УДК 624.191.814

Е.А. ЯРЕМЕНКО
Одесская государственная академия строительства и архитектуры
Н.А. ЯРЕМЕНКО, И.Н. МИРОНЕНКО
Одесский национальный морской университет

РАСЧЕТ ЗАМКНУТЫХ РАМ

В работе приведена методика расчета замкнутых рам в грунте, учитывающая вязкоупругие свойства материала рамы и грунта. Пример расчета железобетонной рамы прямоугольного сечения на упругом основании выполнен при вертикальном и боковом давлении. По результатам рассмотрены три комбинации длительных модулей деформаций бетона рамы и грунта. Для сравнения приведены результаты расчета без учета бокового давления. Происходящее вследствие ползучести изменение модулей упругости материала рамы и грунта приводит к перераспределению усилий в раме.

Ключевые слова: грунт, рама, распределение усилий.

H.A. YAREMENKO
Odessa State Academy of construction and architecture
N.A. YAREMENKO, I.N. MIRONENKO
Odessa national Maritime University

CALCULATION OF CLOSED FRAME

The paper shows the method for calculating the closed frame in the ground, taking into account the viscoelastic properties of the frame material and soil. An example of calculating a reinforced concrete frame of rectangular cross-section on an elastic base is made at vertical and sidewise pressures. Based on the results, three combinations of long modulus of deformation of the frame and soil concrete are considered. For comparison, the calculation results are given without taking into account the lateral pressure. The resulting change in the modulus of elasticity of the frame and soil material due to creep results in a redistribution of forces in the frame.

Keywords: soil, frame, distribution efforts.

Введение. Одним из направлений усовершенствования строительных конструкций является развитие методов расчета, которые учитывают действительные свойства материалов строительных конструкции и грунта. Вследствие контакта с грунтом, обладающим реологическими свойствами, конструкция представляет собой существенно неоднородную систему.

Цель статьи – методика расчета и анализ распределения усилий в раме на упруго-вязком основании.

Изложение основного материала исследования. *Метод Горбунова-Посадова при расчете короткой полосы***.** Метод Горбунова-Посадова [1] использует две основные формулы. Первая из них – дифференциальное уравнение изгиба полосы, которое в приведенных абсциссах имеет вид

$$\frac{E_1 J}{\left(1-\nu_1^2\right) b' l^4} Y^{IV}(\xi) = q(\xi) - p(\xi) \tag{1}$$

Вторая формула представляет собой уравнение перемещений (осадок) поверхности грунта при нагрузке ее давлением, передаваемым полосой, равным по абсолютной величине реактивному давлению грунта на полосу. Выражение осадок грунта в условиях плоской задачи при давлениях на грунт p (в кН/м^2), непрерывно распределенных под всей полосой, получают интегрированием формулы перемещений поверхности упругого полупространства от нагрузки p' (в кН/м), распределенной по бесконечной прямой. В приведенных абсциссах это уравнение после замены $p' = lp(\bar{\xi})d\xi$ имеет вид

$$w(\xi) = -\frac{2l\left(1-\nu_0^2\right)}{\pi E_0} \int_{-(1+\xi)}^{(1-\xi)} p(\bar{\xi}) \ln \rho d\varphi + C \tag{2}$$

Задача заключается в том, чтобы найти закон распределения реактивных давлений $p(\xi)$ удовлетворяющий следующим требованиям:

а) реактивные давления и внешняя нагрузка на полосу должны вместе удовлетворять двум условиям статики, т. е. полоса должна быть уравновешенной:

$$g(\xi) = q(\xi) - p(\xi), \qquad g(\xi) = \partial^2 M / \partial x^2 \tag{3}$$

Уравнения (3) сводятся к одному уравнению:

$$g = \partial^2 M / \partial x^2 + p$$

б) прогибы полосы должны совпадать с осадкой поверхности грунта под полосой; $Y(\xi) = w(\xi)$.

Основной частью расчета является определение закона реактивных давлений (Па) в виде многочлена десятой степени

$$p(\xi)=\left(a_0+a_2\xi^2+a_4\xi^4+a_6\xi^6+a_8\xi^8+a_{10}\xi^{10}\right)+\left(a_1\xi^1+a_3\xi^3+a_5\xi^5+a_7\xi^7+a_9\xi^9\right) \quad (4)$$

Методика учета вязкоупругих свойств материала рамы и грунта

Решение задач теории ползучести обычно сводится к решению краевых задач, описываемых интегрально-дифференциальными уравнениями, содержащими дифференциальные операторы по координатам и интегральные операторы по времени.

