

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛИТТЯ ПО
ВИПАЛЮВАНІЙ ГАЗИФІКОВАНИЙ МОДЕЛІ**

В роботі розглянуті теоретичні основи процесу лиття по випалюваних газифікованих моделях. Представлена математична модель процесу лиття по випалюваних моделях. На основі даної моделі отримані значення величини тиску, швидкості течії металу залежно від технологічних параметрів газопроникності форми. Порівняння експериментальних і теоретичних даних зміни тисків і величини зазору δ показують їх задовільний збіг, що дозволяє рекомендувати запропоновану математичну модель для інженерних розрахунків під час проектування технологічного процесу лиття по випалюваних моделях.

Ключові слова: лиття, тиск, течія металу, газ.

Y.V. SAVITSKY, V.P. TKACHUK
Khmelnitsky National University

MATHEMATICAL MODEL CASTING GASIFIED MODELS

In this work the theoretical bases of casting on gasified models. A mathematical model of the casting gasified models. Based on this model the values of the pressure, speed metal flow depending on the technical parameters of gas permeability of shape. Comparison of experimental and theoretical data changes in pressure and the magnitude of the gap show their satisfactory coincidence that can recommend the proposed mathematical model for engineering calculations in the design process casting gasified models.

Keywords: molding, pressure, flow metal gas.

Постановка проблеми. Отримання заготовок деталей машин методом лиття по випалюваним газифікованим моделям є високоефективним процесом виготовлення деталей і широко використовується в світовому машинобудуванні. Це відносно дорогий, але точний метод отримання заготовок деталей машин. В умовах вільної економічної зони з ЄС основні критерії конкурентоздатності продукції – її ціна і якість, що досягаються впровадженням нових і вдосконаленням існуючих технологій.

Аналіз останніх досліджень. Математична модель процесу лиття по випалюваних (газифікованих) моделях заснована на фізичній моделі взаємодії розплавленого металу з моделлю з пінополістиролу в порожнині ливарної форми і встановлює залежність між теплофізичними властивостями моделі, металу і форми і технологічними параметрами процесу лиття. Під час виведення математичної моделі були зроблені наступні припущення [1]:

- ливарна форма є однорідним ізотропним пористим тілом;
- фільтрація парогазової фази здійснюється тільки через зазор δ між дзеркалом металу і фронтом термодеструкції моделі при їх взаємному переміщенні;
- у формі має місце одномірна паралельна ламінарна фільтрація парогазової фази;
- газопроникність форми залишається постійною в процесі її заповнення металом;
- температурне поле форми залишається постійним в період фільтрації парогазової фази та її температура дорівнює температурі форми;
- температура парогазової фази в зазорі δ залишається постійною в процесі заливання форми металом;
- між розрахунковою і фактичною швидкостями підйому металу в порожнині форми дотримується лінійна залежність.

Виклад основного матеріалу. Масове прирощення парогазової фази (надалі – газу) dG_1 в об'ємі зазору δ за проміжок часу $d\tau$ визначається різницею між кількістю газу, який утворюється в процесі термодеструкції моделі dG_M за час $d\tau$, і кількістю газу, який видаляється із зазору δ за той же самий час:

$$dG_1 = dG_M - dG_\Gamma, \quad (1)$$

Об'ємне прирощення газу в зазорі δ згідно рівняння (1) можна записати так:

$$dQ_1 = dQ_M - dQ_\Gamma, \quad dQ_M = \frac{dG_M}{\gamma_M}; \quad dQ_\Gamma = \frac{dG_\Gamma}{\gamma_H}, \quad (2)$$

де γ_H – об'ємна маса газу при нормальних умовах ($P = 0,1$ МПа і $T = 15^\circ \text{C}$).

Кількість газу, яка видаляється з зазору δ за час $d\tau$, визначається рівнянням

$$dG_\Gamma = \gamma_\Gamma V_\Gamma \delta \Pi d\tau, \quad (3)$$

де γ_Γ – об'ємна маса газу; V_Γ – швидкість фільтрації газу; Π – периметр моделі в зоні взаємодії її з металом.

Швидкість фільтрації газу V_G визначається рівнянням Дарсі:

$$V_G = \frac{c \delta P_\phi}{\eta \delta y}, \quad (4)$$

де P_ϕ – тиск газу в зазорі δ ; c – проникність форми в одиницях Дарсі; η – кінематична в'язкість газу; y – напрямлення фільтрації газу, перпендикулярне до границі форма – зазор δ .

