

КИНЕТОСТАТИКА МОДИФИКАЦИЙ ГРУПП АССУРА ТРЕТЬЕГО КЛАССА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ЧАСТЬ 1. МОДИФИКАЦИИ С ОДНОЙ И ДВУМЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

В работе обоснована необходимость изучения и разработки инженерных методов определения реакций в кинематических парах структурных групп Ассура третьего класса третьего порядка. Решены пять задач, охватывающих совокупность возможных вариантов модификаций группы с одной и двумя поступательными кинематическими парами. Предложены два метода решения: разложение неизвестных реакций на взаимно перпендикулярные составляющие и параллельный перенос неизвестной реакции в поступательной кинематической паре данного звена в центр шарнирной кинематической пары на этом же звене. Даны рекомендации по выбору предложенных методов кинестатики модификаций группы третьего класса третьего порядка.

Ключевые слова: кинестатика, сила, момент силы, составляющие реакции, плечо, точка приложения, направление, статическое равновесие.

ROBERT VACHAGANOVICH AMBARTSUMYANTS, SERGEY ALEKSANDROVICH ROMASHKEVICH

Odessa National Academy of Food Technologies

DYNAMIC FORCE ANALYSIS OF ASSOURE GROUP MODIFICATIONS OF THE THIRD CLASS OF THE THIRD ORDER

Dynamic force analysis of the mechanisms is one of the determining steps of their protecting. Not fulfilling of this stage doesn't allow to carry out calculations for strength and hardness of the elements of kinematic pairs, and sections themselves and to prepare the basis for designing. The aim of the work is development of the engineering methods of dynamic force analysis of Assoure group modifications of the third class of the third order, because in the educational and technical literature they are absent, though their functional possibilities are much wider and more various, than modifications of the second order groups. It has been stated that a general number of possible modifications or the examined group equals 56, however, because of isomorphousness of some modifications, their real number is much smaller. Because of a large volume of work in the given article, the modifications with one and two sliding kinematic pairs, created by substitution of rotatory kinematic pairs with sliding ones at the ends of the carriers and at the base triangular link of the group, have been considered. Five tasks, covering totality of the possible variants of modifications with one or two sliding kinematic pairs, have been solved. Two methods of solution have been suggested: decomposition of the unknown reactions into inter-perpendicular components and parallel carry of the unknown reaction in the sliding kinematic pair of the given link into the centre of the jointed kinematic pair at the same link. It has been stated that the suggested methods are equivalent, however the method of decomposition into the components requires more graphic plottings and the method of parallel carry requires more arithmetic calculations.

Keywords: dynamic force analysis, force, force moment, reaction components, arm, fulcrum, direction, static equilibrium.

Силовое исследование любого проектируемого устройства является весьма важным этапом на стадии конструирования. Найденные при таком исследовании усилия в кинематических парах механизмов позволяют не только конструировать их элементы, но и определить вид деформации звеньев механизмов. Это дает возможность определить объемные размеры звеньев исходя из условий необходимой их прочности и жесткости.

В настоящее время для нахождения значений реакций в кинематических парах наиболее широко применяется метод кинестатики, что позволяет задачу динамики привести к задаче статики и тем самым упростить решение [1, 2, и др.]. Как правило, для этого из состава механизма выделяют статически определяемые группы Ассура по классификации Ассура – Артоболевского и выполняют силовое исследование каждой группы отдельно с определенной последовательностью и завершается работа силовым исследованием входных или начальных звеньев [1, 2 и др.].

В практике машиностроения в машинах и механизмах наиболее широкое применение нашли механизмы, синтезированные на основе групп Ассура второго класса. Как показали исследования, эти группы не обладают широкими функциональными возможностями, хотя их кинематическое и динамическое исследование выполняется довольно простыми методами. Для механизмов, отнесенных к механизмам второго класса, в учебной и технической литературе разработаны специальные методы как кинематического, так и силового исследования с приложениями прикладных программ [4 и др.].