Согласно принципу Вольтерра, решение подобного вида линейных уравнений выполняется так, как если бы интегральные наследственные операторы были константами, и лишь в окончательном результате эти константы опять заменяются операторами $\tilde{E}_i$ [2].

Ограничение применения принципа Вольтерра заключается в том, что тип граничных условий должен оставаться неизменным в течение всего времени. Кроме того, принцип Вольтерра основан на взаимной коммутативности операторов $\tilde{E}_i$, а также коммутативности операций интегрирования по времени и дифференцирования по координатам. Эти условия выполняются, если ядро интегрального оператора разностное, например, экспоненциальное:

$$K(t,\tau)=K(t-\tau)=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[EC_0 f(t-\tau)\right]=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[EC_0\left(1-e^{\gamma_1(t,\tau)}\right)\right] \quad (5)$$

Предположим теперь, что как материал балки, так и основание наделены вязкоупругими свойствами.

Элементарная теория изгиба балок обобщается на случай наследственно-упругой среды совершенно естественным образом. Если закрепление балки остается неизменным, а нагрузка меняется во времени произвольным образом, то решение получается в результате прямого применения принципа Вольтерра.

Следовательно, модули упругости материала балки E_1 и модуль деформаций основания E_0 должны быть заменены соответствующими операторами

$$\tilde{E}_1=E_1(1-R_1)\,; \qquad \tilde{E}_0=E_0(1-R_0)$$

Тогда уравнения (1) и (2) принимают вид:

$$\frac{\tilde{E}_1(1-R_1)J}{(1-\gamma_1^2)bl^4}Y^{IV}(\xi)=q(\xi)-p(\xi) \quad (6)$$

$$w(\xi)=-\frac{2l(1-\nu_0^2)}{\pi\tilde{E}_0}\int_{-(1+\xi)}^{(1-\xi)}p(\bar{\xi})\ln\rho d\varphi+C \quad (7)$$

Известно также, что при стационарных вынужденных деформациях $\varepsilon(t_0)=\varepsilon_0=const$ напряжение σ^* в элементах, обладающих ползучестью, связно с упруго-мгновенным напряжением $\sigma(t)$ следующей зависимостью:

$$\sigma^*(t)=\sigma(t)\left[1-\int_{t_0}^{t}\bar{R}(t,\tau)d\tau\right]=\sigma(t)H(t,t_0)\,, \quad (8)$$

где

$$\bar{R}(t,\tau)=R(t,\tau)/E(t)\,; \quad (9)$$

$H(t,t_0)$ - коэффициент затухания напряжений (усилий).

В случае использования теории упругой наследственности [3], т. е. ядра (5)

$$H(t,t_0)=(1+\varphi e^{-r(t,t_0)})/(1+\varphi)\,, \quad (10)$$

где

$r=\gamma_1(1+\varphi)$, φ - характеристика ползучести.

При $t\to\infty$ $H(t,t_0)=1/(1+\varphi)$, (11)

т. е. модуль деформации E_i должен быть заменен длительным модулем деформации $E_i/(1+\varphi)$.

В решении задачи с учетом ползучести изменяется величина показателя гибкости полосы:

$$t=\frac{1-\nu_1^2}{1-\nu_0^2}\cdot\frac{3\pi E_0H_0(t,t_0)}{E_1H_1(t,t_0)h^3}\,. \quad (12)$$

В теории Сен-Венана распределение касательных напряжений зависит от коэффициента Пуассона ν; заменяя его оператором $\tilde{\nu}$, мы можем рассчитать перераспределение напряжений со временем. Это перераспределение незначительно; как установил Работнов [2], оно соответствует переходу от мгновенного коэффициента Пуассона ν $(0.25\div0.4)$ к его предельному значению $\nu_\infty=0.5$.

