

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО КОНТРОЛЯ ЗАЩИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА АНТИКОРРОЗИОННОЙ ЗАЩИТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРЕВАТЕЛЕЙ ВОДЫ

В работе выполнен анализ процесса контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты электрических нагревателей воды. Установлено, что нелинейный характер процесса непрерывного контроля приводит к уменьшению методической достоверности процесса непрерывного контроля при использовании линейной математической модели. Разработана нелинейная математическая модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты электрических нагревателей воды, которая наиболее точно описывает его параметры и характеристики, а также является чрезвычайно важной для уменьшения среднего риска контроля.

Ключевые слова: электрический нагреватель воды, математическая модель, защитный потенциал, достоверность контроля.

V.V. KOTENEV, V.V. MARTYNYUK

Khmelnyskyi National University

## MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTINUOUS PROTECTION POTENTIAL CONTROL PROCESS FOR ANTI-CORROSION PROTECTION OF THE ELECTRIC WATER HEATERS

The paper analyzed the process control of the protective potential corrosion protection for electric water heaters. It is found that the nonlinear nature of the continuous process control methodology reduces the reliability of the continuous process control using linear mathematical model. A nonlinear mathematical model is developed for the continuous control process of the protective capacity of anti-corrosion protection for electric water heaters. The developed mathematical model most accurately describes its features and characteristics, as well as being extremely important to reduce the average risk control.

Keywords: electric water heater, protection potential, control reliability, cathodic protection of the outer current.

### Введение

Основным фактором снижения скорости коррозии электрических нагревателей воды (ЭНВ) и продления их срока эксплуатации является повышение общей достоверности контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ [1]. В общем случае процесс контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ состоит из трех основных этапов.

1. Этап – измерение значения защитного потенциала  $U_{3П}$  антикоррозионной защиты ЭНВ.

2. Этап – принятие решения о попадании или непопадании защитного потенциала  $U_{3П}$  антикоррозионной защиты ЭНВ в заданный допуск  $U_{3П\min} \leq U_{3П} \leq U_{3П\max}$ . В соответствии с немецкими стандартами DIN 50927-2013 [2] антикоррозионная защита ЭНВ обеспечивается при максимальном значении  $U_{3П\max} = -540\text{ мВ}$ . Минимальное значение защитного потенциала  $U_{3П\min} = -1,1\text{ В}$  ограничено напряжением разложения воды и выделением водорода и кислорода с образованием гремучего газа. Образование гремучего газа является недопустимым по соображениям техники безопасности.

3. Этап – регулировка тока катодной защиты  $I_{КЗ}$  для получения значения защитного потенциала  $U_{3П}$  антикоррозионной защиты ЭНВ в заданном допуске  $U_{3П\min} \leq U_{3П} \leq U_{3П\max}$ .

На основании анализа этапов процесса контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ можно сделать вывод, что известны два типа таких процессов.

1. Процесс непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты корпусов ЭНВ, в котором измерение  $U_{3П}$  осуществляется при непрерывном постоянном токе катодной защиты  $I_{КЗ}$ , а поддержка  $U_{3П}$  осуществляется регулировкой величины непрерывного постоянного тока катодной защиты  $I_{КЗ}$  [3].

2. Процесс контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты корпусов ЭНВ по прерыванию постоянного тока катодной защиты  $I_{КЗ}$ , в котором измерение и поддержка защитного потенциала корпусов ЭНВ  $U_{3П}$  осуществляется регулировкой амплитуды импульсов тока катодной защиты  $I_{КЗ}$  [4].

Повышение общей достоверности контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты корпусов ЭНВ осуществляется путем повышения двух ее составляющих: методической достоверности контроля и инструментальной достоверности контроля. Для повышения методической достоверности контроля необходимо разработать математическую модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты корпусов ЭНВ.

Математическая модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты корпусов ЭНВ

Математическая модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты корпусов ЭНВ базируется на электрохимической системе, в состав которой входят следующие элементы:

- 1) корпус ЭНВ (катод), внутри которого находится вода (раствор электролита);
- 2) вода (раствор электролита);
- 3) смешанный оксидно-металлический титановый анод (СОМТА), который в англоязычной литературе имеет название Mixed Metal Oxides (ММО) Coated Titanium Anode [5].

