

## АНАЛІЗ СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОГРАМНО РЕАЛІЗОВАНОГО ПРИСТРОЮ ФАПЧ

Ця стаття присвячена дослідженню та аналізу статичних характеристик програмно реалізованого пристрою ФАПЧ першого порядку. В статті наводиться структурна схема пристрою ФАПЧ та коротко пояснюється принцип роботи його основних компонентів. Також зображено блок-схему апаратної частини пристрою та алгоритм роботи програми. В статті представлено результати вимірювання смуги утримання ФАПЧ залежно від його параметрів, а також вплив початкового частотного розузгодження на різницю фаз між вхідним та вихідним сигналами в режимі синхронізму. Насамкінець, в статті пояснюється вплив паразитних нелінійних спотворень у фазовому детекторі на вигляд статичних характеристик.

**Ключові слова:** статична характеристика, програмно реалізований пристрій ФАПЧ, пристрій ФАПЧ першого порядку, початкове частотне розузгодження, фазовий детектор, опорна частота ГКН.

S.I. ALTUNIN

Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine

### ANALYSIS OF THE STATIC CHARACTERISTICS OF THE SOFTWARE PHASE-LOCKED LOOP

The goal of this article is to carry out a research and analysis of the static characteristics of the 1<sup>st</sup> order software PLL. The article provides a block diagram of the PLL and briefly explains the principle of operation of its main components. The paper also shows a block diagram of hardware part of the PLL as well as an algorithm of the software part of the PLL. The article presents the results of measurement of PLL hold range depending on its parameters and an impact of initial frequency offset on the phase difference between input and output signals in locked state. Obtained diagrams of the PLL static characteristics show, that if PLL hold range is small, the phase difference between input and output signals is defined solely by normalized initial frequency offset. However, as hold range value approaches to the center frequency of the VCO, the PLL static characteristics become affected by non-linear distortions in phase detector. These distortions also cause PLL hold range asymmetry relative to the center frequency of the VCO. Consequently, 1<sup>st</sup> order PLLs are not widely used because it is harder to ensure proper filtering of spurious harmonics there, than in higher order PLL.

**Keywords:** static characteristic, software PLL, first-order PLL, initial frequency offset, phase detector, center frequency of VCO.

#### Постановка проблеми

Будь-яка радіоелектронна апаратура, яка є складовою частиною систем радіолокації чи телекомунікацій не зможе виконувати свого призначення при відсутності системи фазової синхронізації (СФС). Найпростішим прикладом такої системи є пристрій фазового автоматичного підстроювання частоти (ФАПЧ), який є водночас досить універсальним, адже він здатний виконувати різноманітні функції, такі як: відновлення несучої частоти, кутова модуляція і демодуляція, перетворення частоти, підсилення сигналів з кутовою модуляцією, синтез частот тощо [1]. Тому надійність систем радіолокації, керування чи обміну інформацією залежить від характеристик ФАПЧ, який повинен забезпечити синхронізацію в будь-яких умовах експлуатації, і в першу чергу – в статичному режимі роботи.

#### Аналіз останніх джерел

Статичний режим роботи ФАПЧ є досліджений достатньо детально, причому як аналітично [2–4], так і з допомогою імітаційного моделювання [5–7]. Тим не менше, дедалі більш поширеними стають цифрові пристрої ФАПЧ (ЦФАПЧ), які поступово витісняють аналогові ФАПЧ, причому варіантів реалізації ЦФАПЧ є досить багато. Тому **метою цієї роботи** є провести аналіз статичного режиму роботи ФАПЧ на експериментально розробленому, програмно реалізованому пристрої.

**Завданням цієї статті** є дослідити вплив початкового частотного розбалансу на різницю фаз між вхідним та вихідним сигналом, а також визначити смугу утримання пристрою ФАПЧ.

#### Будова пристрою ФАПЧ та його математична модель

Структурна схема програмно реалізованого пристрою ФАПЧ зображена на рис. 1.