Расчет рамы прямоугольного сечения

Прямоугольная железобетонная рама на упругом основании с консолями у нижнего ригеля, вертикальное поперечное сечение которой (Рис. 1) имеет большую протяженность в перпендикулярном чертежу направлении. Выделенный для расчета в поперечном направлении элемент рамы шириной $b'=1$ м

принимает по верхнему ригелю равномерно распределенную нагрузку интенсивностью p_{vp} (Па), а по нижнему ригелю — нагрузку в виде двух сосредоточенных сил по $P_1 = 100$ кН каждая, приложенных на расстоянии 0.79 м от середины пролета. К стойкам приложено боковое давление. Размеры стоек и ригелей даны на рис. 1. Толщина плиты ригеля $h = 0.6$ м. Момент инерции стоек и верхнего ригеля J_2 в 2 раза меньше момента инерции нижнего ригеля J_1 ($J_1 = 2J_2$). Модуль упругости железобетона $E_2 = 265 \cdot 10^2$ МПа, коэффициент Пуассона $v_1 = 1/6$. Расчетное значение модуля деформации основания $E_2 = 95$ МПа, коэффициент Пуассона $v_1 = 0.3$. Расчет производился при высоте засыпки $H_1 = 1.14$ м. В качестве засыпки использована глина с удельным весом $\gamma = 17.5$ кН/м3, углом внутреннего трения $\varphi_i = 32°$ и характеристикой ползучести $\varphi = 1$.

Нормативное давление грунта на образец определялось по формулам [3]:

$$\begin{aligned} p_{vp}(H_1) &= \gamma \times H_1 = 17.5 \times 1.14 = 20 \text{ кН/м} \\ p_{vp}(H_2) &= \gamma \cdot H_2 = 17.5 \cdot 4.14 = 72.45 \text{ кН/м} \\ q &= p_{vp}(H_1) \cdot \mu = 20 \cdot 0.333 = 6.64 \text{ кН/м} \\ aq &= p_{vp}(H_2) \cdot \mu = 72.45 \cdot 0.333 = 24.13 \text{ кН/м} \end{aligned} \tag{13}$$

где $\mu = tg^2(45° - \varphi_n / 2) \approx 0.333$ - коэффициент нормативного бокового давления.

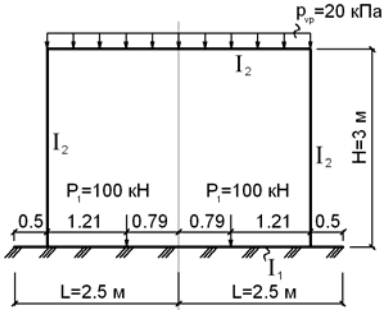

Рис. 1. Прямоугольная железобетонная рама на упругом основании

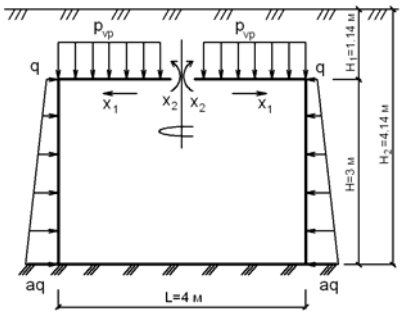

Рис. 2. Схема вертикального и бокового давления грунта на раму

Схема давления на верхний ригель и на стенки показана на рис. 2. Для определения давления грунта, изгибающих моментов и поперечных сил в стойках рамы были использованы формулы:

$$\begin{aligned} q(x) &= q\left(1 + (a-1) \cdot x / H\right) \\ Q(x) &= -qx\left(1 + (a-1) \cdot x / 2H\right) \\ M(x) &= -qx^2 / 2\left(1 + (a-1) \cdot x / 3H\right) \end{aligned} \tag{14}$$

Система канонических уравнений метода сил имеет вид:

$$X_1\alpha_{11} + X_2\alpha_{12} + A_1 = 0, \quad X_1\alpha_{21} + X_2\alpha_{22} + A_2 = 0$$

В первом каноническом уравнении через a_{11} обозначено перемещение в направлении воздействия X_1 от этого же воздействия. Через a_{12} обозначено перемещение в направлении того же воздействия от воздействия X_2. Через A_1 обозначена сумма перемещений в том же направлении от внешних нагрузок P_1 и q. Во втором каноническом уравнении аналогичные обозначения относятся к перемещениям в направлении второго воздействия.

Перемещения a_{ik} слагаются из перемещений вследствие деформаций нижнего ригеля, которые обозначим b_{ik}, и деформаций остальной части рамы, которые обозначим через δ_{ik}:

$$\alpha_{ik} = \delta_{ik} + b_{ik}$$

Величины δ_{ik} определяются при помощи интеграла Мора:

$$\delta_{ik} = \sum \int (M_i + M_k / EJ) ds$$

где M_i и M_k — значения моментов от воздействий i и k.

