

**АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ПО ИЗОБРАЖЕНИЯМ**

В статье описывается алгоритм 3D реконструкции по изображениям, который есть решением одной из множества задач, реализуемых через композицию матриц аффинных преобразований в однородных координатах. Алгоритм описан для простейшего случая ортогонального проецирования, когда взаимное положение камер определяется только 2-я параметрами. Однако этот алгоритм может быть легко обобщен для случаев, когда взаимное положение камер определяется большим количеством параметров, включая и центральное проецирование.

Ключевые слова: 3D реконструкция, геометрия, моделирование, матрица, преобразование, алгоритм.

N.S. SVIRNEVSKYI  
Khmelnitskyi National University

**ALGORITHM FOR RECONSTRUCTION OF THREE-DIMENSIONAL MODEL FROM IMAGES**

This article describes an algorithm for 3D-reconstruction of the images, which is the decision of one of the many problems to be implemented through the composition of the matrix of affine transformation in homogeneous coordinates. The algorithm is described in the simplest case of an orthogonal projection, when the relative position of the cameras is determined by only 2 parameters. However, the algorithm can be easily generalized to cases where the relative position of the cameras is determined by a large number of options, including a central projection.

Keywords: 3D-reconstruction, geometry, modelling, matrix, transformation, algorithm.

**Введение**

Трехмерная реконструкция (англ. 3D reconstruction) – это процесс получения 3D объектов на основе изображений. На вход алгоритма обработки подается набор из нескольких изображений (два или более), результатом работы которого является 3D фотография (рис. 1).



Рис. 1. Создание 3D модели лица человека из серии фотографий

**Анализ исследований и публикаций**

Известно большое количество научных публикаций, в которых излагается задача реконструкции трехмерных моделей по изображениям [1–5]. В них обычно рассматриваются алгоритмы, которые относятся к конкретным геометрическим образам и их изображениям. Мало публикаций с описанием алгоритма решения задачи 3D реконструкции, который демонстрирует взаимосвязь частных и общих решений между собой, позволяет глубже понять специфику задачи.

**Формулирование цели**

Разработать алгоритм 3D реконструкции по изображениям, который есть решением одной из множества задач, реализуемых через композицию матриц аффинных преобразований в однородных координатах, и легко обобщается от частного решения с минимальным количеством геометрических преобразований.

**Изложение основного материала**

Известно из начертательной геометрии, что по двум или более изображениям (проекциям) можно восстановить пространственный объект (рис. 2). Для этого достаточно установить на чертеже соответствие между точками изображений.

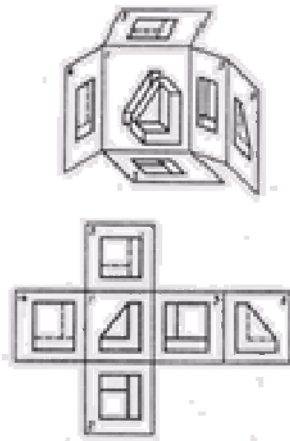


Рис. 2. Реконструкция трехмерного объекта по техническому чертежу

Задача восстановления формы пространственного объекта по нескольким двумерным изображениям имеет множество приложений в информационных технологиях. В частности, эта задача возникает при распознавании жестов человека или при создании реалистичной 3D модели лица человека из серии фотографий (см. рис. 1), которые получены в специальных системах видеонаблюдения (рис. 3).

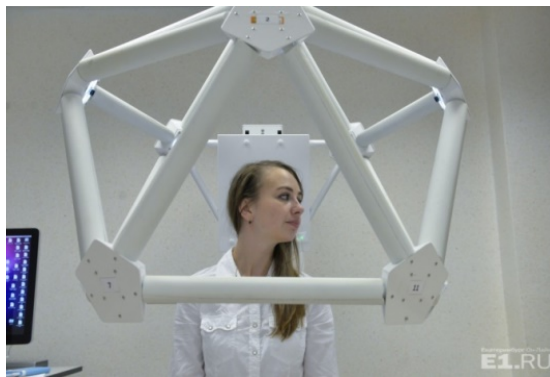


Рис. 3. Система 3D видеонаблюдения

Задача восстановления формы пространственного объекта по нескольким фотографиям применяется на сегодняшний день во многих программных продуктах. Например, компания Autodesk выпустила приложение 123D Catch (рис. 4), позволяющее создавать трехмерные фотографии при помощи встроенной камеры планшета.