На практике нашли также сравнительно широкое применение механизмы, синтезированные на базе группы Ассура третьего класса третьего порядка, обладающие более широкими функциональными возможностями по сравнению с механизмами второго класса. До настоящего времени наиболее всесторонне исследована в области кинематики и кинестатики группа Ассура третьего класса с вращательными кинематическими парами [1, 4 и др.], хотя в технике применяются механизмы, в которых использованы группы Ассура третьего класса с одной или двумя поступательными парами. Однако как в учебной, так и в технической литературе в настоящее время отсутствуют упрощенные методы для практического применения конструкторами с целью силового исследования таких групп с различными сочетаниями поступательных и вращательных кинематических пар.

Целью настоящей работы является разработка простых инженерных методов силового исследования различных модификаций группы Ассура третьего класса.

На рис. 1 представлена группа Ассура третьего класса третьего порядка с вращательными кинематическими парами. Поскольку каждую вращательную пару можно выполнить поступательной, то общее количество их комбинаций (модификаций) составит

$$M = \sum_{i=1}^6 C_6^i, \tag{1}$$

где $\sum_{i=1}^6 C_6^i$ – сочетание из шести элементов с $i=1..6$ элементов, соответствующих количеству поступательных кинематических пар.

В выражении (1) модификация по сочетанию C_6^6 не может существовать, поскольку группа приобретает подвижность. Во второй части данной работы будет показано, что модификации по сочетаниям C_6^5 также не могут существовать. В таком случае общее число возможных модификаций равно

$$M = C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 = 6 + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 56.$$

Разумеется, некоторые из этих модификаций являются изоморфными. Например, модификации группы, полученные изменением конечных вращательных кинематических пар A, B, C поступательными, являются изоморфными и их исследования можно выполнить одним и тем же методом. Поэтому в дальнейшем рассматривается только один вариант кинестатики из изоморфных структурных групп. Аналогичная картина наблюдается, если поочередно заменить вращательные кинематические пары D, E, G поступательными. Следовательно, количество вариантов модификаций группы существенно уменьшается.

Отметим, что при рассмотрении отдельных модификаций необходимо следить за тем, чтобы в них не появилась подвижность. Обычно такое явление может наблюдаться при числе поступательных кинематических пар два и больше. Для исключения появления подвижности в модификациях группы принимаем:

- при образовании различных модификаций линии перемещения смежных поступательных кинематических пар на одном и том же звене не параллельны;
- кинематические показатели всех звеньев (положение, скорость, ускорение) известны;
- звенья группы являются абсолютно жесткими;
- зазоры в кинематических парах отсутствуют;
- на первом этапе кинестатики силы трения не учитываются.