Для обеспечения антикоррозионной защиты корпуса ЭНВ (катода), автоматическое устройство катодной защиты создает ЭДС  $E$  между корпусом ЭНВ (катодом) и СОМТА (анодом). В результате образуется замкнутая цепь, состоящая из ЭДС  $E$ , корпуса ЭНВ (катода), раствора электролита и СОМТА (анода).

Для такой замкнутой цепи справедлив второй закон Кирхгофа:

$$E = U_{3П} + U_K + U_{\mathcal{E}} + U_A + U_{Пр} + U_{ПА}, \quad (1)$$

где  $E$  – ЭДС автоматического устройства катодной защиты;

$U_{3П}$  – напряжение защитного потенциала корпуса ЭНВ (катода);

$U_K$  – падение напряжения на активном сопротивлении корпуса ЭНВ (катоде);

$U_{\mathcal{E}}$  – падение напряжения на активном сопротивлении электролита между конструкцией и СОМТА (анодом);

$U_A$  – падение напряжения на активном сопротивлении СОМТА (аноде);

$U_{Пр}$  – падение напряжения на активном сопротивлении соединительных проводов;

$U_{ПА}$  – напряжение поляризации СОМТА (анода).

Подставляя в выражение (1) выражения для падений напряжений на активных сопротивлениях корпуса ЭНВ (катода), электролита, СОМТА (анода) и соединительных проводов при прохождении через них постоянного тока катодной защиты  $I_{КЗ}$ , получим:

$$E = U_{3П} + I_{КЗ} (R_K + R_{\mathcal{E}} + R_A + R_{Пр}) + U_{ПА}, \quad (2)$$

где  $I_{КЗ}$  – постоянный ток катодной защиты;

$R_K$  – активное сопротивление корпуса ЭНВ (катода);

$R_{\mathcal{E}}$  – активное сопротивление электролита;

$R_A$  – активное сопротивление СОМТА (анода);

$R_{Пр}$  – активное сопротивление соединительных проводов.

Для измерения защитного потенциала корпуса ЭНВ (катода)  $U_{3П}$  в известных автоматических устройствах катодной защиты используется электрод сравнения (ЭС), который размещен возле корпуса ЭНВ в воде (в растворе электролита).

При таком включении ЭС автоматического устройства катодной защиты разделяет активное сопротивление электролита  $R_{\mathcal{E}}$  на две части:  $R_{\mathcal{E}К}$  и  $R_{\mathcal{E}А}$ . На каждом из активных сопротивлений электролита  $R_{\mathcal{E}К}$  и  $R_{\mathcal{E}А}$  возникают соответствующие падения напряжений  $U_{\mathcal{E}К}$  и  $U_{\mathcal{E}А}$ . Тогда выражения второго закона Кирхгофа (1) и (2) будут иметь вид:

$$E = U_{3П} + U_K + U_{\mathcal{E}К} + U_{\mathcal{E}А} + U_A + U_{Пр} + U_{ПА}, \quad (3)$$

$$E = U_{3П} + I_{КЗ} (R_K + R_{\mathcal{E}К} + R_{\mathcal{E}А} + R_A + R_{Пр}) + U_{ПА}. \quad (4)$$

На основании выражения (4) запишем математическую модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ:

$$U_{3П} = E - I_{КЗ} (R_K + R_{\mathcal{E}К} + R_{\mathcal{E}А} + R_A + R_{Пр}) - U_{ПА}. \quad (5)$$

Результаты экспериментальных исследований устройств антикоррозионной защиты показывают, что значения активных сопротивлений электролита  $R_{\mathcal{E}К}$  и  $R_{\mathcal{E}А}$  значительно отличаются для разных значений тока катодной защиты  $I_{КЗ}$ . Это объясняется сложными физико-химическими процессами, которые происходят в электролите при прохождении через него тока катодной защиты  $I_{КЗ}$ .

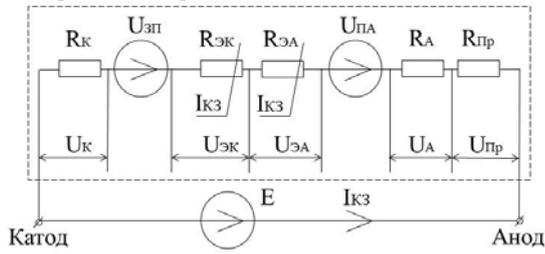
Нелинейный характер процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ обусловленный фарадеевским током, который зависит от значений тока катодной защиты  $I_{КЗ}$ .