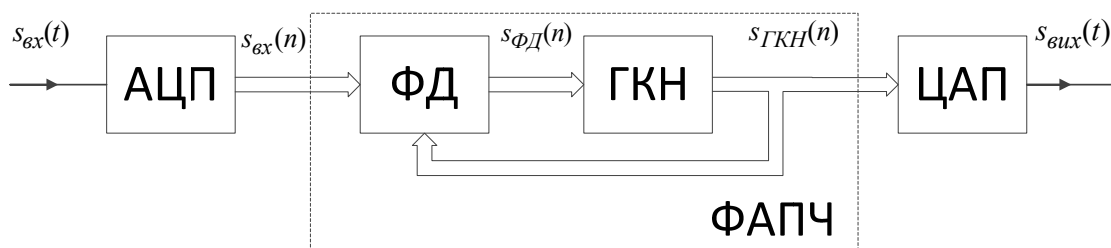


Рис. 1. Структурна схема безфільтрового пристрою ФАПЧ

Як видно з рис. 1, досліджуваний ФАПЧ є пристроєм 1-го порядку, оскільки він не містить у собі фільтра, який, як правило, розташований за фазовим детектором. Фазовий детектор (ФД) та генератор, керований напругою (ГКН), є програмно реалізованими і оперують цифровими сигналами, тому на вході та

виході схеми присутні АЦП і ЦАП відповідно.

Передавальна функція такого пристрою ФАПЧ матиме вигляд [2]:

$$H(s) = \frac{1}{1 + s / K_0 K_{\Phi Д}} = \frac{K_0 K_{\Phi Д}}{s + K_0 K_{\Phi Д}}, \quad (1)$$

де  $K_{\Phi Д}$ ,  $K_0$  – коефіцієнти передачі ФД та ГКН відповідно,  $s$  – комплексна змінна.

ФД в цьому пристрої виконує роль перемножувача відліків вхідного та вихідного сигналів. Нехай в режимі синхронізму вхідний сигнал з еталонного генератора (ЕГ) описується виразом  $u_{вх}(n) = A_{вх} \sin(\omega_0 n \Delta T + \theta_{вх})$ , а вихідний –  $u_{вих}(n) = A_{вих} \cos(\omega_0 n \Delta T + \theta_{вих}(n))$ , де  $A_{вх}$  та  $A_{вих}$  – амплітуди вхідного та вихідного сигналів відповідно,  $\omega_0$  – опорна частота ГКН,  $\Delta T$  – інтервал дискретизації,  $\theta_{вх}$  – початкова фаза вхідного сигналу,  $\theta_{вих}(n)$  – поточна фаза вихідного сигналу з ГКН. Тоді сигнал на його виході визначається через різницю фаз між цими сигналами  $\theta(n) = \theta_{вх} - \theta_{вих}(n)$ :

$$s_{\Phi Д}(n) = K_{\Phi Д} \sin(\theta(n)) + K_{\Phi Д} \sin(2\omega_0 n \Delta T + \theta(n)), \quad (2)$$

де  $K_{\Phi Д} = A_{вх} A_{вих} / 2$  – коефіцієнт передачі фазового детектора.

Попри те, що даний пристрій ФАПЧ є безфільтровим, його ФД містить у собі широкосмуговий фільтр, який придушує другу складову у виразі (2). За умови  $\theta(n) \ll 1$ , математична модель ФАПЧ стає лінеаризованою:

$$s_{\Phi Д}(n) = K_{\Phi Д} \theta(n). \quad (3)$$

ГКН цього пристрою реалізований як класичний DDS-синтезатор, складовими частинами якого є фазовий акумулятор великої розрядності, де постійно накопичується цифровий код (пропорційний поточній фазі гармонічного коливання) та перетворювач фаза-рівень, де цей код перетворюється на цифрове значення відліку синусоїдального коливання. Детально принцип роботи такого синтезатора описано в [8].

