and path relinking." Artificial Evolution (J.-K. Hao, E. Lutten, E. Ronald, M. Schoenauer, D. Snyers, eds.). Lecture Notes in Computer Science, 1363, Springer, Berlin/Heidelberg, 1998, pp. 13–54.