

УДК 621.01

Р.В. АМБАРЦУМЯНЦ, М.И. СУББОТИНА

Одесская национальная академия пищевых технологий

К ИССЛЕДОВАНИЮ КИНЕМАТИКИ ЦЕНТРАЛЬНОГО КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

В работе предложен более простой метод исключения иррациональности функции положения центрального кривошипно-ползунного механизма, что позволяет также получить выражение аналогов скорости и ускорения, лишенные иррациональности. Метод основан на представлении знаменателя дроби в виде бесконечной дроби. Установлено, что независимо от точности приближения число слагаемых в выражениях кинематических показателей ползуна не меняется. Установлено также, что второе приближение дает хорошие результаты по точности, приемлемые для практики.

Ключевые слова: кривошип, механизм, ползун, шатун, функция положения, аналоги скорости и ускорения, бесконечная дробь.

R.V. AMBARCUMYANC, M.I. SUBBOTINA

Odessa National Academy of Food Technologies

CONCERNING THE RESEARCH OF KINEMATICS OF CENTRAL CRANK GEAR AND SLIDER MECHANISM

A more simple method of exclusion of irrationality of location function of central crank gear and slider mechanism has been offered in the paper and it also allows to obtain the expression of analogues of speed and acceleration, lacking in irrationality. The method is based on introducing of a denominator of a fraction as an endless fraction. It has been stated, that irrespective of approximation, the number of addends in the expressions of kinematic descriptions of a slider isn't changed. It has also been stated, that the second approximation gives good results concerning precision, acceptable for practise.

Keywords: crank gear, mechanism, slider, connecting rod, location function, analogues of speed and acceleration, endless fraction.

В различных отраслях техники и, особенно, в поршневых машинах широко распространен кривошипно-ползунный механизм. Кинематическое исследование этого механизма аналитическим методом является классическим показательным примером в учебниках по теории механизмов и машин [1, 2]. Требование получить функцию положения механизма от его обобщенной координаты в явном виде приводит к иррациональному выражению. Численная реализация такого уравнения сопровождается некоторыми затруднениями из-за его иррациональности. В работе [1] с целью исключения иррациональности функции положения центрального кривошипно-ползунного механизма предлагается подкоренное выражение разложить в ряд бинома Ньютона и после многочисленных преобразований получить выражение функции положения с определенным количеством слагаемых в зависимости от точности приближения расчетов. В первоначальных расчетных уравнениях перемещение ползуна (поршня) отсчитывается от центра вращения кривошипа. Чтобы получить ход поршня в зависимости от угла поворота кривошипа, что на практике часто требуется, предлагается ввести дополнительные изменения в ранее полученные уравнения.

Целью данной работы является получение функции положения центрального кривошипно-ползунного механизма в явном виде другим, более простым способом, позволяющим определить непосредственно значение хода поршня при текущем значении угла поворота кривошипа. Предлагаемый метод базируется на представлении знаменателя дроби в виде бесконечной дроби.

На рис. 1 представлена расчетная схема центрального кривошипно-ползунного механизма. Обозначим: φ и ψ – углы поворота кривошипа и шатуна BC . Принимаем начало отсчета хода ползуна от его правого крайнего положения.

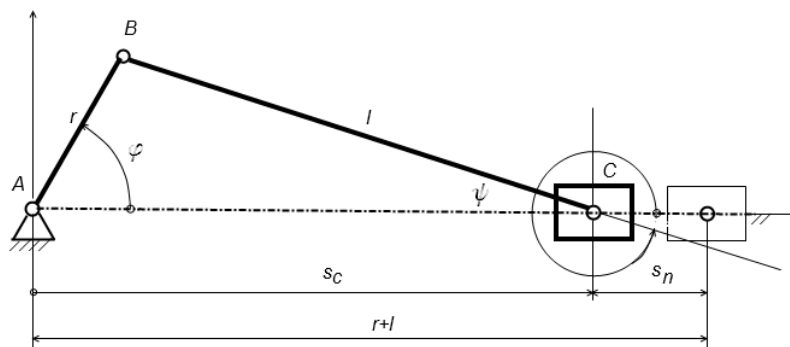


Рис. 1. Кинематическая схема центрального кривошипно-ползунного механизма

Совместим начало прямоугольной декартовой системы координат с центром шарнира A и направим ось x по направляющей ползуна. Текущая абсцисса центра шарнира C находится из выражения

$$s_C = r \cdot \cos \varphi + l \cdot \cos \psi, \quad (1)$$

где r, l – длина кривошипа и шатуна соответственно.