Сигнал на виході ГКН є гармонічним коливанням:

$$s_{ГКН}(n) = \cos(\varphi(n)), \quad (4)$$

фаза сигналу якого  $\varphi(n)$  керується сигналом з ФД [9]:

$$\varphi(n) = \omega_0 \cdot \Delta T \cdot n + \theta_{вих}(n) = \omega_0 \cdot \Delta T \cdot n + (K_0 s_{\Phi Д}(n-1) + \theta_{вих}(n-1)), \quad (5)$$

де  $K_0$  – коефіцієнт передачі ГКН.

#### Апаратна і програмна частини пристрою ФАПЧ

Блок-схема експерименту зображена на рис. 2. Апаратна частина програмно реалізованого пристрою ФАПЧ розроблена на основі високопродуктивної демонстраційної плати STM32F4 Discovery. Крім самої плати, блок-схема також містить генератор гармонічних коливань, осцилограф, ПК та перетворювач USB-to-Serial для забезпечення обміну даними між ПК і мікроконтролером по інтерфейсу UART. Детальніша інформація з приводу роботи цієї схеми та основних параметрів демонстраційної плати STM32F4 Discovery наведена в роботі [9].

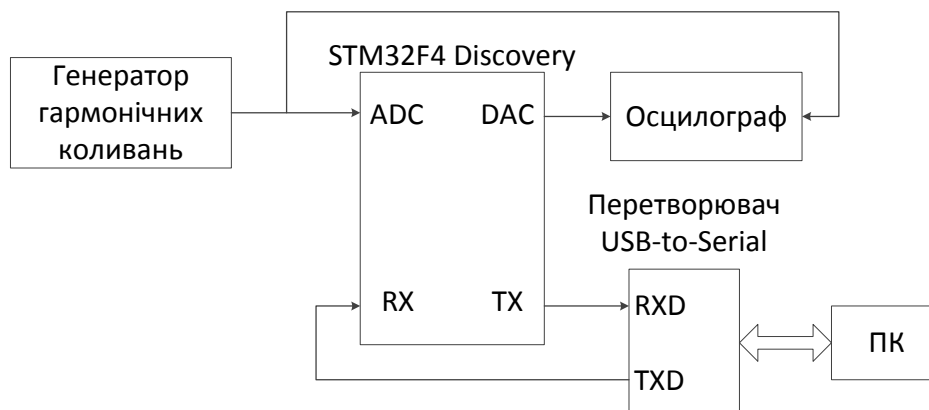


Рис. 2. Блок-схема експерименту (аналогічна схемі в роботі [9])

Програмне забезпечення розроблене в середовищі Keil  $\mu$ Vision 5.15 з використанням стандартної бібліотеки периферії SPL. Алгоритм роботи ПЗ зображений на рис.3. Він майже повністю аналогічний алгоритму роботи ФАПЧ з роботи [9], тільки в цьому експерименті ФАПЧ є безфільтровим, тому сигнал з ФД відразу поступає на ГКН.