Нелинейный характер процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ приводит к уменьшению методической достоверности процесса непрерывного контроля при использовании линейной математической модели (5).

Для повышения методической достоверности процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ авторы предлагают нелинейную математическую модель процесса непрерывного контроля:

$$U_{3П} = E - I_{K3} (R_K + R_{ЭК}(I_{K3}) + R_{ЭА}(I_{K3}) + R_A + R_{ПР}) - U_{ПА}. \quad (6)$$

Нелинейной математической модели процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ соответствует нелинейная эквивалентная схема замещения, которая изображена на рис. 1.



**Рис. 1. Нелинейная эквивалентная схема замещения, моделирующая параметры в процессе непрерывного контроля защитного потенциала ЭНВ**

Повышение достоверности контроля процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ, а значит и качества антикоррозионной защиты, возможно за счет использования параметров эквивалентной схемы замещения (рис. 1) в диапазоне изменения значений тока катодной защиты  $I_{K3}$ .

На основе анализа эквивалентной схемы замещения (рис. 1) можно сделать вывод, что значения активных сопротивлений  $R_K$ ,  $R_A$  и  $R_{ПР}$ , а также напряжение поляризации СОМТА (анода)  $U_{ПА}$ , не зависят от тока катодной защиты  $I_{K3}$ . Эти параметры процесса

непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ являются линейными.

Нелинейный характер процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ обусловленный нелинейными активными сопротивлениями электролита  $R_{ЭК}(I_{K3})$  и  $R_{ЭА}(I_{K3})$ .

Исходя из этого, эквивалентное активное сопротивление эквивалентной схемы замещения, моделирующей параметры в процессе непрерывного контроля защитного потенциала ЭНВ (рис. 1), является нелинейным:

$$R_{экр}(I_{K3}) = R_K + R_{ЭК}(I_{K3}) + R_{ЭА}(I_{K3}) + R_A + R_{ПР}. \quad (7)$$

Тогда, нелинейную математическую модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ (6), можно записать в виде:

$$U_{3П} = E - I_{K3} R_{экр}(I_{K3}) - U_{ПА}. \quad (8)$$

Отсюда следует, что в процессе непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ формируется ток катодной защиты  $I_{K3}$ , в результате прохождения этого тока через нелинейное эквивалентное активное сопротивление  $R_{экр}(I_{K3})$  создается и измеряется защитный потенциал катода  $U_{3П}$ .

В общем виде нелинейную математическую модель процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ (8) можно записать выражением:

$$U_{3П} = R[I_{K3}]. \quad (9)$$

где  $R[\bullet]$  – математический оператор, который преобразовывает ток катодной защиты  $I_{K3}$  в защитный потенциал катода  $U_{3П}$ .

Будем считать, что ток катодной защиты  $I_{K3}$  наблюдается без погрешности, а измеряемый защитный потенциал катода  $U_{3П}$  наблюдается с погрешностью:

$$U_{3П}^* = U_{3П} + \Delta U_{3П}. \quad (10)$$

где  $\Delta U_{3П}$  – стационарный случайный процесс с известными характеристиками.

Отсюда можно сделать вывод, что в процессе непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ необходимо получить оценку оператора  $R^*[\bullet]$ , который приближается к оператору  $R[\bullet]$ .

Учитывая, что оператор  $R[\bullet]$  является неизвестным, для описания процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ используется его математическая модель  $R_m[\bullet]$ .

Критерием, по которому оценивается близость операторов  $R^*[\bullet]$  и  $R_m[\bullet]$ , является близость измеряемого защитного потенциала катода  $U_{3П}^*$  до защитного потенциала катода модели  $U_{3Пм}$  при одинаковых значениях тока катодной защиты  $I_{K3}$ .

Введем неотрицательную функцию потерь  $\eta[U_{3П}^*, U_{3Пм}]$ , которая зависит от измеряемого защитного потенциала катода  $U_{3П}^*$  и его модели  $U_{3Пм}$ , а также определяет значение потерь. Средние потери или средний риск определяется математическим ожиданием функций потерь  $\eta[U_{3П}^*, U_{3Пм}]$ :

$$\bar{\Psi} = M \left\{ \eta \left[ U_{ЗП}^*, U_{ЗПМ} \right] \right\}. \quad (11)$$

С другой стороны, средний риск определяется с помощью выражения:

$$\bar{\Psi} = \iint \eta \left( U_{ЗП}^*, U_{ЗПМ} \right) f \left( U_{ЗП}^*, U_{ЗПМ} \right) dU_{ЗП}^* dU_{ЗПМ}. \quad (12)$$

где  $f \left( U_{ЗП}^*, U_{ЗПМ} \right)$  – функционал плотности вероятности защитного потенциала катода.

