

УДК 536.24

А.Я. КАРВАЦЬКИЙ, Г.М. ВАСИЛЬЧЕНКО, К.М. КОРОЛЕНКО
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Т.В. ЧИРКА
ВАТ «Айгама», м. Київ

ВІДНОВЛЕННЯ ТЕПЛОФІЗИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗВОРотної ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Розглянуто методу числового розв'язання зворотної коефіцієнтної задачі теплопровідності, яка дає змогу одночасно відновлювати дві теплофізичні властивості. Розроблено програмний код для розв'язання зворотної коефіцієнтної задачі теплопровідності для визначення коефіцієнта теплопровідності і масової ізобарної теплоємності сипких вуглецевих матеріалів із використанням експериментальних даних квазістаціонарного методу циліндричного шару або коаксіальних циліндрів.

Ключові слова: зворотна задача теплопровідності, метод коаксіальних циліндрів, коефіцієнт теплопровідності, масова ізобарна теплоємність, градієнтний метод.

A.YA. KARVATSKII, G.M. VASILCHENKO, K.M. KOROLENKO
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»
T.V. CHIRKA
PJSC «iGama», Kyiv

RENEWAL OF THERMAL AND PHYSICAL PROPERTIES OF GRANULAR MATERIALS USING THE INVERSE HEAT CONDUCTION PROBLEM SOLUTION

The methodology of numerical solving of inverse heat conduction problem was considered, enabling to renew 2 thermal and physical properties simultaneously. The programming code for inverse heat conduction problem solving was designed in order to determine the heat conductivity coefficient and mass isobaric thermal capacity of granular carbon materials using the experimental data of quasi-steady method or coaxial cylinders method.

Keywords: heat conductivity inverse problem, coaxial cylinders method, heat conductivity coefficient, mass isobaric thermal capacity, gradient method.

Постановка проблеми

Відомо, що зворотні коефіцієнтні задачі теплопровідності (ЗКЗТ) відносяться до класу некоректно сформульованих задач, в яких порушується причинно-наслідковий зв'язок або третя умова Адамара [1, 2]. Тобто, розв'язок цих задач передбачає знаходження за відомим температурним полем, яке є наслідком, коефіцієнтів теплопровідності і теплоємності, які є причинами утворення цього температурного поля. Це виникає внаслідок того, що темп зміни температури у віддалених точках від поверхні зразка може бути меншим від темпу зміни температури на його поверхні. Таким чином, порушується неперервна залежність результатів від вихідних температурних даних. Крім того, вихідна інформація для розв'язання ЗКЗТ характеризується шумами (осциляціями) і похибками, які під час розв'язання задачі можуть значно підсилюватися. Необхідно відмітити, що некоректність постановки ЗКЗТ також проявляється у разі визначення двох і більше теплофізичних характеристик, оскільки одному значенню температури відповідає нескінченна множина пар коефіцієнтів, що є порушенням другої умови коректності за Адамаром [3].

Вагомим імпульсом для подолання вказаних проблем та розвитку методів числового розв'язання ЗКЗТ дали роботи А.Н. Тихонова [4]. Введення в його роботах поняття алгоритму регуляризації вихідних даних дало змогу перевести велику кількість некоректних за Адамаром задач у клас умовно коректних і отримати їхні розв'язки.

Застосування ЗКЗТ дає змогу розширити можливості класичних експериментальних квазістаціонарних методів плоского або циліндричного шару, оскільки дає змогу відновити, окрім значення коефіцієнта теплопровідності, величину масової ізобарної теплоємності або температуропровідності досліджуваного матеріалу.

Аналіз попередніх досліджень

Історія активного застосування ЗКЗТ для відновлення теплофізичних властивостей матеріалів налічує понад чотири десятиліття. Але не зважаючи на це в новітній науково-технічній літературі є велика кількість публікацій за цією проблемою. Тобто проблема розв'язання ЗКЗТ залишається актуальною і сьогодні.