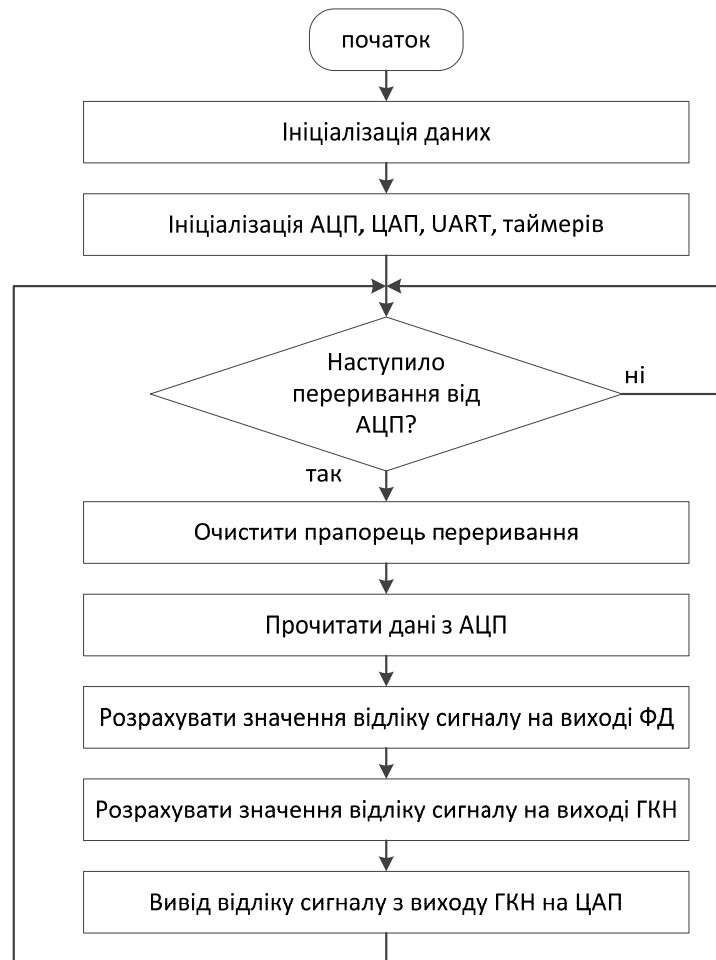


Рис. 3. Алгоритм роботи ПЗ при замкнутому контурі зворотного зв'язку [9]

Всі інші функціональні блоки безфільтрового ФАПЧ та пристрою ФАПЧ з роботи [9] є однаковими, в тому числі і ГКН. В [9] детально описаний механізм роботи такого ГКН в конкретному реалізованому пристрої та зображений алгоритм його роботи.

### Результати вимірювання смуги утримання

Перед дослідженням статичних характеристик програмно-реалізованого пристрою ФАПЧ було задано значення частоти дискретизації  $F_d = 100$  кГц (інтервал дискретизації  $\Delta T = 10$  мкс), опорної частоти ГКН  $f_0 = 5$  кГц, та частоти зрізу ширококутового фільтра в ФД  $f_{sp} = 5$  кГц.

Спочатку було визначено смуги утримання програмно-реалізованого пристрою ФАПЧ в різних напрямках від опорної частоти при різних значеннях коефіцієнтів передачі ФД і ГКН. Результати вимірювань наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

### Результати вимірювання смуги утримання пристрою ФАПЧ

$K_{ФД}$	$K_0$	Ліва частина смуги утримання $-f_v$ , Гц	Права частина смуги утримання $+f_v$ , Гц
0,05	0,05	-38,1	38,7
0,1	0,05	-78,9	81,1
0,25	0,05	-199	204
0,25	0,1	-401	414
0,25	0,2	-807	828
0,5	0,2	-1621	1669
0,5	0,25	-2046	2094
0,5	0,5	-4025	4003

З отриманих значень видно, що величини лівої і правої частин смуг утримання не є однаковими. Це пояснюється наявністю нелінійних спотворень у фазовому детекторі через те, що частотна характеристика фільтра не є ідеальною. При перемноженні сигналів, крім низькочастотної складової формується високочастотна гармоніка, частота якої рівна сумі частот вхідного та вихідного сигналів ФАПЧ. Це означає,

що для вхідних сигналів з різними частотами, наприклад,  $f_1 = f_0 - \Delta f$  та  $f_2 = f_0 + \Delta f$ , частота такої гармоніки також відрізнятиметься, а отже, коефіцієнт передачі широкосмугового фільтра у ФД для цих двох випадків також буде різним і водночас недостатньо малим, щоб цими спотвореннями можна було знехтувати. У вихідному сигналі нелінійні спотворення проявлятимуться в коливаннях його фази, і амплітуди цих коливань будуть різними для сигналів з частотами  $f_1$  та  $f_2$ , причому відрізнятимуться вони тим більше, чим більший буде початкове частотне розузгодження  $\Delta f$ . З цієї причини смуга утримання сигналу не буде симетричною відносно опорної частоти ГКН.

**Результати вимірювання статичних характеристик пристрою ФАПЧ**

Крім того, було досліджено вплив початкового частотного розузгодження  $\Delta f$  (в межах смуги утримання) на різницю  $\theta$  фаз між вхідним та вихідним сигналами. Для зручності сприйняття результатів було введено параметр нормованого початкового частотного розузгодження  $\gamma = \Delta f / f_y$ . Результати експерименту представлені на рис. 4 для трьох різних наборів значень  $K_0$  та  $K_{\phi Д}$ .

