

ЗАГАЛЬНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ СКЛАДНОГО ТЕХНІЧНОГО ОБ'ЄКТУ

У статті запропонована загальна математична модель процесу технічного обслуговування складного технічного об'єкта. Модель призначена для прогнозування показників надійності і вартості експлуатації об'єкта з урахуванням проведення різних стратегій технічного обслуговування. Розроблена модель дозволяє формально описати процес технічного обслуговування. Проведена формалізація покладена в основу розробки імітаційної статистичної моделі.

Ключові слова: технічне обслуговування, математична модель, технічний стан.

E.S. LYENKOV

Military Institute of Telecommunications and Information

GENERAL MATHEMATICAL MODEL OF MAINTENANCE PROCESS COMPLEX TECHNICAL OBJECT

The article proposes a general mathematical model of the process of maintenance of a complex technical object. The model is designed to predict the reliability and cost of operation of the facility, taking into account different maintenance strategies. Complex technical objects relate to a class of renewable objects of long repeated use and require significant costs for their operation. Maintenance is usually performed to ensure the required level of fault in the process of their operation. A characteristic feature of complex technical objects is the presence in their composition of a large number of different types of component elements that have different levels of reliability, different patterns of processes of their wear, aging and degradation. This feature requires a more subtle approach to the organization and planning of maintenance during their operation. The developed model allows to formally describe the process of maintenance. The formalization is the basis for the development of a simulation statistical model. The corresponding simulation model can be used to predict the reliability and cost of operating a complex technical facility, taking into account different maintenance strategies and planned repairs.

Keywords: maintenance, mathematical model, technical condition.

Вступ. На теперішній час, складні технічні об'єкти в відіграють виключно важливе значення. У першу чергу йдеться про різноманітні радіоелектронні комплекси, радіолокаційні станції, автоматизовані системи управління і т.п. Від рівня безвідмовності таких об'єктів залежить обороноздатність держави, економічна безпека та життя людей.

Складні технічні об'єкти відносяться до класу відновлюваних об'єктів тривалого багаторазового застосування і вимагають значних витрат на їх експлуатацію. Для забезпечення необхідного рівня безвідмовності в процесі їх експлуатації зазвичай проводиться технічне обслуговування (ТО).

Характерною особливістю складних технічних об'єктів є наявність в їх складі великої кількості різнотипних комплектуючих елементів, які мають різний рівень надійності, різні закономірності процесів їх зносу, старіння та деградації. Ця особливість вимагає більш тонкого підходу до організації і планування ТО в процесі їх експлуатації.

Постановка завдання. У статті вирішується завдання щодо розробки загальної математичної моделі технічного обслуговування складного технічного об'єкта для прогнозування показників надійності об'єкта РЕТ і вартості його експлуатації з метою оптимізації характеристик як самого об'єкта так і процесу його ТО.

Результати дослідження. Проведений аналіз процесу технічного обслуговування і ремонту (ТОіР) показав, що процеси ТО і технічного ремонту (ТР) тісно взаємопов'язані і їх вивчати й досліджувати можна тільки як єдиний процес [1–3]. Тому процес ТО будемо розглядати як одну зі складових узагальненого процесу ТОіР, що включає в себе процеси ТО і поточний ремонт. З урахуванням цього процес ТО будемо описувати графом станів і переходів, показаним на рис. 1. Згідно з цим процес ТО в кожен момент часу перебуває в одному з таких станів:

0 – об'єкт працездатний і застосовується за призначенням;

1 – об'єкт відмовив і проводиться його відновлення (поточний ремонт);

2 – проводиться ТО об'єкта.

Переходи $0 \leftrightarrow 1$ описують процес ТР, а переходи $0 \leftrightarrow 2$ – процес технічного обслуговування.