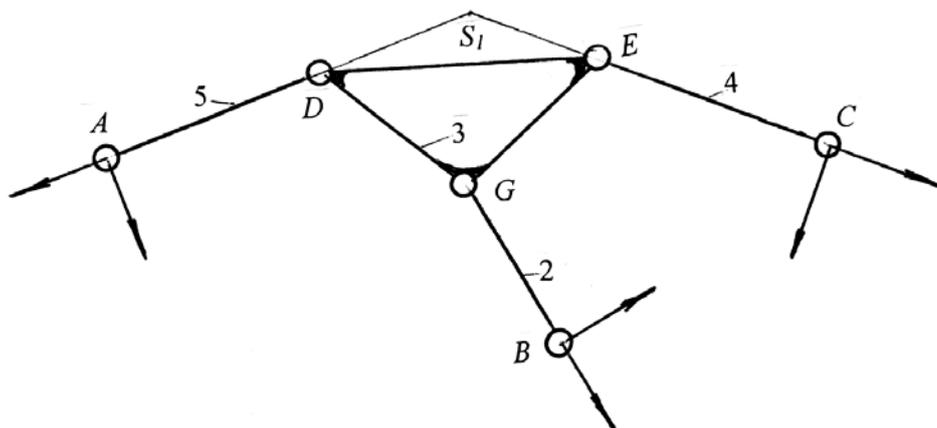


Рис. 1. Группа Ассура третьего класса третьего порядка с вращательными парами

Отметим, что общим методом силового исследования для всех разновидностей группы является составление системы 12 алгебраических уравнения. Из решения такой системы находят все 12 неизвестных. Однако такой подход в практике конструирования не нашло применение. Чаще всего применяются более простые методы, позволяющие более просто определить реакции, как векторы, что позволяет быстрее принимать то или иное решение, тем более, что такие методы легко реализуются на современных персональных компьютерах с высокой разрешаемой способностью.

Упрощение силового исследования группы третьего класса достигается использование особых точек Ассура, полученные на пересечении продольных осей поводков, например, 5, 4 или 2, 4 или 2, 5, например, S_1 (рис. 1) [1]. После разложения реакций в шарнирах A, B, C на составляющие по продольным осям соответствующих поводков и в перпендикулярном направлении из условия равновесия каждого поводка, составляя уравнения равновесия моментов сил относительно центров шарниров D, E, G

определяют перпендикулярные составляющие соответствующих реакций. Затем, составляют уравнение равновесия моментов сил всей группы относительно точки Ассура, например, S_1 . Из этого уравнения определяют составляющую реакции в шарнире B , направленную по продольной оси звена 2. После этого, нахождение реакций в остальных кинематических парах не представляет труда, так как рассматривается статическое равновесие каждого звена в отдельности.

Ниже рассматриваются задачи и их решения для различных модификаций группы третьего класса третьего порядка, содержащие одну и две поступательные кинематические пары. Предлагается два способа определения реакций в кинематических парах:

первый – разложение реакций в шарнирных соединениях на взаимно перпендикулярные составляющие по линии поступательного перемещения и перпендикулярно;

второй – параллельный перенос неизвестной реакции в поступательной кинематической паре в центр вращательной кинематической пары соответствующего звена.

Задача 1. Одна концевая вращательная пара группы, например, A , заменена поступательной парой (рис. 2, а).

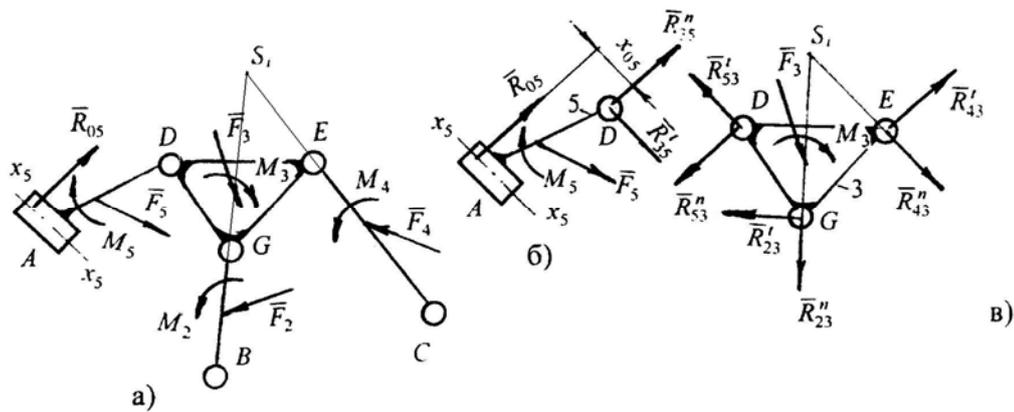


Рис. 2. Модификация группы: а – с одной поступательной парой, б – звено 5 в статическом равновесии, в – звено 3 в статическом равновесии

Группа нагружена равнодействующими всех внешних сил и моментов, а также сил инерции и моментов сил инерции. Предполагаем, что звено 2 соединяется с начальным звеном будущего механизма, а псевдо 4 и 5 – с основанием.