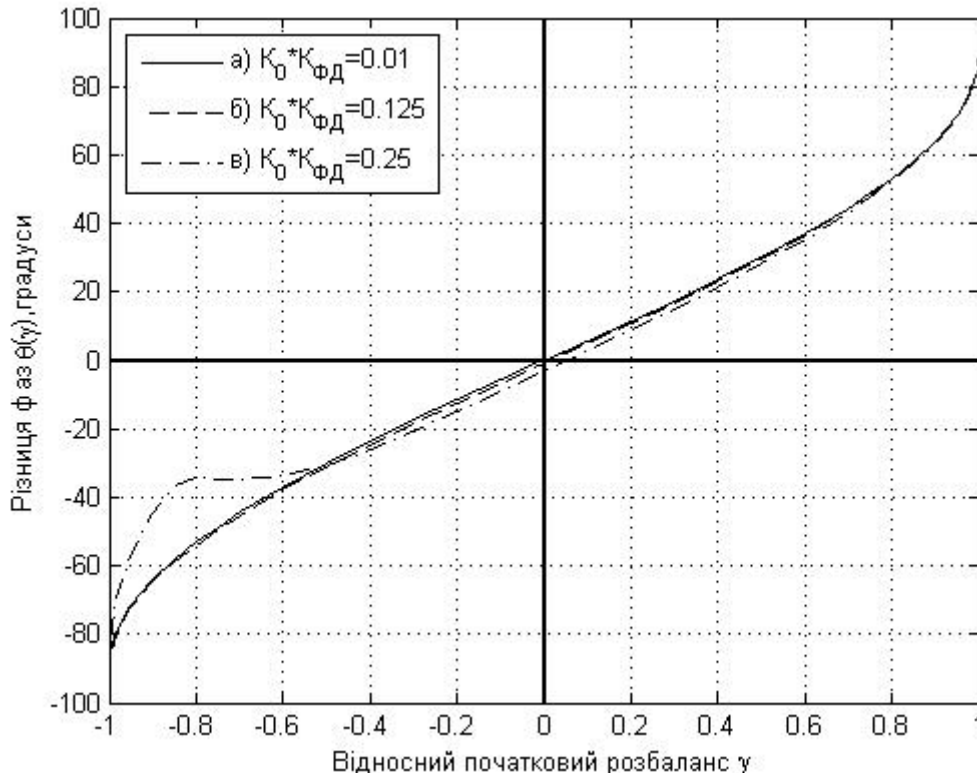


Рис. 4. Залежність різниці фаз між вхідним та вихідним сигналами в режимі синхронізму від нормованого початкового частотного розбалансу: а)  $K_0 \cdot K_{\phi Д} = 0,01$ ; б)  $K_0 \cdot K_{\phi Д} = 0,125$ ; в)  $K_0 \cdot K_{\phi Д} = 0,25$

З отриманих графіків бачимо, що отримані криві мають форму близьку до функції арксинуса. Власне такою функцією описуються статичні характеристики аналогових ФАПЧ першого порядку [10]. Крім того, для малих коефіцієнтів підсилення пристрою ФАПЧ ( $K_0 \cdot K_{\phi Д} < 0,125$ ) криві на рис. 4 практично збігаються. При подальшому збільшенні коефіцієнтів підсилення ФД та ГКН через наявність високочастотної складової форма вихідного сигналу сильно спотворюється, причому чим більший частотний розбаланс, тим гірше. Через це визначити різницю фаз між таким спотвореним коливанням та сигналом з еталонного генератора стає проблематично, адже втрачається зміст поняття «фази» для такого сигналу.

