

**ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМІНІВ ТА РЕСУРСНОГО  
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РЕМОНТУ ОБЛАДНАННЯ**

*У статті встановлені економічно обґрунтовані терміни ремонту обладнання та оптимізовані обсяги і використання ресурсів ремонтних підрозділів. Показана математична еквівалентність різних постановок задач оптимізації ремонту обладнання. Визначені характеристики та з'ясовані засоби побудови функцій, потрібних для відповідних моделей.*

*Ключові слова: ремонт обладнання, оптимізація, тривалість, ресурси, прибуток.*

A. NESTEROV  
LLC «REMTEHMORPORT», Odessa

**OPTIMIZATION OF TERMS AND RESOURCES OF REPAIR EQUIPMENT**

*The aim of article is determination economically reasonable terms of repairing equipment and optimized use of resources and the volume of repair units. Losses from downtime repairs increase linearly with increasing downtime. Costs of repair with repair time increase, on the contrary, are reducing. Amount of losses from downtime and repair costs itself with increasing repair time first decreases and then increases. The conditions of minimum of this sum of losses and costs are determined. Mathematical equivalence of different performances optimization problems repairing equipment is shown. The characteristics and tools for building functions required for the respective models are found. Model of optimization of use of resources and the volume of repair units is also built. Thus our models make it possible to find optimal terms of repair and using of repair resources.*

*Keywords: repair equipment, optimization, duration, resources, profit.*

**Вступ**

Проблематика оптимізації процесів ремонту обладнання є актуальною як у практичному аспекті у зв'язку з великою кількістю застарілого обладнання, зокрема, у вітчизняних морських портах, так і у науковому, в силу невирішеності багатьох питань.

У відповідній літературі [1–5] здебільшого розглядаються лише питання надійності обладнання та визначення доцільних термінів його заміни, проте менше уваги приділяється встановленню економічно обґрунтованих термінів ремонту обладнання та обсягів використання ресурсів ремонтних підрозділів.

З нашої точки зору, ці задачі є важливими та цікавими. Тож метою даною статті є побудова та аналіз математичних моделей оптимізації термінів ремонту обладнання та обсягів і використання ресурсів ремонтних підрозділів.

**Основний матеріал**

Позначимо через  $t$  час ремонту певного обладнання, тоді функція втрат від простою цього обладнання на протязі  $t$  матиме вигляд  $V(t) = f \cdot t$ , де  $f$  – середній прибуток від експлуатації обладнання за одиницю часу. Лінійний характер функції  $V(t)$  спрощує її побудову – потрібно лише визначити кутовий коефіцієнт  $f$ .

Значно складніше побудувати функцію витрат  $R(t)$  на проведення ремонту за термін  $t$ . Звичайно,  $R(0) = \infty$  (термін ремонту не може бути зведений нанівець), при  $t \rightarrow \infty$   $R(t) \rightarrow r > 0$  (навіть при низькій інтенсивності ремонту певні витрати на нього залишаються). Із загальних економічних міркувань функція  $R(t)$  має бути спадною та опуклою вниз, оскільки кожне подальше скорочення терміну ремонту на одиницю часу коштуватиме все більших витрат.

Одним із засобів побудови залежності  $R(t)$  є розробка сітьового графіку [3] ремонту обладнання, що розглядається. Задаючи різні ресурси (сумарною вартістю  $R$ ) та оптимізуючи їх розподіл на виконання робіт сітьового графіку, одержуємо певні значення критичного шляху, найменше з яких становитиме значення  $t$ , відповідне цьому  $R$ . На підставі отриманої таким чином сукупності точок  $(R_i, t_i), i = 1, \dots, n$  шукана залежність  $R(t)$  відтворюється методами математичної статистики.

Нарешті, будемо функцію сумарних втрат, пов'язаних з ремонтом,  $W(t) = V(t) + R(t)$  та знаходимо  $t$ , яке її мінімізує (рис. 1).

В точці мінімуму  $t^*$   $\frac{dW(t^*)}{dt} = \frac{dV(t^*)}{dt} + \frac{dR(t^*)}{dt} = f + \frac{dR(t^*)}{dt} = 0$ , звідси  $\frac{dR(t^*)}{dt} = -f$ , що й показано на рис. 1.

Саме в точці з оптимальною абсцисою  $t^*$  пряма, симетрична прямій втраченого прибутку відносно горизонтальної осі, торкається як дотична до кривої витрат на ремонт.