Щільність газу визначається за формулою:

$$\gamma_G = \frac{P_\phi}{T_\phi R}, \quad (5)$$

де T_ϕ – температура форми, К; R – газова постійна.

З урахуванням (4) і (5) рівняння (3) прийме вигляд:

$$dG_G = - \frac{c \delta \Pi}{2 \eta T_\phi R} \cdot \frac{\partial P_\phi}{\partial y}. \quad (6)$$

В умовах одновимірної фільтрації газу в ливарній формі можна прийняти, що

$$\frac{\partial P_\phi^2}{\partial y} = \frac{P_\phi^2 - P_0^2}{l}, \quad (7)$$

де l – довжина шляху фільтрації;

P_0 – початковий тиск газу у формі, який дорівнює атмосферному тиску.

Після підстановки (7) в (6) рівняння виходу газу з обсягу в зазорі δ запишеться:

$$dQ_1 = \frac{dG_G}{\gamma_H} = \frac{273 c \delta \Pi (P_\phi^2 - P_0^2)}{2 \eta T_\phi P_H l}, \quad (8)$$

де $P_H = 1,0 \text{ кг/см}^2$ – нормальний тиск.

Обсяг газу, який виділяється при термодеструкції моделі за час $d\tau$, визначається рівнянням

$$dQ_M = m a F_M \tau^{m-1} d\tau. \quad (9)$$

З урахуванням (7) і (8) рівняння (2) прийме остаточний вигляд:

$$dQ_1 = \left[m a F_M \tau^{m-1} - \frac{273 c \delta \Pi (P_\phi^2 - P_0^2)}{2 \eta T_\phi P_H l} \right] d\tau. \quad (10)$$

Об'ємне прирощення газу в зазорі δ можна визначити за збільшенню маси газу за проміжок часу $d\tau$:

$$dQ_2 = \frac{\delta F \gamma_2 - \delta F \gamma_1}{\gamma_H}, \quad (11)$$

враховуючи, що

$$\gamma_2 = \frac{P_2}{R T_G}, \quad \gamma_1 = \frac{P_1}{R T_G},$$

де γ_1, γ_2 – об'ємна маса газу в зазорі δ в моменти часу τ і $\tau + d\tau$;

P_1 і P_2 – тиск газу в той же самий час; T_G – температуру газу, К, а також що зміна тиску газу в зазорі δ за час $d\tau$ рівне $dP_\phi = P_2 - P_1$, рівняння (11) можна записати:

$$dQ_2 = \frac{273 \delta F}{T_G} dP_\phi. \quad (12)$$

Так як $dQ_1 = dQ_2$ за умовою, то, прирівнявши рівняння (10) і (12), після перетворення отримаємо диференціальне рівняння газового режиму ливарної форми, яке характеризує динаміку газового тиску в зазорі δ під час заливки форми металом:

$$\frac{dP_\phi}{d\tau} = \frac{T_\Gamma}{273\delta F_{OT}} \left[maF\tau^{m-1} - \frac{273c\delta\Pi(P_\phi^2 - P_0^2)}{2\eta P_0 T_\phi l} \right]. \quad (13)$$

Рішення рівняння (13) за допомогою рядів Тейлора дає формулу для визначення величини газового тиску в зазорі δ в будь-який проміжок часу заливки форми металом:

$$P_\phi = \frac{amFT_\phi l \eta}{273\delta c \Pi} \left(1 - e^{-\frac{cT_\Gamma \Pi \tau}{FT_\phi l \eta}} \right) \tau^{m-1}. \quad (14)$$

При оптимальній швидкості підйому металу в порожнині форми в межах 1–5 см/с показник ступеня m дорівнює: для сталі 1, чавуну 0,5 та алюмінію 0,75. У цьому випадку при одержанні виливків зі сталі P_ϕ (кг/см²) визначається за формулою

$$P_\phi = \frac{aFT_\phi l \eta}{273\delta c \Pi} \left(1 - e^{-\frac{cT_\Gamma \Pi \tau}{FT_\phi l \eta}} \right), \quad (14a)$$