Представим решение задачи первым методом.

Реакции в шарнирах B и C разлагаем на две составляющие – по продольной оси звена и перпендикулярно¹. Обозначим через $x_5 - x_5$ линию перемещения звена 5. Реакция \bar{R}_{05} в кинематической паре A направим перпендикулярно к $x_5 - x_5$ (рис. 2, б). Находим особую точку Ассура S_1 в пересечении продольных осей псевдо 2 и 4 (рис. 2, а). Определить значение реакции \bar{R}_{05} из уравнения равновесия моментов сил группы невозможно, так как в этом уравнении два неизвестных – кроме значения силы \bar{R}_{05} неизвестна также точка ее приложения. Рассмотрим равновесие пятого звена (рис. 2, б). Реакцию в шарнире D разложим на две составляющие $\bar{R}_{35} = \bar{R}_{35}^n + \bar{R}_{35}^t$ – перпендикулярно $x_5 - x_5$ и параллельно. Составляем уравнение равновесия проекций сил звена 5 на линию $x_5 - x_5$ и находим составляющую \bar{R}_{35}^t . Теперь рассматриваем равновесие третьего, так называемого, базового звена (рис. 2, в). Предварительно, разложив реакции в шарнирах G и E на составляющие по продольным осям звеньев 2 и 4 и перпендикулярно, из условия равновесия этих же звеньев, составляем уравнения равновесия моментов сил относительно центров шарниров G и E , находим составляющие \bar{R}_{23}^t и \bar{R}_{43}^t .

В пересечении линий действия неизвестных \bar{R}_{23}^n и \bar{R}_{43}^n находим особую точку Ассура S_1 (рис. 2, в). Составляем уравнение равновесия моментов сил звена 3 относительно точки S_1 и из этого уравнения находим составляющую \bar{R}_{53}^n . Теперь, из уравнения равновесия проекций сил звена 5 на линию, перпендикулярную $x_5 - x_5$ находим составляющую \bar{R}_{35}^n . Из уравнения равновесия моментов сил этого же звена относительно центра шарнира D находим точку приложения реакции \bar{R}_{05} (расстояние x_{05}). После этого, нахождение реакций в других кинематических парах не представляет труда, используя общепринятые методы статики.

¹ Примечание. Индексы реакций обозначены по методике, принятой в теории механизмов и машин.

\bar{R}_{23}^n и \bar{R}_{43}^n . Для нахождения точки приложения реакции $\bar{R}_{35} = -\bar{R}_{53}$ составляем уравнение равновесия моментов сил звена 5 относительно центра шарнира A (рис. 4, б) и находим расстояние h_3 . Реакции в шарнирах B и C находим из планов сил, построенных для звеньев 2 и 5.