Ход поршня, согласно расчетной схеме, $s_i = (r+l) - s_C$ или с учетом (1)

$$s_i = r \cdot (1 - \cos \varphi) + l \cdot (1 - \cos \psi) = l \cdot [\lambda \cdot (1 - \cos \varphi) + 2 \cdot \sin^2(\psi/2)], \quad (2)$$

где $\lambda = r/l$ – относительная длина кривошипа.

Из расчетной схемы механизма очевидно, что $\sin \psi = \lambda \cdot \cos \varphi$. Тогда при использовании функции половинного угла получим соотношение

$$\sin(\psi/2) = \lambda \cdot \sin \varphi / (2 \cdot \cos(\psi/2))$$

или

$$\sin^2(\psi/2) = \frac{\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}{4 \cdot \cos^2(\psi/2)}. \quad (3)$$

Выражение (2) с учетом зависимости (3) принимает вид

$$s_i = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda \cdot \sin^2 \varphi}{2 \cdot \cos^2(\psi/2)} \right]. \quad (4)$$

В кривошипно-ползунных механизмах для улучшения условий передачи усилия от шатуна к ползуну рекомендуется значение отношения $\lambda \leq 3$. При $\lambda = 3$ угол $\psi = \psi_{\max} = 19^\circ 28'$ достигается в положениях кривошипа 90° и 270° , то есть в двух положениях. В остальных положениях кривошипа угол $\psi < \psi_{\max}$. Если в расчетах не требуется слишком высокая точность нахождения значения хода поршня, то можно, принимая $\cos^2(\psi/2) \approx 1$, ограничиться выражением

$$s_i = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + (\lambda \cdot \sin^2 \varphi) / 2 \right]. \quad (5)$$

Если же требуется повысить точность приближения, то в выражении (4) функцию $\cos(\psi/2)$ снова запишем через $\sin(\psi/2)$ и из равенства (3) получим

$$s_i = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda \cdot \sin^2 \varphi}{2 \cdot \left(1 - \frac{\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}{4 \cdot \cos^2(\psi/2)} \right)} \right], \quad (6)$$

а при условии $\cos^2(\psi/2) \approx 1$ имеем

$$s_i = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \sin^2 \varphi}{4 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi} \right]. \quad (7)$$

Если точность приближения по выражению (7) недостаточная, то можно еще раз повторно осуществить замену в (6) функции $\cos(\psi/2)$ с использованием (3) и учетом малости угла $(\psi/2)$. Тогда функция положения механизма в третьем приближении представится в виде

$$s_i = r \cdot \left[(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda \cdot \sin^2 \varphi \cdot (4 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)}{4 \cdot (2 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)} \right]. \quad (8)$$

Аналог скорости выходного звена механизма в точном выражении [1]

$$s'_i = ds_i / d\varphi = r \cdot \sin \varphi + \frac{r^2 \cdot \sin 2\varphi}{2 \cdot \sqrt{l^2 - r^2 \cdot \sin^2 \varphi}}. \quad (9)$$

В первом приближении аналог скорости определим из выражения (5). Имеем

$$s'_i = r \cdot [\sin \varphi + (\lambda/2) \cdot \sin 2\varphi], \quad (10)$$

которое совпадает с предлагаемым в учебнике [1].

Выполнив ряд преобразований, из уравнения (7) получим выражение для аналога скорости ползуна во втором приближении

$$s'_i = r \cdot \left[\sin \varphi + \frac{8 \cdot \lambda \cdot \sin 2\varphi}{(4 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^2} \right]. \quad (11)$$

Проведен сравнительный анализ точности вычислений функции положения и аналога скорости выходного звена при использовании представленного метода приближения. С этой целью выполнены расчеты перемещений, аналогов скоростей и ускорений выходного звена механизма в течение одного оборота кривошипа для значений отношения $\lambda=1/3$ и $\lambda=1/5$. При этом выполнялись расчеты для точных значений функций положения и аналога скорости поршня, для приближенных выражений функций в первом

и втором приближениях.