Так, наприклад, у статті [5] розглядається постановка зворотних задач теплопровідності як коефіцієнтної зворотної задачі для параболического рівняння. Запропоновано новий метод узагальнених променів (GR-метод) для розв'язання цієї задачі. Метод базується на зведенні диференціального рівняння в частинних похідних до сімейства звичайних диференціальних рівнянь з використанням локальних трас для функцій і операторів, що розглядаються. GR-метод виражає розв'язок зворотної задачі для цього типу рівнянь за допомогою точних аналітичних формул, в яких використовується пряме та обернене перетворення Родона. Запропонований варіант GR-методу реалізується у вигляді алгоритмів програмного забезпечення, більш швидких порівняно зі всіма відомими, що базуються на традиційних підходах. Це є важливим для використання математичного моделювання під час створення матеріалів зі спеціальними

властивостями теплопровідності.

У праці [6] розглянута нелінійна зворотна задача на базі неоднорідного рівняння теплопровідності з лінійними граничними умовами. Ідентифікована історія поверхневого теплового потоку тіла, що нагрівається. Пропонований метод полягає в апроксимації невідомої функції з використанням кусково-лінійних поліномів, які визначаються послідовно із розв'язання задачі мінімізації на основі даних з надлишковою інформацією. Представлено деякі числові приклади.

У статті [7] вивчається варіаційне формулювання для зворотної задачі теплопровідності. Наведені різні швидкі та ефективні градієнтні методи, що базуються на екстремальному формулюванні. Обговорюється кілька чисельних прикладів.

У статті [8] представлено неперервний метод скінчених елементів з використанням базових функцій Треффца, що застосовується для прямої і оберненої задач теплопровідності. Для скінченої кількості базових функцій в кожному скінченному елементі (СЕ) поле температури стає розривним на границі між СЕ. Ця неперервність була зменшена за допомогою функції штрафу, яка була додана функціоналу, що оптимізується. Числові значення функцій розподілу ентропії і дисипації енергії були проаналізовані на спільних границях СЕ. Показано, що збільшення кількості базових функцій в СЕ зменшує похибку розв'язання прямої і зворотної задач.

Проблема, що описана в статті [9] відноситься до визначення параметрів охолодження лопаток газових турбін за відомими значеннями розподілу коефіцієнтів тепловіддачі й температури на зовнішній поверхні лопатки. Беручи до уваги, що дві умови задано на одній границі, таке завдання є некоректним за Адамаром. Це означає, що труднощі, пов'язані з розв'язанням таких зворотних задач не залежать від методу, який використовується для цього. У статті наведено розв'язання задачі за допомогою методу граничних елементів на прикладі 2-D багатозв'язаних областей (три канали охолодження лопатки газової турбіни). Отримані числові результати підтверджують ефективність запропонованої методики.

У праці [10] наведено методику розв'язання оберненої задачі, яка базується на аналітичному розв'язку прямої задачі з використанням згортки функцій. Аналітична функція $T(r, t)$ являє собою поверхню, яка визначається за допомогою експериментально виміряних температури внутрішніх точках тіла. У разі швидко мінливих експериментальних значень, розв'язок оберненої задачі є вельми чутливим до помилок вимірюваних величин. Для того, щоб отримати достовірні результати у роботі був використаний метод згладжування результатів вимірювань за допомогою гіперболічних сплайн-функцій разом з методом послідовного і глобального розв'язання оберненої задачі.

Стаття [11] присвячена питанням коректності деяких обернених задач для математичних моделей, що виникають під час опису процесів тепломасопереносу. За даними першої початково-крайової задачі та умови Неймана на бічній поверхні циліндра відновлюються розв'язок параболічного рівняння другого порядку і коефіцієнт цього рівняння, що належить ядру деякого диференціального рівняння першого порядку і характеризує параметри середовища. Розв'язок рівняння знаходиться в просторі Соболева з досить великим показником сумарності, а невідомий коефіцієнт у класі неперервних функцій. Показано, що локально за часом задача має єдиний стійкий розв'язок.