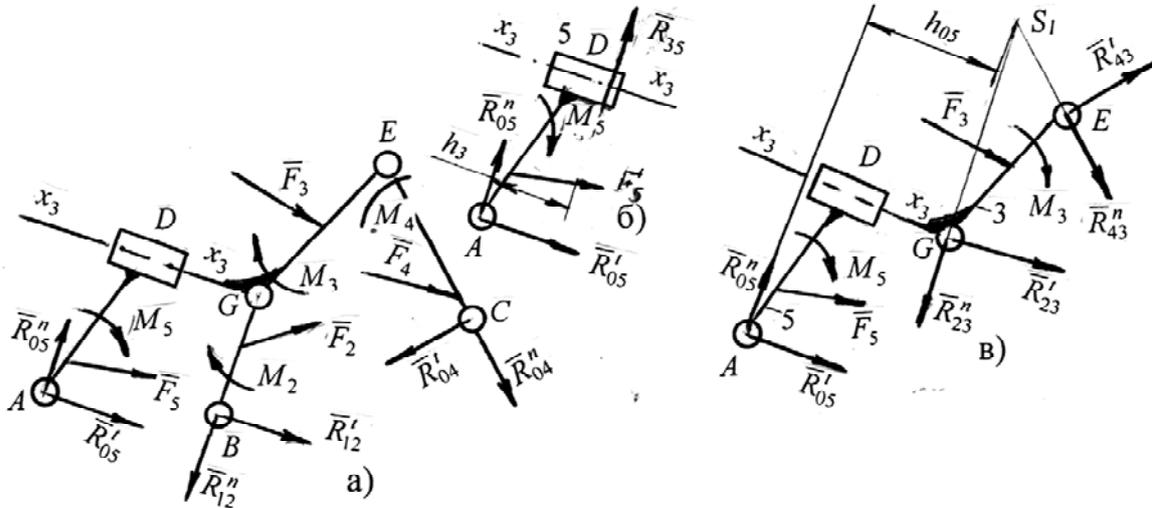


Рис. 4. Модификация группы: а – с одной поступательной парой на базовом звене, б – звено 5 в статическом равновесии, в – кинематическая цепь 3-5

Примечание. В последующих задачах, для упрощения рисунков, предполагаем, что на группах Ассура действуют внешние силы и момент, силы инерции и моменты сил инерции не показывая их.

Задача 3. Модификация группы третьего класса с двумя поступательными парами на концах поводков (рис. 5, а). Определение реакций в кинематических парах этой модификации целесообразно провести методом разложения сил, так как метод параллельного переноса сил приводит к уравнению равновесия моментов сил с большим количеством слагаемых. Решение задачи начинаем со звеньев 5 и 4 (рис. 5, б, в). Обозначим $x_5 - x_5$ и $x_4 - x_4$ линии поступательного перемещения звеньев 5 и 4 соответственно. Реакции в шарнирах D и E разлагаем на составляющие – перпендикулярно к прямым $x_5 - x_5$ и $x_4 - x_4$ (\bar{R}_{35}^n и \bar{R}_{34}^n) и параллельно (\bar{R}_{35}^t и \bar{R}_{34}^t), соответственно. Из уравнения равновесия проекций сил на направления $x_5 - x_5$ и $x_4 - x_4$ находим векторы \bar{R}_{35}^t , \bar{R}_{34}^t . Далее рассматриваем статическое равновесие базового звена 3 (рис. 5, г). Реакцию в шарнире G разлагаем на две составляющие – по продольной оси поводка 2 (\bar{R}_{23}^n) и перпендикулярно (\bar{R}_{23}^t). Вектор \bar{R}_{23}^t находим из уравнения равновесия моментов сил звена 2 относительно центра шарнира B . На пересечении неизвестных $\bar{R}_{53}^n = -\bar{R}_{35}^n$ и $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$ находим особую точку Ассура S_1 (рис. 5, г). Составляем уравнение равновесия моментов сил звена 3 относительно точки S_1 . Из этого уравнения находим неизвестный вектор \bar{R}_{23}^n . На основании векторного уравнения равновесия сил звена 3 строим план сил для нахождения неизвестных векторов $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$ и $\bar{R}_{53}^n = -\bar{R}_{35}^n$. Векторы \bar{R}_{05} и \bar{R}_{04} находим из уравнения равновесия проекций сил звеньев 5 и 4 на прямых, перпендикулярных к направляющим $x_5 - x_5$ и $x_4 - x_4$ соответственно. Точки приложения этих векторов (расстояния x_{05} и x_{04} рис. 5, б, в) находим из уравнения равновесия моментов сил соответствующих звеньев относительно центров шарниров D и E .