Приклад такої ситуації наведений на рис. 5 – тут зображено форми вихідного сигналу при різних значеннях початкового розбалансу. Параметри цього ФАПЧ були навмисно вибрані такими, щоб забезпечити йому широку смугу утримання (близько 4 кГц на кожную сторону від опорної частоти), співмірну із значенням опорної частоти ФАПЧ (5 кГц). У випадку початкового частотного розбалансу  $\Delta f = -2$  кГц (рис. 5а) вихідний сигнал є більш спотворений, ніж при  $\Delta f = +2$  кГц (рис. 5б). Про це свідчать також і графіки різниці фаз – амплітуда коливань різниці фаз є на суттєво меншою (в 5 разів). Для випадків  $\Delta f = -4$  кГц та  $\Delta f = +4$  кГц (рис. 5в,г) контраст проявляється ще більше.

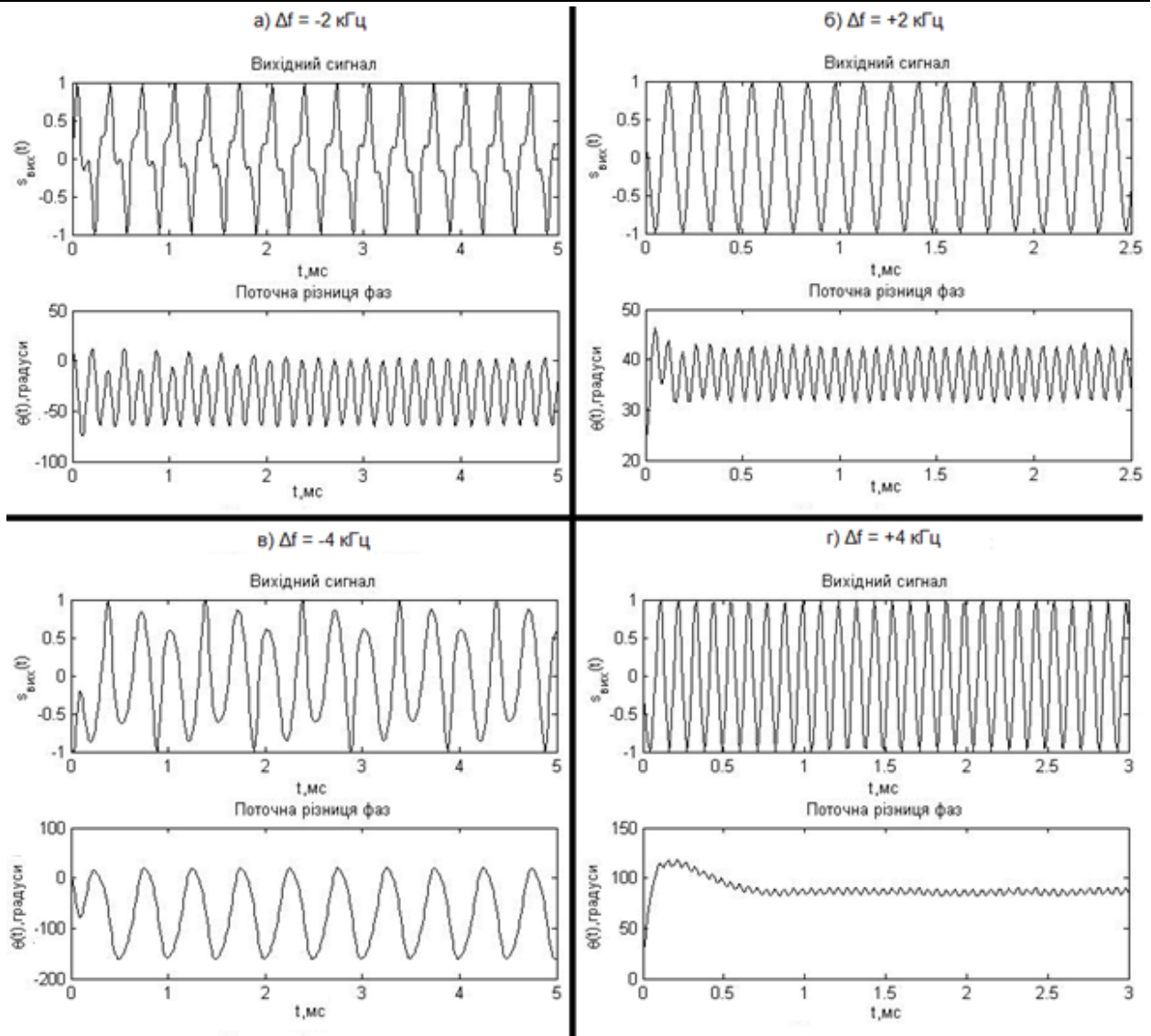


Рис. 5. Форми вихідних сигналів для різних випадків початкового частотного розбалансу та динаміка зміни різниці фаз між сигналами в часі: а)  $\Delta f = -2$  кГц; б)  $\Delta f = +2$  кГц; в)  $\Delta f = -4$  кГц; г)  $\Delta f = +4$  кГц

Графіки на рис. 5 демонструють вплив нелінійних спотворень лише для декількох можливих вхідних сигналів. Тому було проведено експерименти для значно більшої вибірки сигналів з різними частотами (в межах смуги утримання), їх результати було узагальнено і представлено на рис. 6. Тут побудовані статичні характеристики ФАПЧ з великою смугою пропускання ( $2 \cdot f_y = 8028$  Гц) для двох різних значень опорної частоти ГКН, а також відповідні характеристики