Будемо розрізняти контроль працездатності та контроль технічного стану (КТС). Результатом контролю працездатності є прийняття рішення про те, у якому стані знаходиться об'єкт, в працездатному або в непрацездатному. Результатом КТС є рішення про необхідність проведення ТО. Перехід $0 \leftrightarrow 2$ відповідає часу проведення контролю технічного стану. Контроль працездатності в розглянутому процесі окремо не виділений.

Введемо параметр \mathbf{T} у вигляді наступного вектора $\mathbf{T} = \{t_{0i}; i = \overline{1, |E_0|}\}$, де t_{0i} – моменти часу останніх оновлень елементів $e_i \in E_0$ (E_0 – множина елементів об'єкта). Зміни значень \mathbf{T} відбуваються в моменти часу t_k , в які проводиться ТО або проводиться відновлення (заміна) елементів, що відмовили

($k = 1, 2, \dots$). Зміни, що відбуваються в моменти часу t_k будемо описувати оператором наступного вигляду:

$$\mathbf{T}_k := Q_{TO}(\mathbf{T}_{k-1}/P_{TO}), \tag{1}$$

де $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}(t_k)$ – значення параметра \mathbf{T} після проведення ТО в момент часу t_k ; P_{TO} – параметри виконаного ТО; Q_{TO} – позначення самого оператора.

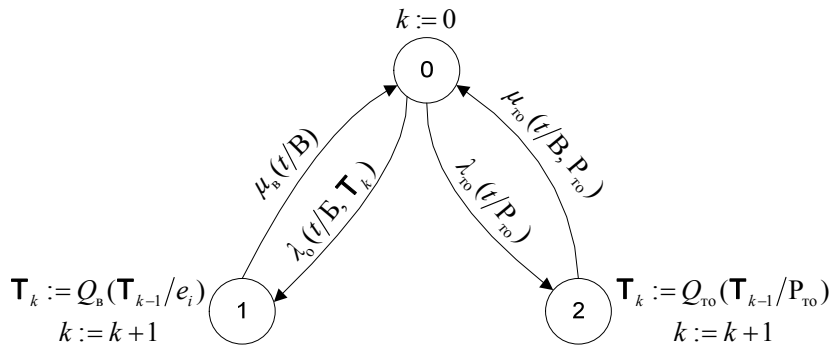


Рис. 1. Граф станів і переходів процесу ТО

Оператор Q_{TO} реалізується шляхом виконання в моменти часу t_k наступних дій (операторів присвоєння): $\forall e_i \in E_{TO} : t_{0i} := t_k$, де E_{TO} – множина елементів, що зазнали ТО в момент часу t_k .

Аналогічному перетворенню піддається параметр \mathbf{T} в моменти часу t_k , в які відбувається відновлення (заміна) елемента, що відмовив:

$$\mathbf{T}_k := Q_B(\mathbf{T}_{k-1}/e_i), \tag{2}$$

де e_i – відновлений елемент ($e_i \in E_O$); Q_B – позначення оператора відновлення.

Оператор Q_B реалізується оператором присвоювання $t_{0i} := t_k$.

Переходи між станами розглянутого процесу відбуваються у випадковій або детермінованій моменти часу, відповідно інтенсивностям переходів: $\lambda_0(t/B, \mathbf{T}_k)$ – інтенсивність відмов об’єкта; $\mu_B(t/B)$ – інтенсивність відновлення об’єкта; $\lambda_{TO}(t/P_{TO})$ – інтенсивність подій ТО (інтенсивність КТС); $\mu_{TO}(t/B, P_{TO})$ – інтенсивність подій завершення технічного обслуговування.

Розглянемо кожну з інтенсивностей переходів.

Будемо вважати, що елементи об’єкта $e_i \in E_O$ з’єднані в розумінні надійності послідовно і відмови є незалежними. Тоді інтенсивність відмов $\lambda_0(t/B, \mathbf{T}_k)$ можна визначити як суму [1,4]:

$$\lambda_0(t/B, \mathbf{T}_k) = \sum_i \lambda_i(t/t_{0i}), \tag{3}$$

де $\lambda_i(t/t_{0i})$ – інтенсивність відмов i -го елемента за умови, що останнє його відновлення відбулося в момент часу t_{0i} ($i = \overline{1, |E_O|}$).