з чавуну:

$$P_\phi = \frac{0,5aFT_\phi l \eta}{273\delta c \Pi} \left(1 - e^{-\frac{cT_\Gamma \Pi \tau}{FT_\phi l \eta}} \right) \tau^{-0,5}, \quad (14б)$$

з алюмінієвих сплавів:

$$P_\phi = \frac{0,75aFT_\phi l \eta}{273\delta c \Pi} \left(1 - e^{-\frac{cT_\Gamma \Pi \tau}{FT_\phi l \eta}} \right) \tau^{-0,25}. \quad (14в)$$

Відносний коефіцієнт газовиділення можна визначити з рівності

$$aF\tau_3^m = Fh\gamma_M q_M \quad \text{або} \quad a = \frac{h\gamma_M q_M}{\tau_3^m}, \quad (15)$$

де h – висота моделі за положенням у формі, см; γ_M – об'ємна щільність моделі, г/см³; q_M – відносна газотвірність пінополістиролу для заданої температури і швидкості заливання форми металом, см³/г; τ_3 – час заливки форми металом, яке визначається за формулою

$$\tau_3 = \frac{h}{V_{OP}}. \quad (16)$$

В ході виведення рівняння (14) величина зазору δ була прийнята постійною. Фактично вона змінна і залежить від тих же параметрів, що і величина тиску P_ϕ . По своїй фізичній природі величина зазору δ є різниця між просуванням фронту термодеструкції моделі і дзеркалом металу при заповненні форми:

$$d\delta = (V_M - V_{MET}) d\tau. \quad (17)$$

Лінійна швидкість термодеструкції моделі визначається з рівняння (9):

$$\frac{dQ_\Gamma}{d\tau} = mb\tau^{m-1}, \quad (18)$$

де $b = \frac{h}{\tau_3^m}$.

Час заливки форми визначається за формулою (16), причому для сталі $b = \frac{h}{\tau_3}$, чавуну $b = \frac{h}{\sqrt{\tau_3}}$ і

алюмінієвого сплаву $b = \frac{h}{\sqrt[4]{\tau_3^3}}$.

Швидкість підйому металу в порожнині форми визначається рівнянням гідравліки:

$$V_{MET} = \mu \frac{F_{жс}}{F_M} \sqrt{2gH_P}, \quad (19)$$

де μ – коефіцієнт витрати, який враховує місцеві опори руху металу в каналах ливникової системи і в площині форми; $F_{жс}$, F_M – площа перерізу живильників і моделі, см².

Розрахунковий гідростатичний напір металу H_P визначається з урахуванням протитиску продуктів термодеструкції моделі P_ϕ за формулою

$$H_P = H'_P - \frac{P_\phi}{\gamma_{MET}}. \quad (20)$$

Для нижнього підведення металу H'_P визначається за формулою

$$H'_P = \frac{H_{max} + 2\sqrt{H_{max}H_{min}} + H_{min}}{4}, \quad (21)$$

де H_{max} і H_{min} – гідралічний напір металу на початку і в кінці заливання форми металом.

Якщо підставити у формулу (17) значення величин які до неї входять, які визначаються формулами (18) і (19), то величину зазору δ можна визначити за рівнянням

$$\delta = b\tau^m - \mu \frac{F_\Pi}{F_M} \sqrt{2gH_P} \tau. \quad (22)$$

Для розрахунку тиску P_ϕ можна використовувати середню величину зазору δ :

$$\delta_{cp} = \frac{1}{\tau_3} \int_0^{\tau_3} \delta d\tau = \frac{b\tau_3^m}{m+1} - \mu \frac{F_\Pi}{2F_M} \sqrt{2gH_P} \tau_3. \quad (23)$$

Рівняння (14), (19) і (22) визначають основні технологічні параметри процесу лиття залежно від теплофізичних властивостей моделі, гідралічних властивостей форми і гідродинамічних властивостей металу і, по суті, є математичною моделлю процесу лиття по випалюваних моделях.