Задача 4. Модификация группы Ассура с двумя поступательными парами, образованными одним из поводков (рис. 6, а). Решение задачи начинаем со звена 5 (рис. 6, б). Поскольку направления реакций \bar{R}_{05} и \bar{R}_{35} известны (они перпендикулярны к соответствующим направляющим), то построив план сил для этого звена, находим векторы \bar{R}_{05} , \bar{R}_{35} . Реакции в шарнирах G , E разлагаем на составляющие, направив их по продольным осям соответствующих звеньев и перпендикулярно (рис. 6, в). Из уравнения равновесия моментов сил звеньев 2 и 4 относительно центров шарниров B и C находим составляющие $\bar{R}_{32}^t, \bar{R}_{34}^t$. Загружаем звено 3 векторами $\bar{R}_{53} = -\bar{R}_{35}$, $\bar{R}_{23}^n = -\bar{R}_{32}^n$, $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$, $\bar{R}_{23}^t = -\bar{R}_{32}^t$, $\bar{R}_{43}^t = -\bar{R}_{34}^t$. На пересечении неизвестных векторов $\bar{R}_{23}^n = -\bar{R}_{32}^n$ и $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$ находим особую точку Ассура S_1 (рис. 6, в). Составляем уравнение равновесия моментов сил звена 3 относительно точки S_1 . Из этого уравнения

находим параметр x_{53} , определяющий точку приложения реакции \bar{R}_{35} . Для нахождения точки приложения реакции \bar{R}_{05} составляем уравнение равновесия моментов сил звена 5 относительно точки приложения реакции \bar{R}_{35} (рис. 6, б). Из этого уравнения находим расстояние x_{05} , определяющее точку приложения реакции \bar{R}_{05} . Полные реакции в шарнирах B и C легко определить из плана сил звеньев 2 и 4.

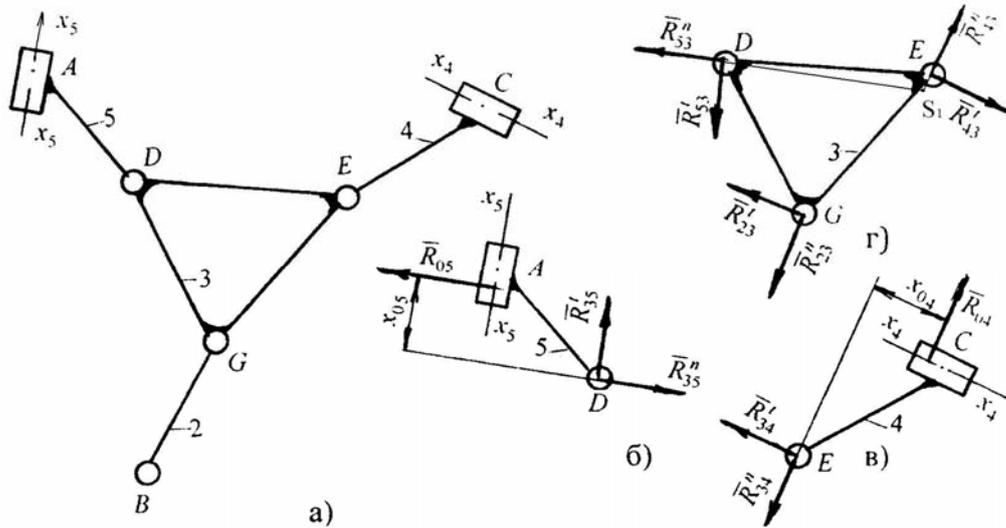


Рис. 5. Модификация группы: а – с двумя поступательными парами на концах поводков, б – статическое равновесие звена группы 5, в – статическое равновесие звена группы 4