Рис. 4. Приложение Autodesk 123D Catch, позволяющее создавать трехмерные фотографии

В предыдущих публикациях [6, 7] автора этой статьи на основе достаточно наглядного и простого практического примера (сканирование рупорной антенны) демонстрируется механизм аффинных преобразований в пространстве. Рассматриваются прямая задача (построение изображений рупорной антенны) и обратная – восстановление параметров рупорной антенны по одному ее изображению. В этой статье на основе аффинных преобразований описывается алгоритм решения задачи реконструкции трехмерной модели по 2-м изображениям

Суть математического решения задачи восстановления пространственного объекта по его

изображениям заключается в описании проекций точек объекта в различных системах координат (СК) и в установлении взаимосвязи между этими СК (рис. 5). При проецировании пространственного объекта на плоскость теряется одна размерность (координата Z). Уравнения, которые устанавливают взаимосвязь между системами координат, позволяют восстановить ее. Поэтому, прежде всего, необходимо определить эти уравнения.

На рисунке 5 пространственный объект (рупорная антенна) описывается в двух СК, оси Z которых перпендикулярны к плоскостям проекций. В трёхмерном пространстве переход из одной координатной системы к другой описывается в общем случае системой линейных уравнений:

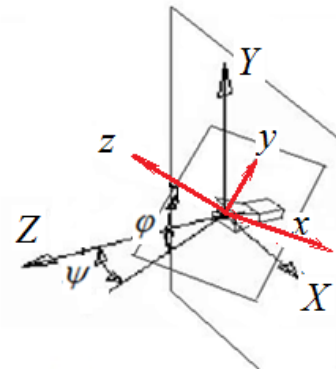


Рис. 5. Представление объекта в 2-х системах координат, связанных с плоскостями проекций

$$\begin{aligned} x^* &= \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \lambda \\ y^* &= \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z + \mu \\ z^* &= \gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 z + \nu \end{aligned}$$

$$(x^* \ y^* \ z^* \ 1) = (x \ y \ z \ 1) A$$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & 0 \\ \lambda & \mu & \nu & 1 \end{pmatrix}$$

Для упрощения изложения рассматриваем частный случай, при котором положение одной СК относительно другой определяется только двумя параметрами – углами поворота относительно координатных осей (см. рис. 5).

Для решения задачи нам будут необходимы следующие базовые геометрические преобразования – матрицы поворота относительно осей X и Y (рис. 6) и матрица ортогонального проецирования на плоскость, перпендикулярную оси Z (рис. 7).

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

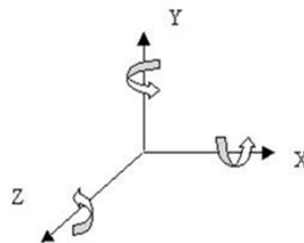


Рис. 6. Матрицы поворота относительно осей X и Y

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

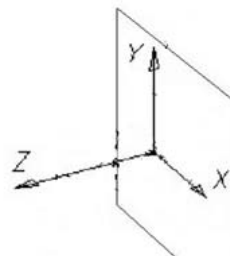


Рис. 7. Матрица ортогонального проецирования на плоскость, перпендикулярную оси Z

Положение вспомогательной СК  $xyz$  относительно главной  $XYZ$  (см. рис. 5) задается композицией 2-х матричных преобразований – вращения относительно оси X и вращения относительно оси Y (см. рис. 6):

$$B = R_x R_y$$

Для пересчета точек объекта в СК  $xyz$  необходимо получить обратную матрицу:

$$B^{-1} = R_y^{-1} R_x^{-1}$$

Обратные матрицы в этом случае представляют собой матрицы, обеспечивающие вращение с отрицательным углом:

$$R_y^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_x^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Результат перемножения двух обратных матриц и матрицы ортогонального преобразования дает следующий результат:

$$T_p^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \sin \varphi & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi \sin \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Преобразование координат точек из главной СК во вспомогательную СК в матричном представлении имеет вид:

$$(x \ y \ z \ 1) = (X \ Y \ Z \ 1) T_p^{-1}.$$

В итоге, уравнения преобразования точек пространственного объекта в точки текущего изображения запишутся в виде:

$$\begin{aligned} x &= X \cos \psi - Z \sin \psi \\ y &= X \sin \psi \sin \varphi + Y \cos \varphi + Z \cos \psi \sin \varphi \\ z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Систему уравнений (1) можно использовать для нахождения координаты  $Z$  каждой точки на главном изображении – точки с координатами  $(X, Y)$ . Решение возможно, если известны параметры преобразования (значения углов) и координаты соответствующей точки  $(x, y)$  на вспомогательном изображении. Простейший алгоритм решения этой задачи:

1. Для каждой точки главного изображения  $(X, Y)$  определяем соответствующую точку на вспомогательном изображении  $(x, y)$ , осуществляя итерацию координаты  $Z$
2. Соответствующая точка найдена, если совпадают 3 цвета точек (RGB) на обоих изображениях.
3. Вместе с соответствующей точкой определяется и координата  $Z$ .