Інтенсивність $\lambda_i(t/t_{0i})$ через функцію розподілу наробітку до відмови елемента $F_i(t/t_{0i})$ виражається наступним відомим співвідношенням [1,5]:

$$\lambda_i(t/t_{0i}) = \frac{F_i'(t/t_{0i})}{1 - F_i(t/t_{0i})}. \tag{4}$$

Априорі передбачається, що об’єкт РЕТ є старіючим, тому в якості функції розподілу $F_i(t/t_{0i})$ може бути використано один з розподілів, що відноситься до ІФ-моделей відмов.

Інтенсивність відновлення $\mu_B(t/B)$ будемо вважати константою, $\mu_B(t/B) = \mu_B = const$. Це припущення ніяк не вплине на адекватність розроблюваної моделі, так як інтенсивність $\mu_B(t/B)$ не залежить від параметрів P_{TO} . При такому припущенні час відновлення підпорядковується експоненціальному розподілу з параметром μ_B , величина якого дорівнює $\mu_B = 1/T_B$, де T_B – середній час відновлення об’єкта.

Наближене значення T_B визначається за формулою [1]:

$$T_B = \frac{\sum_i T_{Bi} / T_{cpi}}{\sum_i 1 / T_{cpi}}, \tag{5}$$

де T_{Bi} – середній час відновлення i -го елемента; T_{Cpi} – середній наробіток до відмови i -го елемента.

Технічне обслуговування проводиться періодично в детерміновані або випадкові моменти часу з періодичністю T_{TO} . З урахуванням цього інтенсивність $\lambda_{TO}(t/P_{TO})$ можна визначити за допомогою дельта-функції наступним чином:

$$\lambda_{TO}(t/P_{TO}) = \delta(t - kT_{TO}), \tag{6}$$

де $\delta(\cdot)$ – дельта-функція [1]; k – порядковий номер ТО ($k = 1, 2, \dots$); T_{TO} – періодичність ТО, яка може бути як постійною (детермінованою), так і змінною (випадковою) у разі застосування адаптивної стратегії технічного обслуговування.

Інтенсивність переходів $2 \rightarrow 0$ – $\mu_{TO}(t/B, P_{TO})$ визначається з співвідношення наступним чином:

$$\mu_{TO}(t/B, P_{TO}) = \frac{F'_{TO}(t/B, P_{TO})}{1 - F_{TO}(t/B, P_{TO})}, \tag{7}$$

де $F_{TO}(t/B, P_{TO})$ – функція розподілу тривалості технічного обслуговування.

Позначимо ξ_{TO} випадкову величину, яка підпорядковується функції розподілу $F_{TO}(t/B, P_{TO}) = \text{Iмов}\{\xi_{TO} \leq t\}$. Величина ξ_{TO} визначається як сума наступного вигляду:

$$\xi_{TO} = \xi_{TO}(t/B, P_{TO}) = \tau_{TOa} + \tau_{KTC} + \sum_{i \in E_{TO}} P_{TOi}(t/P_{TO}) \cdot \tau_{TOi}, \tag{8}$$

де τ_{TOa} – адміністративний час (підготовка апаратури, приладів, інструментів тощо); τ_{KTC} – тривалість контролю ТС об'єкта; τ_{TOi} – тривалість операції ТО i -го елемента; $P_{TOi}(t/P_{TO})$ – ймовірність того, що при проведенні чергового ТО в момент часу t буде підлягати обслуговуванню i -й елемент ($e_i \in E_{TO}$).