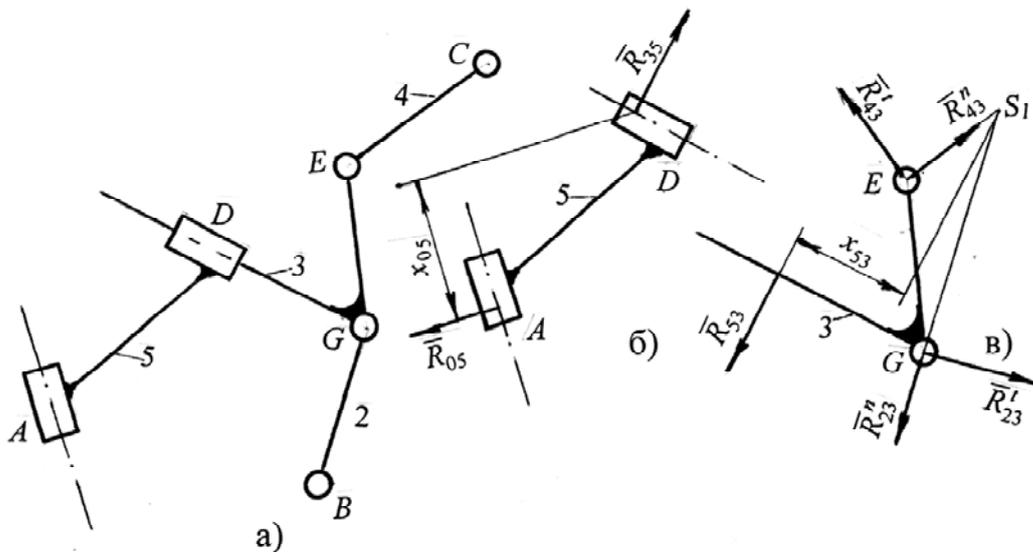


Рис. 6. Модификация группы: а – группа с двумя поступательными парами, б – расчетная схема звена 5, в – расчетная схема звена 3

Задача 5. Модификация группы Ассура с двумя поступательными парами на базовом звене 3 (рис. 7, а). Задачу решаем в следующей последовательности. Отделим звенья 4, 5 и рассмотрим их статическое равновесие (рис. 7, б, в). Обозначим через $x_{43} - x_{43}$ и $x_{53} - x_{53}$ направляющие поступательных пар E и D . Реакции в шарнирах C и A разложим на составляющие - параллельно направляющим $x_{43} - x_{43}$, $x_{53} - x_{53}$ и перпендикулярно соответственно (рис. 7, б, в). Из уравнений проекций сил звеньев 4 и 5 на прямые, перпендикулярные направляющим $x_{43} - x_{43}$, $x_{53} - x_{53}$ находим векторы \bar{R}_{04}^t , \bar{R}_{05}^t . Рассматриваем равновесие кинематической цепи 5-3-4 (рис. 7, г). Загружаем цепь векторами $\bar{R}_{05}^t, \bar{R}_{05}^n, \bar{R}_{04}^t, \bar{R}_{04}^n, \bar{R}_{23}^n = -\bar{R}_{32}^t, \bar{R}_{23}^t = -\bar{R}_{32}^n$. Вектор \bar{R}_{23}^t предварительно определим из уравнения моментов сил звена 2 относительно центра шарнира B . На пересечении линий действия сил \bar{R}_{04}^n и \bar{R}_{23}^n находим особую точку Ассура S_1 . Из уравнения равновесия моментов сил кинематической цепи 5-3-4 относительно точки S_1 находим вектор \bar{R}_{05}^n . На основании векторного уравнения равновесия сил этой же цепи построим план сил,

откуда находим векторы \bar{R}_{04}^n и \bar{R}_{23}^n . Для определения точек приложения векторов \bar{R}_{34} и \bar{R}_{35} (рис. 7, б, в) составляем уравнения равновесия моментов сил звеньев 4 и 5 относительно центров шарниров C и A (расстояния x_{34} и x_{35}). Полную реакцию в шарнире B находим из плана сил, построенного для второго звена.