У статті [12] представлено оригінальний метод розв'язання багатовимірних зворотних задач теплопровідності. Рівняння теплопровідності у частинних похідних замінюється системою звичайних диференціальних рівнянь залежних від часу, які потім розв'язуються послідовно. Процедура запускається в просторовому вузлі, на якому розташований датчик температури, і послідовно проходить крізь простір до поверхневого вузла. Точність методу демонструється за допомогою порівняння розрахованого поверхневого теплового потоку й температури з відомим точним розв'язком. Виконано два числових експерименти на одновимірній і двовимірній зворотних задачах теплопровідності, для того щоб показати обчислювальну ефективність і точність представленого методу. У третьому прикладі зворотна задача застосована до експериментальних даних. Метод може бути легко розповсюджений на тривимірні задачі.

Загальною науковою проблемою є визначення теплофізичних властивостей нових за складом сипких матеріалів залежно від температури та їх гранулометричного складу, не вирішеною частиною наукової проблеми є визначення коефіцієнта теплопровідності та масової ізобарної теплоємності вуглецевих сипких матеріалів залежно від температури та гранулометричного складу з використанням ЗКЗТ, що мають широке застосування в електродній та металургійній галузях промисловості.

Метою статті є застосування зворотної коефіцієнтної задачі теплопровідності для відновлення теплофізичних властивостей сипких вуглецевих матеріалів за експериментальними даними класичного квазістаціонарного методу циліндричного шару або коаксіальних циліндрів.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо математичну постановку прямої задачі нелінійної нестационарної теплопровідності для циліндричного шару

$$c_p(t)\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\lambda(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right], \quad r \in (r_1, r_2), \quad \tau \in (0, T) \quad (1)$$

де c_p – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); ρ – густина, кг/м³; t – температура, °С; τ – час, с; r – радіус, м; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); r_1, r_2 – менший і більший радіуси циліндричного шару, відповідно, м; T – тривалість процесу, с.

Початкові умови для $\tau = 0$

$$t(r, 0) = t_0(r). \quad (2)$$

Граничні умови для $\tau > 0$:

$$\begin{cases} t(r_1, \tau) = t_1(\tau); \\ t(r_2, \tau) = t_2(\tau). \end{cases} \quad (3)$$

Рівняння теплопровідності (1) у разі його запису через коефіцієнт температуропровідності набуває вигляду

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r a(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right], \quad r \in (r_1, r_2), \quad \tau \in (0, T] \quad (4)$$

де $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2/\text{с}$.

Для замикання системи рівнянь (1)–(3) сформульованої ЗКЗТ потрібно щонайменше додати по одній умові для визначення кожного з невідомих коефіцієнтів λ і c_p (1) для $\tau > 0$:

$$\begin{cases} q_E(r_q, \tau) = \frac{q_l(\tau)}{2\pi r_q}; \\ t_E(r_t, \tau) = t_t(\tau), \end{cases} \quad (5)$$

де q – густина теплового потоку, $\text{Вт}/\text{м}^2$; q_l – лінійна густина теплового потоку, $\text{Вт}/\text{м}$; $r_q, r_t \in (r_1, r_2)$ – радіальні координати, в яких визначаються густина теплового потоку й температура всередині циліндричного шару, відповідно, м ; E – індекс, який вказує на те, що величини отримані під час фізичного експерименту.

Система рівнянь (1)–(3), (5) є повним математичним формулюванням одновимірної ЗКЗТ для циліндричного шару.

Для числового розв'язання ЗКЗТ використаємо метод послідовної мінімізації неув'язки [13], який базується на градієнтному методі. Цей метод передбачає екстремальне формулювання задачі, використовуючи функціонали неув'язки у вигляді:

$$\begin{cases} F_q(\lambda) = \frac{1}{2} [q_E(r_q, \tau) - q_M(\lambda, r_q, \tau)]^2; \\ F_t(c_p) = \frac{1}{2} [t_E(r_t, \tau) - t_M(c_p, r_t, \tau)]^2; \end{cases} \quad r_q, r_t \in (r_1, r_2), \quad \tau \in (0, T], \quad (6)$$

де M – індекс, що відповідає модельним даним, які описуються (1)–(3); E – індекс, що відповідає експериментальним даним.