при повній відсутності фільтрації подвійної складової. З графіків бачимо, що чим більшою є смуга утримання сигналу по відношенню до опорної частоти, тим більш спотвореною буде статична характеристика в зоні нижчих частот. Відсутність фільтрації ще більше посилює асиметричність цієї характеристики.

### Висновки

Отримані результати дослідження статичних характеристик програмно-реалізованого пристрою ФАПЧ першого порядку наочно дозволяють пояснити, яким чином пристрій ФАПЧ зберігає режим синхронізму – доки різниця фаз між вхідним та вихідним сигналами залишається в заданих межах ( $\pm 90^\circ$ ), доти сигнал на виході ФАПЧ повторює форму вхідного сигналу з ЕГ, і ці межі визначають смугу утримання ФАПЧ. За межами смуги утримання різниця фаз виходить за ці межі і тоді настає зрив синхронізації.

Крім того, результати експерименту показали основний недолік безфільтрового ФАПЧ – наявність нелінійних спотворень, що можуть бути спричинені недостатньою фільтрацією побічних складових сигналу на виході детектора. У випадку, коли смуга утримання значно менша від опорної частоти ГКН, рівень цих спотворень достатньо малий, щоб ними можна було знехтувати. Проте при великих значеннях смуги утримання (співмірних з опорною частотою) ці спотворення суттєво впливають на статичну характеристику пристрою ФАПЧ. Тому збільшувати смугу утримання такого пристрою нерационально, через що на практиці безфільтрові ФАПЧ практично не використовуються.