Згідно (8) випадкова тривалість ТО ξ_{TO} залежить від часу проведення ТО t (часу переходу $0 \rightarrow 2$), що цілком узгоджується з реальністю: чим гірший ТС об'єкта, тим більша частина елементів повинна піддаватися ТО і, отже, більшою буде тривалість технічного обслуговування. Якщо при проведенні ТО фактичний ТС об'єкта не враховується (при ТО за ресурсом), то величина ξ_{TO} не буде залежати від часу t .

Величини τ_{TOa} і τ_{TOi} в (8) у дійсності є випадковими, однак без істотного порушення адекватності моделі можна прийняти припущення про те, що вони є детермінованими величинами, які дорівнюють їх математичному очікуванню. При прийнятті цього припущення виявляється, що випадковість величини ξ_{TO} породжується тільки ймовірностями $P_{TOi}(P_{TO})$. Очевидно, що ймовірності $P_{TOi}(P_{TO})$ залежать від вибору стратегії технічного обслуговування. Так, наприклад, якщо обрана стратегія ТО за станом, то ймовірність $P_{TOi}(P_{TO})$ повинна залежати від поточного ТС i -го елемента. Якщо обрана стратегія ТО за ресурсом (ТОР), то для всіх елементів $e_i \in E_{TO}$ ймовірності $P_{TOi}(P_{TO}) = 1$. В останньому випадку величина ξ_{TO} стає детермінованою величиною, рівною $\xi_{TO} = \tau_{TOa} + \sum_{i \in E_{TO}} \tau_{TOi}$. Інтенсивність $\mu_{TO}(t/B, P_{TO})$ у разі ТОР

вироджується в дельта-функцію наступного вигляду:

$$\mu_{TO}(t/B, P_{TO}) = \delta(t - k(T_{TO} + \xi_{TO})) \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Таким чином, було розглянуто зміст і можливості визначення кожної з інтенсивностей переходів процесу, граф якого зображений на рис. 1. Проведений аналіз показав, що визначення деяких з них пов'язане з істотними труднощами, для їхнього визначення потрібні були б додаткові моделі та відповідні дослідження.

Якби вдалося отримати аналітичні вирази для інтенсивностей переходів розглянутого процесу, тоді можна було б скласти систему диференціальних рівнянь для ймовірностей станів процесу (рівняння Колмогорова [6]). Така система рівнянь у нашому випадку має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} P'_0(t/\dots) &= -P_0(t/\dots)[\lambda_0(t/B, T_k) + \lambda_{TO}(t/P_{TO})] + P_1(t/\dots)\mu_B(B) + P_2(t/\dots)\mu_{TO}(t/P_{TO}); \\ P'_1(t/\dots) &= P_0(t/\dots)\lambda_0(t/B, T_k) - P_1(t/\dots)\mu_B(B); \\ P'_2(t/\dots) &= -P_0(t/\dots)\mu_{TO}(t/P_{TO}) + P_2(t/\dots)\lambda_{TO}(t/P_{TO}); \\ \sum_{j=0}^2 P_j(t/\dots) &= 1, \end{aligned} \tag{9}$$

де $P_j(t/\dots)$ – ймовірності відповідних станів процесу ($j = \overline{0, 2}$). Рішенням даної системи рівнянь є сімейство функцій $P_j(t/\dots)$, що залежать від параметрів B, V, P_{TO} і T_k . Якщо параметри B, V і P_{TO} – це зовнішні, по відношенню до моделі змінні, то параметр T_k є внутрішньою змінною моделі. Динаміка

змінної T_k управляється операторами (1) і (2). Це істотно ускладнює розв'язок задачі.

Система диференціальних рівнянь (9) разом з операторами (1) і (2) являють собою загальну математичну модель процесу ТО об'єкта. Модель є загальною тому що вона може бути застосовна для будь-якої стратегії технічного обслуговування. Однак, скористатися цією загальною моделлю для розв'язання будь-яких практичних задач, на жаль, важко, тому що неясно, як інтегрувати систему рівнянь (9) разом з операторами (1) і (2).