Друга похідна  $\frac{d^2W(t^*)}{dt^2} = \frac{d^2R(t^*)}{dt^2} > 0$ , оскільки функція  $R(t)$  опукла вниз, отже, в точці  $t^*$  саме

мінімум.

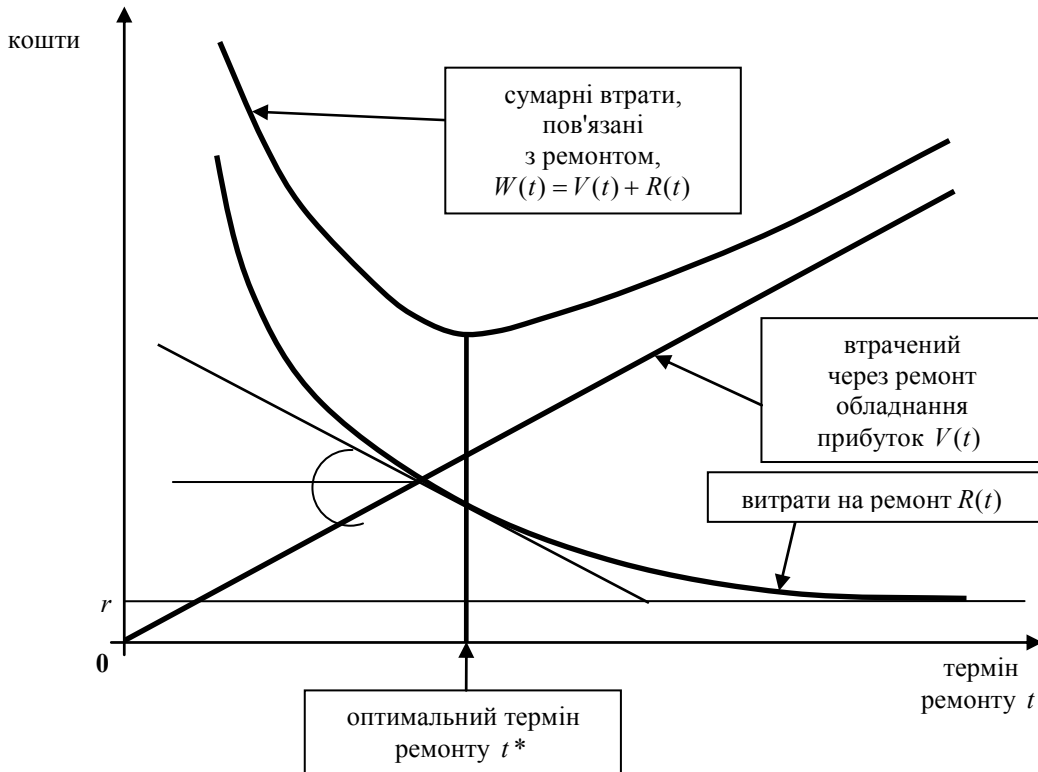


Рис. 1. Оптимізація терміну ремонту за критерієм мінімуму сумарних втрат, пов'язаних з ремонтом

Легко бачити, що із збільшенням середнього прибутку від експлуатації обладнання за одиницю часу  $f$  (й відповідним зростанням кута нахилу прямої  $V(t)$ ) оптимальний термін ремонту  $t^*$  скорочується, і навпаки, із зменшенням  $f$  підвищується  $t^*$ , тобто  $t^*$  є спадною функцією  $f$ .

З іншого боку, чим слабкіша залежність витрат на ремонт  $R$  від його терміну  $t$ , тим меншим буде оптимальний термін ремонту  $t^*$ , і навпаки, із зростанням еластичності витрат на ремонт  $R'(t)$  його оптимальний термін  $t^*$  збільшується.

Принциповий вигляд залежності оптимального терміну ремонту  $t^*$  від питомого прибутку  $f$  за різних значень еластичності витрат  $R'$  показано на рис.2.