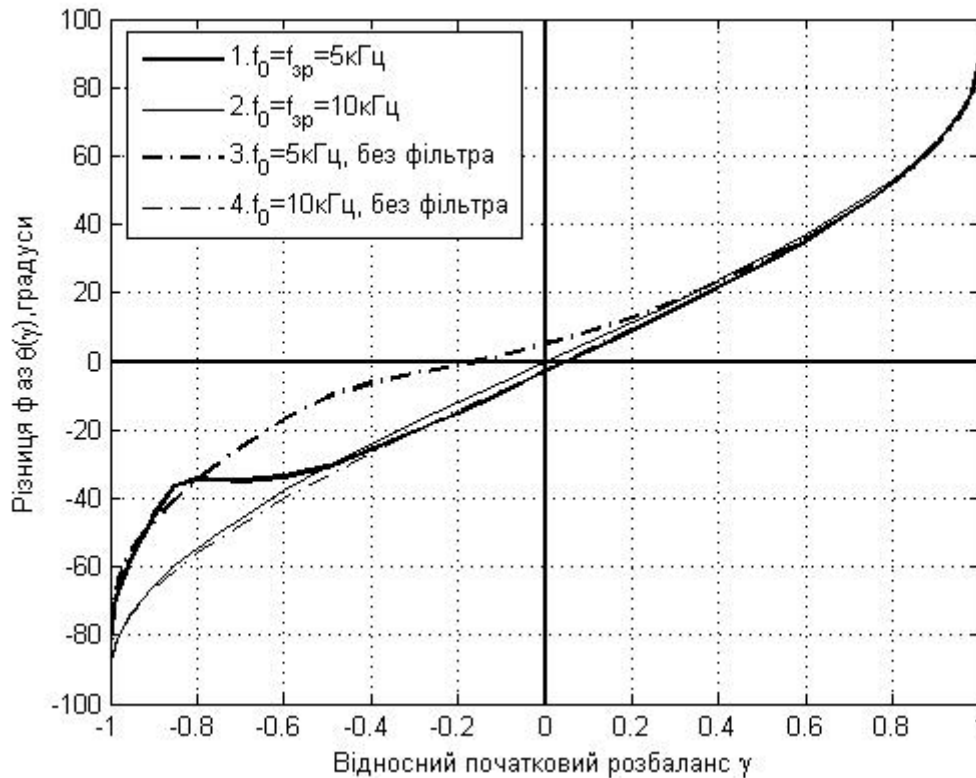


Рис. 6. Статистичні характеристики пристрою ФАПЧ при різних значеннях опорної частоти ГКН  $f_0$  та частоти зрізу фільтра  $f_{3p}$ :  
1)  $f_0 = f_{3p} = 5$  кГц; 2)  $f_0 = f_{3p} = 10$  кГц; 3)  $f_0 = 5$  кГц, без фільтра; 4)  $f_0 = 10$  кГц, без фільтра

### Література

1. Basab Bijoy Purkayastha A Digital Phase Locked Loop based Signal and Symbol Recovery System for Wireless Channel. Basab Bijoy Purkayastha, Kandarpa Kumar Sarma. New Delhi: Springer, 2015. 254 p.
2. Best R.E. Phase-locked loops: design, simulation, and applications (professional engineering). New York: McGraw-Hill Companies Inc., 2003. 436 с.
3. Gardner F. M. Phaselock Techniques. New Jersey: Wiley, 2007. 425 p.
4. Abramovitch D. Phase-Locked Loops: A Control Centric Tutorial. Proceedings of the 2002 ACC. Agilent Laboratories, Palo Alto, 2002. 50 p.
5. Дядюра М.О. Исследование характеристик срыва слежения в системе фазовой автоподстройки частоты / М. О Дядюра, А. Р. Мухетдинова // 2-я Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Информационные технологии, телекоммуникации и системы управления" : сборник докладов. – Екатеринбург : [УрФУ], 2016. – С. 103–111.
6. Rueda-Germán C. Simulation of a Software Phase-Locked Loop for Typical Grid Disturbances / Rueda-Germán Clementina, Rivas- Cambero Ivan, Arroyo-Núñez J. Humberto // International Journal of Engineering Research & Technology. – 2015. – Vol. 4 Issue 06. – P. 998–1002.
7. Haque N. Modeling and Simulation of Second-order Phase-locked Loop for Studying the Transient Behavior during Frequency Acquisition and Tracking / N. Haque, P. K. Boruah, T. Bezboruah // Proceedings of the World Congress on Engineering 2010. Vol II, June 30 - July 2, 2010, London, U.K. – 5 p.
8. Полікаровських О.І. Фазове коло як основа класифікації прямих синтезаторів частоти / О.І. Полікаровських // Вісник Хмельницького національного університету. – 2014. – № 5. – С. 133–139.
9. Алтунин С. И. Экспериментальное исследование переходных процессов в программно-аппаратном цифровом устройстве фазовой автоподстройки частоты / С. И. Алтунин, А.П. Бондарев // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2016. – № 4-5. – С. 15–22.
10. Системы фазовой синхронизации / Акимов В.Н., Белюстина Л.Н., Белых В.Н., и др. ; под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. – М. : Радио и связь, 1982. – 288 с.

Рецензія/Peer review : 17.1.2017 р.

Надрукована/Printed : 5.2.2017 р.  
Рецензент : д.т.н., проф. Бондарев А.П.