Джерело[2] на підставі математичної обробки результатів експериментів запропоновано рівняння для визначення максимального P_ϕ^{max} (кПа) і усталеного тиску в P_ϕ зазорі δ :

$$P_\phi^{max} = 6,7 + 0,04 \frac{W_1}{0,008K_\Pi + 1,4\theta_3 - 1} + 8\theta_3 - 0,13K_\Pi; \quad (24)$$

$$P_\phi = 0,4K_\Pi + (0,8 - 0,5K_\Pi)\theta_3 - (0,26 + 0,3\theta_3) \cdot \frac{W_\Gamma}{(1,4\theta_3 + 0,008K_\Pi - 1)} + 3,65, \quad (25)$$

де K_Π – газопроникність покриття в інтервалі від 1 до 31 см⁴ (г • с);

θ_3 – відносна температура заливки:

$$\theta_3 = \frac{T_3 - T_c}{T_l - T_c},$$

де T_3 , T_c , T_l – відповідно температура заливки, середовища та ліквідусу сплаву.

В експериментах відносна температура сплаву, який заливається варіювалася в межах 1,05–1,15.

Фактична швидкість підйому металу в порожнині форми W_1 визначалася за рівнянням

$$W_1 = (-1 + 0,008K_\Pi + 1,4\theta_3)W_P, \quad (25,a)$$

де W_P – розрахункова швидкість; W_1 – фактична швидкість, яка змінювалася в експериментах в межах 10–50 мм / с.

При швидкості підйому металу в порожнині форми більш 50 мм/с рівняння (24) і (25) застосовувати не можна.

Тиск P_ϕ надає безпосередній вплив на фактичну швидкість заливання форми металом, і його величина при інших рівних умовах істотно залежить від сумарної газопроникності протипригарного покриття і матеріалу форми.

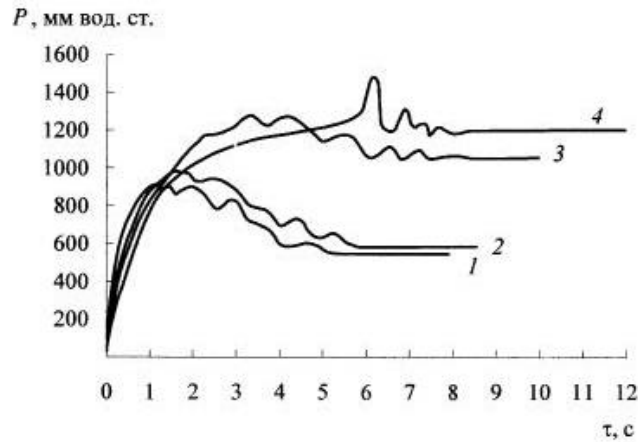


Рис. 1. Кінетика тиску P_ϕ в зоні взаємодії моделі з металом залежно від газопроникності форми
 1 – 55 см⁴/ (г • с); 2 – 50 см⁴/ (г • с); 3 – 20 см⁴/ (г • с); 4 – 10,5 см⁴/ (г • с)

На рис. 1 представлені залежності газового тиску в об'язі зазору δ від сумарної газопроникності форми при постійних параметрах технології лиття (гідростатичний напір 32,5 см; площа перерізу живильників 3,0 см²; температура металу 1550 °С; габаритні розміри моделі : висота 250 мм, ширина 100 мм, товщина 40 мм; щільність моделі з пінополістиролу 20 кг/м³). Зниження сумарної газопроникності збільшує газовий тиск P_ϕ в зазорі δ , що призводить до подовження часу заливки форми металом або до зупинки потоку металу в порожнині (рис. 1, $K = 10,3$).

Пульсуючий характер тиску P_ϕ пов'язаний з краплеутворенням рідкої фази при термодеструкції моделі і її падінням на дзеркало рідкого металу [3]. На рис. 2 представлена залежність швидкості підйому металу в порожнині форми від її сумарної газопроникності. Залежність зміни тиску у формі P_ϕ і величини зазору δ від сумарної газопроникності показана на рис. 3.