Висновки. У статті розроблена загальна математична модель процесу технічного обслуговування та складного технічного об'єкта. Розроблена модель дозволяє формально описати процес технічного обслуговування. Проведена формалізація покладена в основу розробки імітаційної статистичної моделі. Відповідна імітаційна модель може застосовуватися для прогнозування показників надійності і вартості експлуатації складного технічного об'єкта з урахуванням проведення різних стратегій технічного обслуговування і планових ремонтів.

Література

1. Прогнозирование надежности сложных объектов радиоэлектронной техники и оптимизация параметров их технической эксплуатации с использованием имитационных статистических моделей / С.В. Ленков, К.Ф. Боряк, Г.В. Банзак, В.О. Браун, В.А. Осыпа, С.А. Пашков, В.Н. Цыцарев, Ю.В. Березовская. – Одесса : Изд-во «ВМВ», 2014. – 256 с.
2. Жиров Г.Б. Усовершенствованная имитационная модель процесса технического обслуживания и ремонта сложного технического объекта / Г.Б. Жиров, Е.С. Ленков // Журнал Харківського національного університету повітряних сил імені І. Кожедуба «Системи обробки інформації». – 2017. – Вип. 3 (149). – С. 14–18.
3. Ленков Е.С. Узагальнена математична модель процесу технічного обслуговування і ремонту складної техніки / Е.С. Ленков // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2017. – № 2. – С. 186–191.
4. Основы надежности и техническое обеспечение радиоэлектронных средств РТВ ПВО / А.Н. Буточнов, Б.П. Креденцер, В.Г. Тоценко, В.Н. Цыцарев и др. – К. : КВИРТУ ПВО, 1982. – 226 с.
5. Половко А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко, С. В. Гуров. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб : БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.
6. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1988. – 480 с.

References

1. Prohnozyrovanye nadezhnomy slozhnykh obektov radyoelektronnoy tekhniky y optymyzatsiya parametrov ykh tekhnicheskoy ekspluatatsyy s yspolzovanyem ymytatsyonnykh statystycheskykh modelei / S.V. Lenkov, K.F. Boriak, H.V. Banzak, V.O. Braun, V.A. Osypa, S.A. Pashkov, V.N. Tsytzarev, Yu.V. Berezovskaia. – Odessa : Yzd-vo «VMV», 2014. – 256 s.
2. Zhyrov H.B. Usovershenstvovannaia ymytatsyonnaia model protsessu tekhnicheskoho obsluzhyvannya y remonta slozhnoho tekhnicheskoho obekta / H.B. Zhyrov, E.S. Lenkov // Zhurnal Kharkivskoho natsionalnoho universytetu povitrianykh pyl imeni I. Kozheduba «Systemy obrobky informatsii». – 2017. – Vyp. 3 (149). – S. 14–18.
3. Lienkov Ye.S. Uzahalnena matematychna model protsesu tekhnichnoho obsluhovuvannya i remontu skladnoy tekhniky / Ye.S. Lienkov // Herald of Khmelnytsky National University. – 2017. – Issue 2. – S. 186–191.
4. Osnovy nadezhnomy y tekhnicheskoe obespechenye radyoelektronnykh sredstv RTV PVO / A.N. Butochnov, B.P. Kredentser, V.N. Totsenko, V.N. Tsytzarev y dr. – K. : KVYRTU PVO, 1982. – 226 s.
5. Polovko A. M. Osnovy teoryy nadezhnomy / A. M. Polovko, S. V. Hurov. – 2-e yzd., pererab. y dop. – SPb : BKhV-Peterburh, 2006. – 704 s.
6. Venttsel E. S. Teoryia veroiatnostey y ee ynzhenernye prylozheniya / E.S. Venttsel, L.A. Ovcharov. – M. : Nauka, 1988. – 480 s.

Рецензія/Peer review : 10.07.2017 р.

Надрукована/Printed : 13.09.2017 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Бойко Ю.М.