Результаты численных исследований для точных и приближенных выражений показали, что точность в первом приближении недостаточная. Выражения, полученные во втором приближении дают незначительное отклонение от точных результатов – в четвертом-пятом знаках после запятой – и являются вполне приемлемыми для инженерных расчетов.

На рис. 2 и 3 представлены графики относительных отклонений $\Delta f_1(\varphi)$ и $\Delta f_2(\varphi)$ функций положения ползуна при первом и втором приближениях соответственно и отклонений $\Delta v_1(\varphi)$ и $\Delta v_2(\varphi)$ аналогов скорости ползуна в первом и втором приближениях в процентах по отношению к точным значениям указанных функций. Графики построены для углов поворота кривошипа $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$, так как положения звеньев механизма симметричны относительно направляющих ползуна.

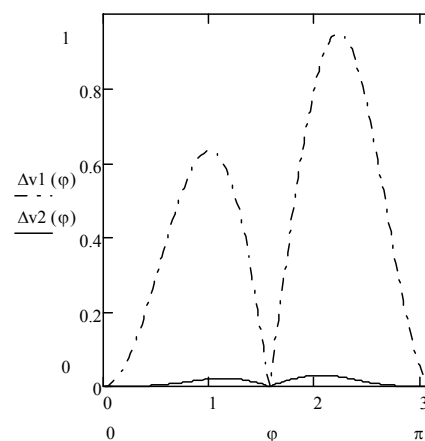
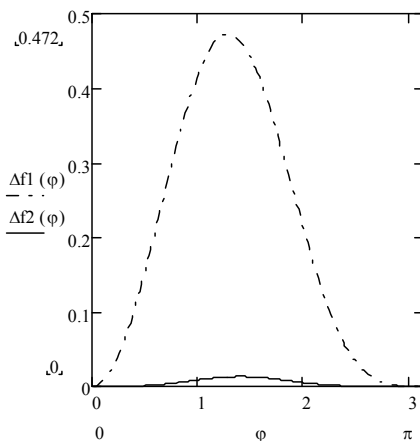


Рис. 2. Графики функций отклонений положения ползуна: $\Delta f_1(\varphi)$ - при первом приближении и $\Delta f_2(\varphi)$ - при втором приближении **Рис. 3. Графики функций отклонений аналога скорости ползуна: $\Delta v_1(\varphi)$ - при первом и $\Delta v_2(\varphi)$ - при втором приближениях**

Как и следовало ожидать, максимальных отклонений функция положения ползуна достигает при углах поворота кривошипа $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 270^\circ$, поскольку именно в этих положениях угол поворота шатуна $\psi = \psi_{\max}$. Относительное отклонение функций в первом приближении составляет 0,472%, во втором – 0,013%. Отклонения аналогов скоростей: 0,948% и 0,022% соответственно для первого и второго приближений.

Выводы

В приближенных выражениях функции положения отсутствует иррациональность. Выбранный метод приближения более простой, не требует сложных преобразований. Независимо от точности приближения число слагаемых в выражениях кинематических показателей ползуна не меняется. Установлено, что для грубых расчетов достаточно первое приближение. Для достижения высокой точности расчетов необходимо переходить ко второму и к третьему приближению. Как показывают расчеты, второе приближение дает вполне приемлемые результаты для практики.

Литература

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1975. – 640 с.
2. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин / С. Н. Кожевников. – М. : Машиностроение, 1974. – 576 с.

References

1. Artobolevskiy I. I. Teoriya mekhanizmov y mashyn / I. I. Artobolevskiy. – M. : Nauka, 1975. – 640 s.
2. Kozhevnykov S. N. Teoriya mekhanizmov y mashyn / S. N. Kozhevnykov. – M. : Mashynostroyeniye, 1974. – 576 s.

Рецензія/Peer review : 15.06.2017р.

Надрукована/Printed :3.9.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Гладушняк А.К.