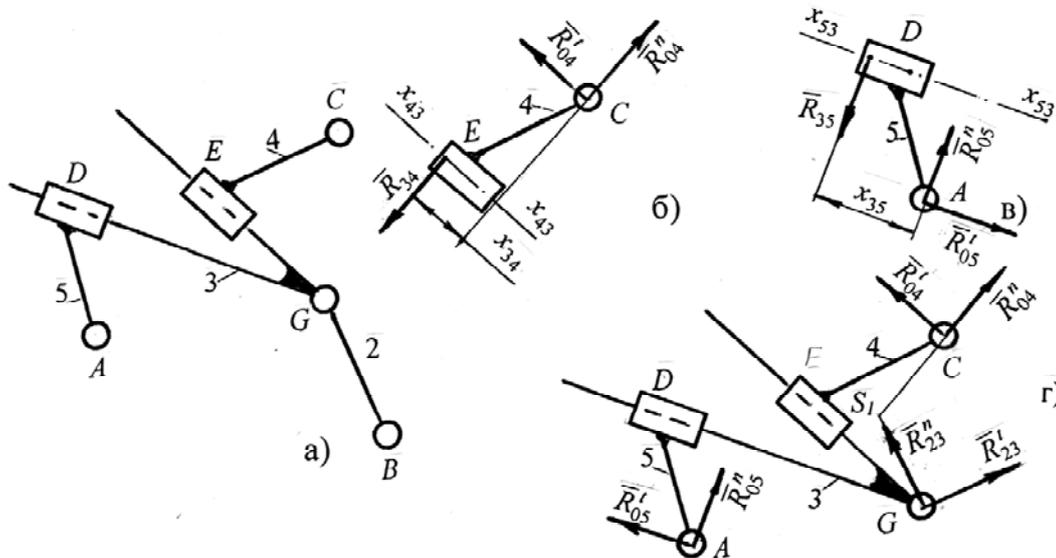


Рис. 7. Модификация группы Ассра: а – с двумя поступательными парами на базовом звене 3, б – расчетная схема звена 4, в – расчетная схема звена 5, г – расчетная схема кинематической цепи 5-3-4

Выводы

1. Общее количество модификаций группы Ассра третьего класса третьего порядка равно 56. Однако реальное их число значительно меньше из-за изоморфности некоторых их разновидностей. Например, сочетание $C_6^1 = 6$, (6 модификаций, четыре из которых изоморфны), сочетание $C_6^2 = 15$ (15 модификаций, десять из которых изоморфны).

2. Предложенные два метода кинестатики равноценны. Выбор метода зависит от того, что больше подходит исследователям. Метод разложения сил на составляющие требует больше графических построений, а метод параллельного переноса сил – больше слагаемых в уравнениях равновесия моментов и, следовательно, больше вычислительных операций.

Литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и допол. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1988. – 640 с.
2. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Наука, 1990. – 592 с.
3. Озол О.Г. Теория механизмов и машин / под редакцией С.Н. Кожевникова. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1984. – 432 с.
4. Белоконов И.М. Теория механизмов и машин. Методы автоматизированного проектирования / И.М. Белоконов. – К. : Вища шк., 1990. – 208 с.

References

1. Artobolevskiy Y.Y. Teoriya mekhanizmov y mashyn : ucheb. dlia vuzov / Y.Y. Artobolevskiy. – 4-e yzd., pererab. y dopol. – M. : Nauka. Hl. red. fiz.-mat. lyteratury, 1988. – 640 s.
2. Levytskyi N. Y. Teoriya mekhanizmov y mashyn / N. Y. Levytskyi. – M. : Nauka, 1990. – 592 s.
3. Ozol O.H. Teoriya mekhanizmov y mashyn / pod redaktsiyei S.N. Kozhevnykova. – M. : Nauka. Hl. red. fiz.-mat. lyteratury, 1984. – 432 s.
4. Belokonev Y.M. Teoriya mekhanizmov y mashyn. Metody avtomatyzyrovannoho proektyrovannya / Y.M. Belokonev. – K. : Vyshcha shk., 1990. – 208 s.

Рецензія/Peer review : 24.05.2017 р.

Надрукована/Printed :4.9.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Гладушник А.К.