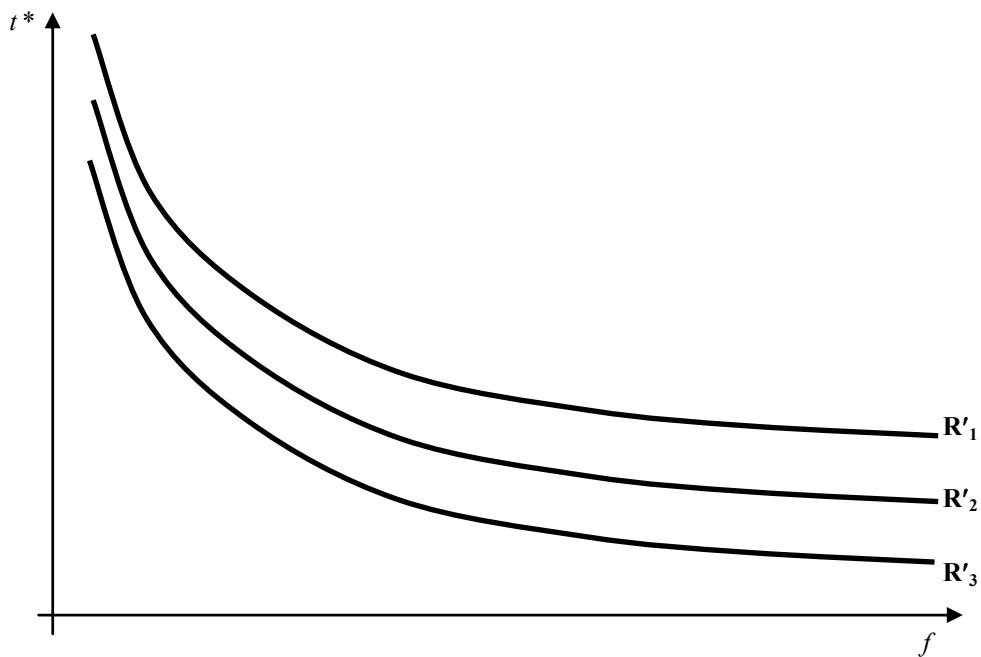


Рис. 2. Принциповий вигляд залежності  $t^*(f, R)$ ,  $R'_1 > R'_2 > R'_3$

Якщо ввести певний нормативний термін ремонту  $T$ , можна розглядати вже не втрачений через ремонт прибуток  $V(t)$ , а отриманий завдяки достроковому закінченню ремонту за час  $t < T$  прибуток

$F(t) = f \cdot (T - t)$ . Відповідно  $R(t)$  трактується вже як додаткові витрати на скорочення термінів ремонту порівняно з нормативними,  $R(T) = 0$ . Тоді задача перетворюється на максимізацію прибутку від дострокового завершення ремонту (рис. 3):  $D(t) = F(t) - R(t) \rightarrow \max$