Для тестирования алгоритма восстановления 3D объекта по изображениям были разработаны программы, которые обеспечивают:

- генерацию изображений 3D объектов;
- загрузку файлов изображений и обработка точек изображений для определения координаты  $Z$ .

Для генерации изображений 3D объектов используется OpenGL приложение, которое позволяет создавать изображения разноцветного 3D треугольника. На рисунках 8 и 9 изображен треугольник с координатами вершин на осях  $XYZ$  –  $(1,0,0)$ ;  $(0,1,0)$ ;  $(0,0,1)$ . На рисунке 8 изображение треугольника получено из точки  $(0,0,5)$ , т.е. направление взгляда вдоль оси  $Z$ . На рисунке 9 изображение треугольника получено из точки  $(1.481, 2.5, 4.07)$ , что соответствует углу вращения направления взгляда вокруг оси  $Y$  на 20 градусов против часовой стрелки и на 30 градусов вокруг оси  $X$  по часовой стрелке (см. рис. 5 и рис. 6).

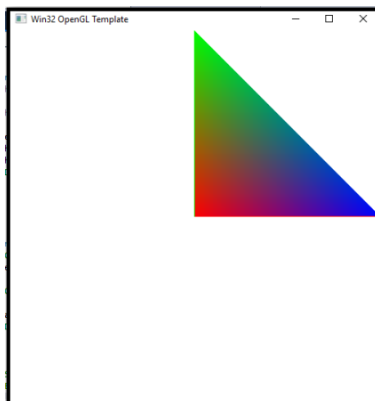


Рис. 8. Направление взгляда из точки  $(0,0,5)$

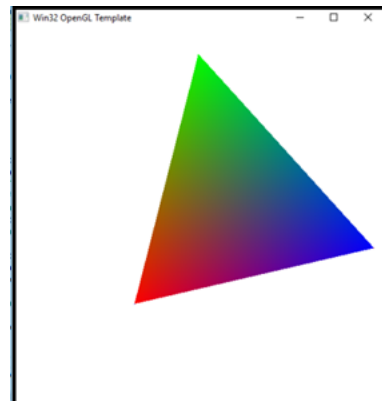


Рис. 9. Направление взгляда из точки  $(1.481, 2.5, 4.07)$

Оба изображения сохраняются через клавишу Prtsc в буферной памяти, а затем обрабатывается в графическом редакторе PAINT и сохраняются как BMP файл.

Для загрузки файлов изображений и обработки точек изображений для определения координаты  $Z$  используется программа, которая выполняет эти задачи средствами WinAPI через математический аппарат геометрических преобразований [6]. В программе используется алгоритм, рассмотренный выше.

При запуске программы и последовательном нажатии на клавиши 1 и 2 соответственно отображаются растровые изображения (см. рис. 8 и рис. 9). При нажатии на клавиши 3 и 4 появляются соответствующие этим изображениям 3D контуры сформированные из отрезков (рис. 10 и рис. 11). Контуры могут вращаться вокруг оси  $Y$  при перемещении мышки. В пределах этих контуров должны располагаться точки восстановленного по изображениям треугольника.

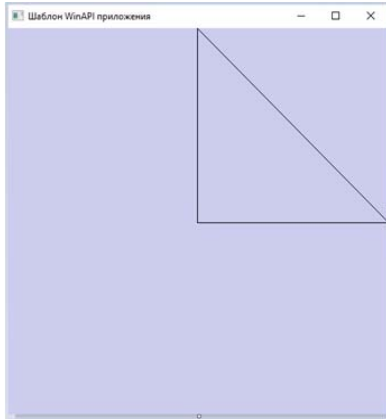


Рис. 10. Контуры 3D треугольника из точки  $(0,0,5)$

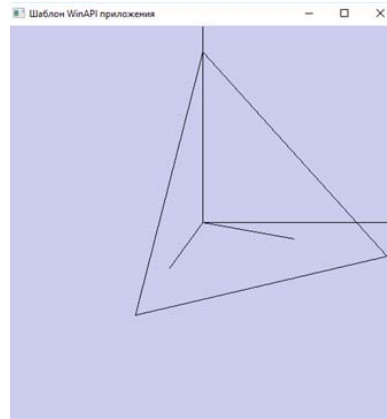


Рис. 11. Контуры 3D треугольника из точки  $(1.481, 2.5, 4.07)$

При нажатии клавиши 5 визуализируются точки (рис. 12), у которых координаты  $X$  и  $Y$  совпадают с координатами точек треугольника считанного из BMP файла, но координата  $Z$  еще не определена (принято для всех точек  $Z=0$ ).