При учете бокового давления несколько изменились формулы для определения взаимного горизонтального перемещения и угла поворота верхнего ригеля:

$$\delta_{1q} = -(4a + 11) \cdot qH^4 / (120EI), \quad \delta_{2q} = -(a + 3) \cdot qH^3 / (48EI) \tag{15}$$

Увеличение изгибающих моментов вследствие бокового давления грунта учитывалось также при определении коэффициентов b_{iq}.

Будем считать, что вследствие ползучести бетона и грунта изменяются приведенные модули упругости бетона и грунта. Характеристика ползучести $\varphi = 1$: $E_2 = E_2/(1+\varphi)$, $E_0 = E_0/(1+\varphi)$

Рассмотрены три комбинации (сочетания) длительных модулей деформаций бетона рамы и грунта.

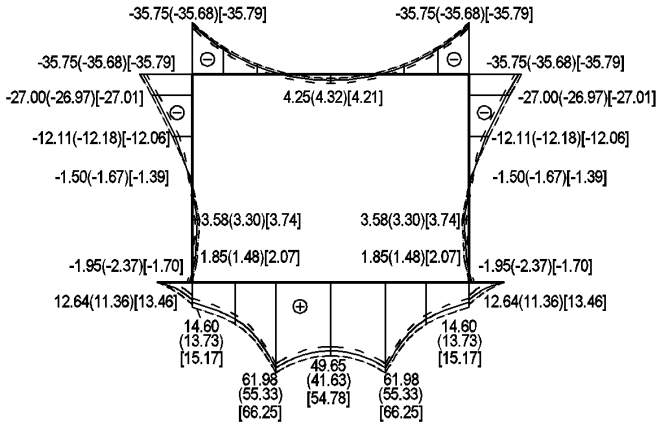

Рис. 3. Окончательная эпюра изгибающих моментов (кНм) в раме:
—— при $E_2 = 265$ (МПа) и $E_0 = 95$ (МПа); ( ) - - - - при $E_2 = 130$ (МПа) и $E_0 = 95$ (МПа); [ ] ---- при $E_2 = 265$ (МПа) и $E_0 = 45$ (МПа)

Для сравнения на рис. 4 приведены результаты расчета без учета бокового давления.

Выводы. Происходящее вследствие ползучести изменение модулей упругости материала рамы и грунта приводит к перераспределению усилий в раме. Наибольшее изменение изгибающих моментов M происходит в нижнем ригеле: при уменьшении E_0 в два раза момент в среднем сечении ригеля увеличивается, по сравнению с “упругим” расчетом, на 25 - 40%.

Наибольшее распределение имеет место в нижнем ригеле, причем боковое давление грунта изменяет не только величину, но и знак изгибающего момента в середине нижнего ригеля.

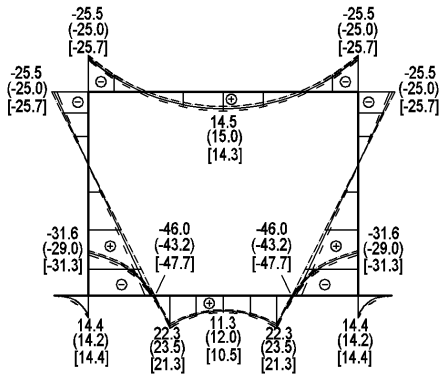

Рис. 4. Окончательная эпюра изгибающих моментов (кНм) в раме (без учета бокового давления грунта): —— при $E_2 = 265$ (МПа) и $E_0 = 95$ (МПа); () - - - - при $E_2 = 130$ (МПа) и $E_0 = 95$ (МПа); [ ] ---- при $E_2 = 265$ (МПа) и $E_0 = 45$ (МПа)

Литература

1. Горбунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании / Горбунов-Посадов М. И., Маликова Т. А., Соломин В. И. – М. : Стройиздат, 1984. – 679 с.

2. Кузнецов В.Н. Упругое основание. Расчет балок, плит и рам / Кузнецов В.Н. – М. : Госстройиздат, 1952. – 296 с.

3. Прокопович И.Е. Основы прикладной линейной теории и ползучести / Прокопович И.Е. – К. : «Вища школа», 1978. – 140 с.

4. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Работнов Ю.Н. – М. : Физматгиз, 1963. – 636 с.

5. Яременко А. Ф. Механика материалов и конструкций : научное пособие [для студ. высш. техн. научн. завед.] / Яременко А. Ф., Балдук П. Г. – Одесса : Внешрекламмсервис, 2001. – 247 с.

Рецензія/Peer review : 11.1.2017 р. Надрукована/Printed :19.4.2017 р.
Стаття прорецензована редакційною колегією