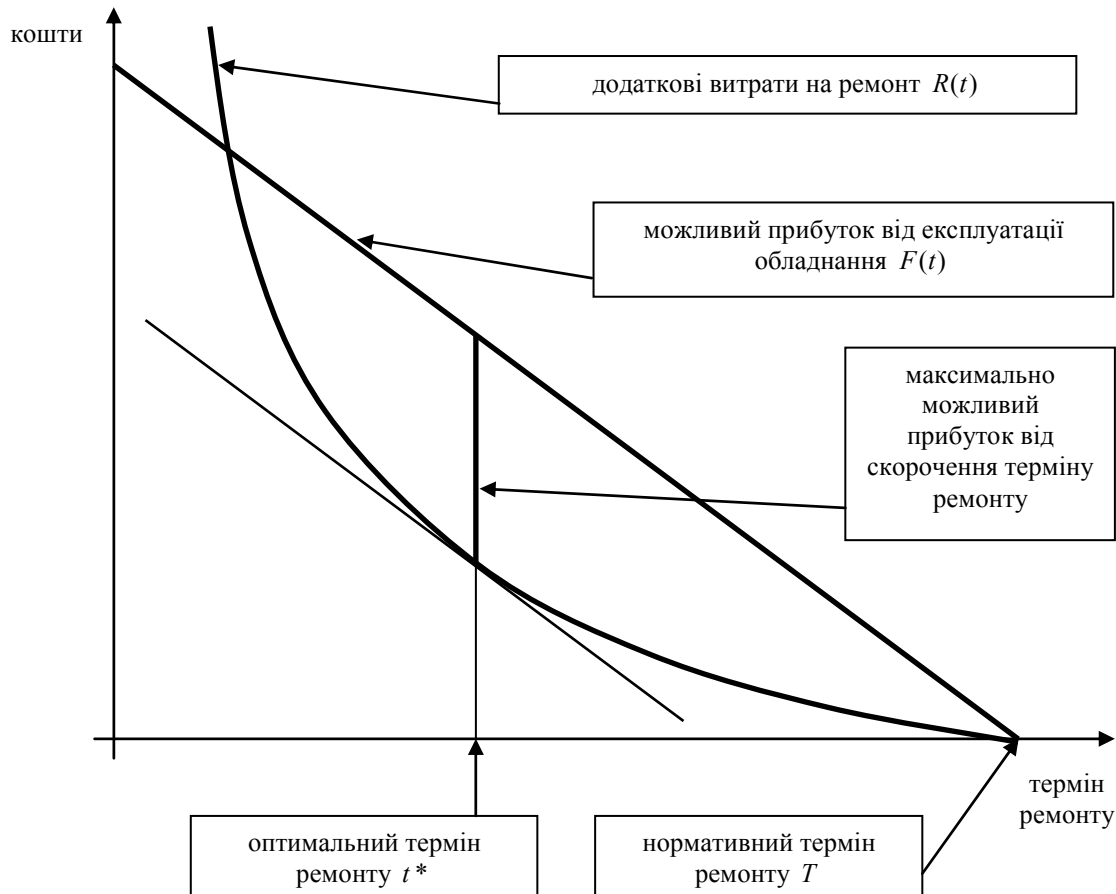


Рис. 3. Оптимізація терміну ремонту за критерієм максимізації прибутку

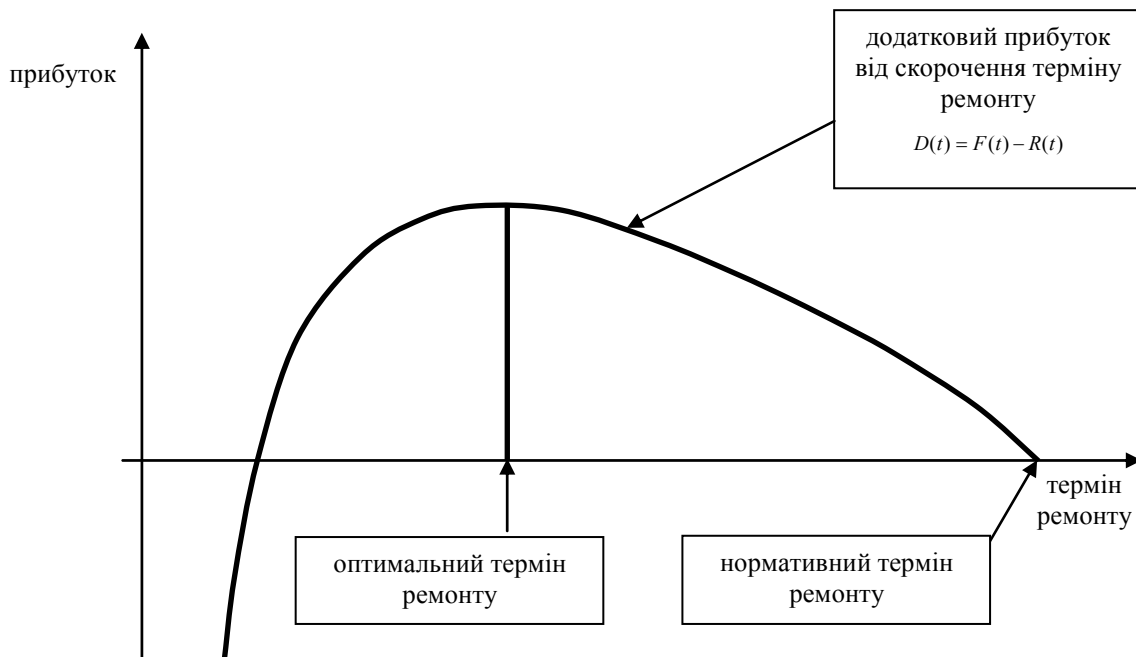


Рис. 4. Залежність прибутку від терміну ремонту

В явному вигляді цей прибуток показаний на рис. 4. В оптимальній точці  $t^*$

$$\frac{dD(t^*)}{dt} = \frac{dF(t^*)}{dt} - \frac{dR(t^*)}{dt} = -f - \frac{dR(t^*)}{dt} = 0,$$

звідси  $\frac{dR(t^*)}{dt} = -f$ , що співпадає з раніше встановленою умовою оптимальності, тобто розглянуті підходи, при певних економічних відмінностях, математично тотожні.