При нажатии клавиши 6 визуализируется облако точек 3D треугольника (рис. 13). Если координата  $Z$  для точек определена правильно, то точки размещаются в пределах контура треугольника. При перемещении мышки точки вращаются вокруг оси  $Y$  вместе с контурами треугольника, что является дополнительным подтверждением того, что 3D объект успешно реконструирован по изображениям.

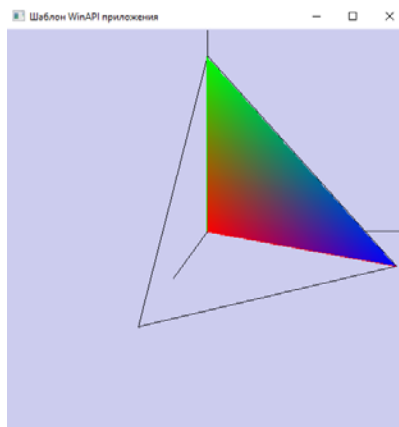


Рис. 12. Облако точек при  $z=0$

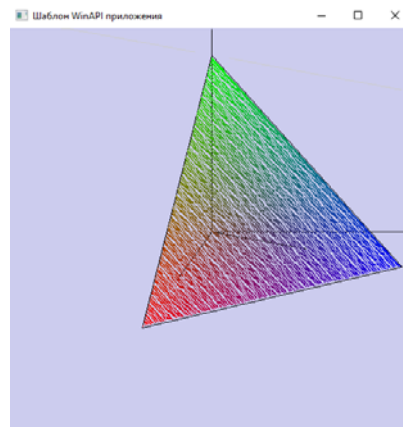


Рис. 13. Облако точек 3D треугольника

Рассмотренный выше алгоритм решения задачи трехмерной реконструкции по изображениям применим для случая, когда известно взаимное положение камер в системе 3D видеонаблюдения (см. рис. 3). Т.е., углы, определяющие взаимное расположение систем координат (см. рис. 5) в уравнениях (1) считались заданными.

В случае, когда фотографии получены с обычного фотоаппарата, взаимное положение камер неизвестно. Для этого случая система уравнений (1) может быть решена, если известны по 2 пары соответствующих точек на изображениях. Соответствующие точки могут быть указаны непосредственно при обработке фотографий каким-либо приложением (см. рис. 4), либо определены автоматически [8]. Такие точки выбираются из наиболее характерных точек изображений, например, для треугольника – его вершины.

### Выводы

Рассмотренный в статье алгоритм решения задачи трехмерной реконструкции по изображениям прост и доступен для понимания, поскольку представлен как решение одной из множества задач,

реализуемых через композицию матриц аффинных преобразований в однородных координатах [6].

В статье алгоритм описан для простейшего случая ортогонального проецирования, когда взаимное положение камер определяется только 2-мя параметрами. Однако этот алгоритм может быть легко обобщен для случаев, когда взаимное положение камер определяется большим количеством параметров, включая и центральное проецирование.

### Литература

1. Захаров А.А. Автоматическая реконструкция трехмерных объектов по техническому чертежу / А.А. Захаров // Программные продукты и системы. – 2011. – № 4. – С. 168–170.
2. Zakharov A.A. Synthesis algorithm of three-dimensional objects from video images using stereo correspondence / A.A. Zakharov, A.E. Barinov // Pattern Recognition and Image Analysis. – 2015. – Vol. 25, № 1. – P. 117–121.
3. Zakharov A. Synthesis of three-dimensional models from drawings based on spectral graph theory / A. Zakharov, A. Zhiznyakov // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 756. – P. 598–603.
4. Жук Д.В. Восстановление трёхмерной модели сцены по цифровым изображениям / Д.В. Жук, А.В. Тузиков, А.В. Бородач // Искусственный интеллект. – 2006. – № 2. – С. 142–146.
5. Аленин В. А. Трёхмерная реконструкция объектов из последовательности изображений / В.А. Аленин // Молодой ученый. – 2011. – № 3. Т. 1. – С. 33–36.
6. Свирневский Н.С. Основы разработки графических приложений / Н.С. Свирневский, С.С. Ковальчук. – Хмельницкий : ХНУ, 2015. – 270 с.
7. Свирневский Н.С. Восстановление параметров пространственного объекта по изображению / Н.С. Свирневский // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2011. – № 6. – С. 74–78.
8. Борисенко Д.И. Методы поиска угловых особенностей на изображениях / Д.И. Борисенко // Молодой ученый. – 2011. – № 5. Т. 1. – С. 120–123.

Рецензія/Peer review : 14.2.2017 р.

Надрукована/Printed :26.4.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Сорокатый Р.В.