Выражение (12) можно упростить, если нелинейное эквивалентное активное сопротивление  $R_{эқв}(I_{КЗ})$  является монотонной функцией, а ток катодной защиты  $I_{КЗ}$  является стационарным:

$$\bar{\Psi} = \int_{i_{КЗ} \in I_{КЗ}} \eta \left[ R_{эқв}^*(i_{КЗ}) \right] \eta \left[ R_{эқвМ}(i_{КЗ}) \right] di_{КЗ}, \quad (13)$$

где  $I_{КЗ}$  – область определения тока катодной защиты.

Отклонение нелинейного эквивалентного активного сопротивления  $R_{эқв}^*(i_{КЗ})$  от нелинейного эквивалентного активного сопротивления модели  $R_{эқвМ}(i_{КЗ})$  можно оценить по критерию равномерного приближения (максимального отклонения характеристик):

$$m = \max_{i_{КЗ} \in I_{КЗ}} \left| R_{эқв}^*(i_{КЗ}) - R_{эқвМ}(i_{КЗ}) \right|. \quad (14)$$

Выберем математическую модель нелинейного эквивалентного активного сопротивления  $R_{эқвМ}(i_{КЗ})$  такой, чтобы она удовлетворяла критерию равномерного приближения (14) в диапазонах изменения определения тока катодной защиты  $i_{КЗ}$ . Определим средний риск непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ для функций потерь  $\eta = \left| R_{эқв}^*(i_{КЗ}) - R_{эқвМ}(i_{КЗ}) \right|^k$

$$\bar{\Psi} = \int_{i_{КЗ} \in I_{КЗ}} \left| R_{эқв}^*(i_{КЗ}) - R_{эқвМ}(i_{КЗ}) \right|^k f(i_{КЗ}) di_{КЗ} \leq \int_{i_{КЗ} \in I_{КЗ}} m^k f(i_{КЗ}) di_{КЗ} = m^k. \quad (15)$$

### Выводы

1. Анализируя выражения среднего риска контроля (15) можно сделать вывод, что разработка нелинейной математической модели процесса непрерывного контроля защитного потенциала антикоррозионной защиты ЭНВ, которая наиболее точно описывает его параметры и характеристики, является чрезвычайно важным для уменьшения среднего риска контроля.

2. Преимуществом полученного выражения среднего риска контроля (15) по сравнению с выражением (12) является возможность расчета верхней границы среднего риска контроля, которая не зависит от плотности вероятности  $f(i_{КЗ})$  тока катодной защиты  $i_{КЗ}$ .

### Литература

1. Мартынюк В. В. Анализ приборов контроля защитного потенциала электрических нагревателей воды / В. В. Мартынюк, В. В. Котенев // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – Хмельницький, 2015. – № 4. – С. 139–143.
2. DIN 50927-2013 Planning and application of electrochemical corrosion protection of internal surfaces of apparatus, containers and tubes (internal protection) STANDARD by Deutsches Institut Fur Normung E.V. (German National Standard), 08/01/1985.
3. Экилик В.В. Теория коррозии и защиты металлов / В.В. Экилик. – Ростов : Изд-во РГУ, 2004. – 67 с.
4. Rickert H. Elektrochemische Untersuchungen zum kathodischen Korrosionsschutz mit Unterbrecherpotentiostaten / H. Rickert, G. Holzäupfel, Ch. Fianda // Werkstoffe und Korrosion. – 1987. – V. 38, Issue 11. – P. 691–695.
5. Bagastyo A.Y. Electrochemical oxidation of reverse osmosis concentrate on mixed metal oxide (MMO) titanium coated electrodes / A.Y. Bagastyo, J. Radjenovic, Y. Mu, D.J. Batstone, K. Rabaey // Water Research. – 2011. – V. 45, Issue 16. – P. 4951–4959.

Рецензія/Peer review : 9.3.2017 р. Надрукована/Printed : 19.4.2017 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Бойко Ю.М.