Друга похідна  $\frac{d^2D(t^*)}{dt^2} = \frac{d^2R(t^*)}{dt^2} < 0$ , оскільки функція  $R(t)$  опукла вниз, отже, в точці  $t^*$  саме максимум.

При меншому за  $t^*$  терміні ремонту пов'язане з цим скороченням зростання витрат не буде компенсоване відповідним приростом прибутку. При більшому за  $t^*$  терміні ремонту втрати від простою стають більшими за величину додаткових витрат на прискорення ремонту.

Узагальнимо тепер цей підхід на випадок  $n$  видів обладнання, що підлягає ремонту послугами певного ремонтного підрозділу. Позначимо вектор ресурсів цього підрозділу через  $b = \{b_j, j = 1, \dots, m\}$ . Витрати, пов'язані з придбанням та використанням вектору ресурсів  $b$ , описуються функцією  $W(b)$ . З цих ресурсів  $b$  на ремонт саме обладнання виду  $i$  виділяється  $x_i, i = 1, \dots, n$ .

Принциповий вигляд залежності терміну ремонту  $t_i$  обладнання виду  $i$  від виділених йому ресурсів  $x_i, i = 1, \dots, n$ , показаний на рис.5. Функції спадні та опуклі вниз.

Втрати від простою обладнання виду  $i$  на протязі терміну  $t_i$  описуються, як і раніше, лінійними функціями  $V_i(t_i) = -f_i \cdot t_i$ , тоді  $\frac{\partial V_i}{\partial x_{ij}} = \frac{dV_i}{dt_i} \cdot \frac{\partial t_i}{\partial x_{ij}} = -f_i \cdot \frac{\partial t_i}{\partial x_{ij}}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$ .

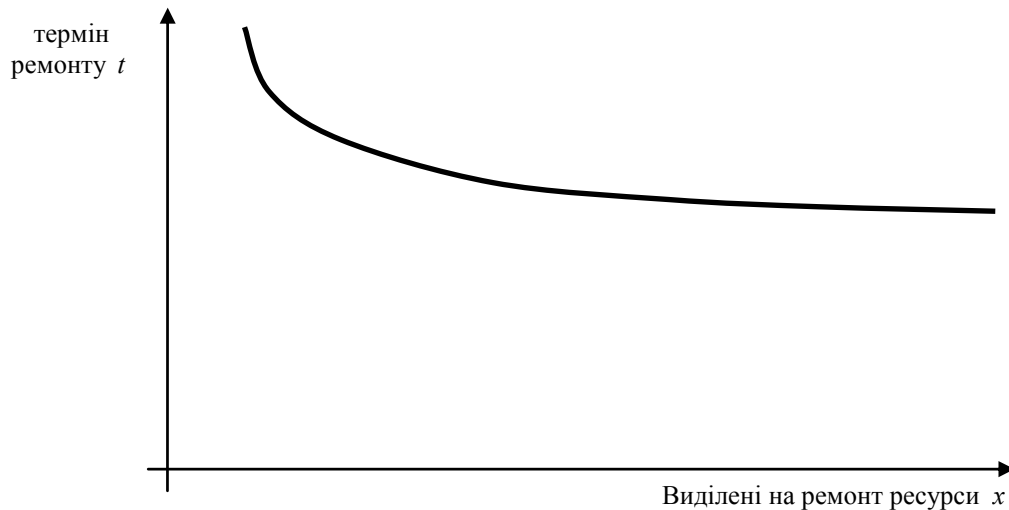


Рис. 5. Принциповий вигляд залежностей  $t(x)$

Задача оптимізації складу та використання ремонтних ресурсів має вигляд:

$$W(b) + \sum_{i=1}^n V_i(t_i(x_i)) \rightarrow \min, \sum_{i=1}^n x_i \leq b, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n.$$

Умови оптимальності складу  $b^* = \{b_j^*\}$  та розподілу між видами обладнання  $\{x_i^*\} = \{x_{ij}^*\}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$  ремонтних ресурсів:

$$-f_1 \cdot \frac{\partial t_1(x_1^*)}{\partial x_{1j}} = -f_2 \cdot \frac{\partial t_2(x_2^*)}{\partial x_{2j}} = \dots = -f_n \cdot \frac{\partial t_n(x_n^*)}{\partial x_{nj}} = \frac{\partial W(b^*)}{\partial b_j} = p_j, j = 1, \dots, m,$$

де  $p_j$  виступає в якості оптимальної ціни відповідного виду ремонтних ресурсів.