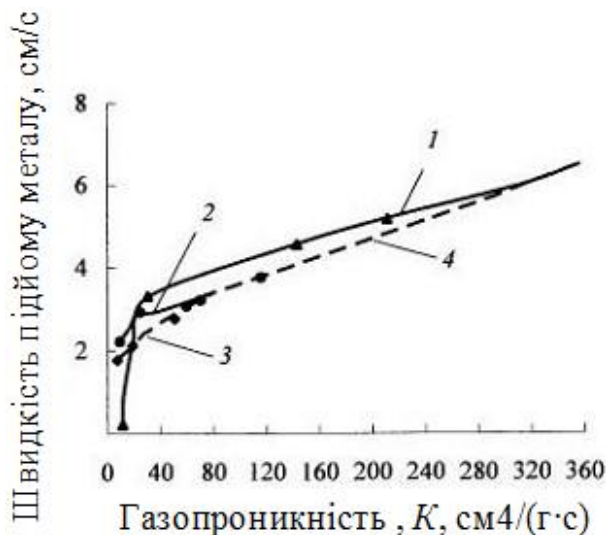


Рис. 2. Залежність швидкості підйому металу в порожнині форми від її газопроникності
 Форми моделі з протипригарним покриттям:
 1 – з сталевого дробу ДСК-0,5; 2 – з кварцового піску марки 1 КОБ,
 3 – з рідкоскляної формувальної суміші; 4 – форма моделі без покриття з ДСК-05

На рис. 4 наведені експериментальні (1, 2) і розрахункові (1а, 2а) за рівнянням (14) значення кінетики газового тиску P_ϕ в зазорі δ і розрахункові значення величини зазору δ (1б, 2б) при заливці чавуном (1350 °С) форми, в якій знаходився зразок з пінополістиролу щільністю 20 кг/м³ і розміром 250 ×

100 × 40 мм. Сумарна газопроникність форми становила 350 од. (крива 1) і 130 од. (крива 2).

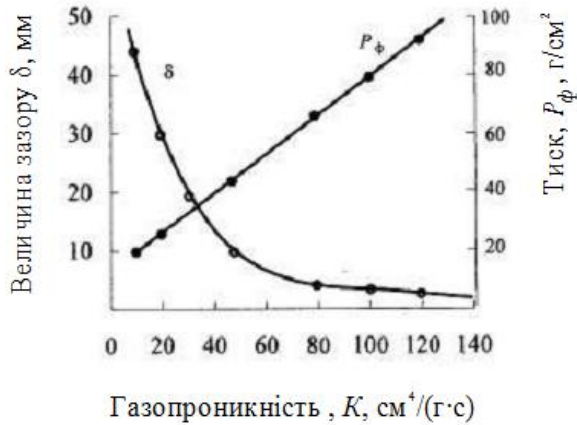


Рис. 3. Залежність тиску P_{ϕ} і величини зазору δ від газопроникності форми

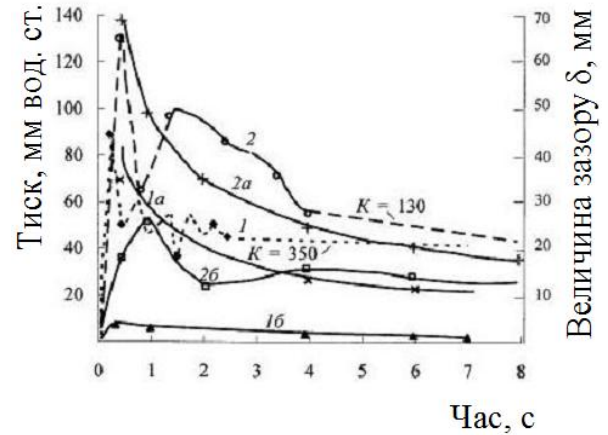


Рис. 4. Кінетика тиску і величини зазору δ
1,2 – експериментальні тиски P_{ϕ} , 1a, 2a – розрахункові P_{ϕ} ;
1б,2б – розрахункова величина зазору δ

Висновки і перспективи розвитку напрямку.

Наведені результати експериментальних і розрахункових даних зміни тисків і величини зазору δ показують їх задовільний збіг, що дозволяє рекомендувати рівняння (14)–(22) для застосування їх в інженерних розрахунках в ході проектування технологічного процесу лиття по випалюваних (газифікованих) моделях.

Література

1. Шуляк В. С. Исследование метода литья по газифицируемым моделям из пенополистирола : дис. на соискание науч. степени к.т.н. : 05.16.04 / Шуляк В. С. – М. : МАМИ, 1967. – 242 с.
2. Куликов И. С. Термическая диссоциация соединений / Куликов И. С. – М. : Metallurgiya, 1966.
3. Шуляк В.С. Литье по газифицируемым моделям / Шуляк В.С. – СПб : НПО «Профессионал», 2007. – 408 с.

Рецензія/Peer review : 25.1.2017 р.

Надрукована/Printed : 1.2.2017 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Гордеев А.І.