Як приклад такої задачі розглянемо оптимізацію процесу технічного обслуговування обладнання. Ремонтними ресурсами тут виступають фахівці відповідних кваліфікацій.

Позначимо:

$x_j$  – кількість робітників кваліфікації  $j$  у ремонтному підрозділі, чол.,  $j = 1, \dots, m$ ;

$T_j$  – річний фонд робочого часу робітника кваліфікації  $j$ , год.,  $j = 1, \dots, m$ ;

$W_j$  – річна оплата праці робітника кваліфікації  $j$ , грн.,  $j = 1, \dots, m$ ;

$a_{ikj}$  – трудомісткість виконання роботи  $k$  на обладнанні виду  $i$  фахівцями кваліфікації  $j$ , чол-

год.,  $i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, L_i, j = 1, \dots, m$ ;

$f_i$  – втрати від простою обладнання виду  $i$  в одиницю часу, грн./год.,  $i = 1, \dots, n$ .

Тоді задача оптимізації має вигляд:

$$\sum_{i=1}^n f_i \sum_{k=1}^{L_i} \max\{a_{ikj} / x_j\} + \sum_{j=1}^m W_j \cdot x_j \rightarrow \min$$

$$T_j \cdot x_j \geq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{L_i} a_{ikj}, j = 1, \dots, m.$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, m.$$

Терміни обслуговування обладнання визначаються за максимальною з усіх потрібних кваліфікацій тривалістю виконання кожної роботи. Збільшенням штатної кількості робітників можна скоротити терміни обслуговування (та, відповідно, простою) обладнання, проте при цьому зростають витрати на зарплату.

Проводиться оптимізація штатної чисельності робітників усіх кваліфікацій за критерієм мінімуму сумарних втрат від простою обладнання та витрат на його обслуговування і ремонт – за умови, що штатної чисельності повинно бути достатньо для виконання всіх передбачених регламентом робіт (інша справа – в які терміни).

Відповідні розрахунки були виконані на реальних даних з допомогою опції “Пошук розв'язку” пакету EXCEL. Результати підтвердили теоретичні уявлення, що із збільшенням значень параметрів  $f_i$  оптимальна штатна чисельність зростає, при збільшенні ж величин  $W_j$  вона зменшується, та дали змогу зробити конкретні практичні рекомендації.

### Висновки

Таким чином, встановлені умови оптимальності тривалості ремонту обладнання, виходячи з мінімізації функції суми втрат від простою в ремонті та витрат на власне виконання самого ремонту в той чи інший термін. З'ясовані властивості відповідних залежностей та вказані засоби їх побудови. Показана математична еквівалентність різних постановок задач оптимізації тривалостей ремонту. Здійснено узагальнення моделі на випадок множини видів обладнання, знайдені умови оптимальності обсягу та розподілу ремонтних ресурсів.

### Література

1. Жардин Э. Техническое обслуживание оборудования. Исследование операций : в 2 т. Т. 2: Модели и применения / Жардин Э. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1981. – С. 344–363.
2. Акоф Р. Задачи замены, ремонта и определения надежности оборудования. Основы исследования операций / Акоф Р., Сасиени М. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1971. – С. 249–279.
3. Кофман А. Сетевые методы планирования / Кофман А., Дебазей Г. ; пер. с франц. – М. : Прогресс, 1968. – 274 с.
4. Холоденко А.М. Системная оптимизация сроков эксплуатации порталных кранов / А.М. Холоденко, Н.В. Пустовая // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: технический прогресс и эффективность производства : Сб. науч. трудов. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2003. – Вып. 22. – С. 7–9.
5. Пустовая Н.В. Влияние экономических и временных характеристик процессов монтажа и функционирования порталного крана на оптимальный срок его эксплуатации / Н.В. Пустовая // Методи та засоби управління розвитком транспортних систем : зб. наук. праць. – Одеса : ОНМУ, 2003. – Вип. 6. – С. 113–127.

Рецензія/Peer review : 21.11.2016 р.

Надрукована/Printed : 12.12.2016 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. В.М. Пустовий