Для отримання виразів для ітераційного знаходження коефіцієнтів ЗКЗТ за градієнтним методом послідовної мінімізації неув'язки скористаємося розкладанням функцій $\lambda(q)$ і $c_p(t)$ в ряд Тейлора в околі експериментальних значень q_E і t_E до першого порядку малості:

$$\begin{cases} \lambda(q_E) = \lambda(q_M) + \frac{d\lambda(q_M)}{dq_M} (q_E - q_M); \\ c_p(t_E) = c_p(t_M) + \frac{dc_p(t_M)}{dt_M} (t_E - t_M). \end{cases} \quad (7)$$

Вирази (7) також можна отримати за допомогою дослідження функціоналів (6) на екстремум $\frac{dF_q(\lambda)}{dq_M} = 0$ і $\frac{dF_t(c_p)}{dt_M} = 0$. Далі після деяких перетворень нескладно отримати співвідношення (7).

Метод послідовної мінімізації неув'язки передбачає багатократне розв'язання прямої задачі (1)–(3) на кожному кроці інтегрування за часом. Тому для числової реалізації цього методу скористаємося добре апробованим методом скінченних різниць (МСР). Для цього виконаємо просторово-часову дискретизацію розрахункової області. Для рівномірної сітки будемо мати:

$$\omega_{h\tau} = \left\{ (r_i, \tau_j) \right\}, \quad r_i = r_1 + h(i-1), \quad \tau_j = \Delta\tau j, \quad h = \frac{r_2 - r_1}{n-1}, \quad \Delta\tau = \frac{T}{m}. \quad (8)$$

До рівняння (1) в лінійному його варіанті застосуємо консервативну явно-неявну різницеву схему на шеститочковому шаблоні з другим порядком апроксимації за координатою і часом [14, 15]

$$c_p \rho \left(t_i^{j+1} - t_i^j \right) \frac{\left(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2 \right)}{2\Delta\tau} = \frac{1}{2} \left[r_{i+1/2} \lambda \frac{t_{i+1}^{j+1} - t_i^{j+1}}{h} - r_{i-1/2} \lambda \frac{t_i^{j+1} - t_{i-1}^{j+1}}{h} + \right. \\ \left. + r_{i+1/2} \lambda \frac{t_{i+1}^j - t_i^j}{h} - r_{i-1/2} \lambda \frac{t_i^j - t_{i-1}^j}{h} \right] + O\left(h^2 + \Delta\tau^2\right); \quad 2 \leq i \leq n-1, \quad 1 \leq j \leq m, \quad (9)$$

де $r_{i+1/2} = \frac{r_i + r_{i+1}}{2}$, $r_{i-1/2} = \frac{r_i + r_{i-1}}{2}$, м.

Система дискретних рівнянь (9) розв’язується методом триточкової прогонки [14, 15]. У результаті розв’язання (9) на кожному кроці інтегрування за часом отримуємо поле значень температур, за яким визначаються модельні значення густини теплового потоку й температури в реперних точках, відповідно:

$$\begin{cases} q_M(r_q, \tau) = q_k^{j+1} + \frac{q_{k+1}^{j+1} - q_k^{j+1}}{h} (r_q - r_k), \quad r_q \in (r_k, r_{k+1}), \quad q_k^{j+1} = \lambda \frac{t_{k+1}^{j+1} - t_{k-1}^{j+1}}{2h}; \\ t_M(r_i, \tau) = t_i^{j+1} + \frac{t_{i+1}^{j+1} - t_i^{j+1}}{h} (r_i - r_i), \quad r_i \in (r_i, r_{i+1}). \end{cases} \quad (10)$$

Після заміни похідних на скінченні різниці в (7) отримуємо:

$$\begin{cases} \lambda^{l+1} = \lambda^l + \frac{\lambda^l - \lambda^{l-1}}{q_M^l - q_M^{l-1}} (q_E - q_M^l); \\ c_p^{l+1} = c_p^l + \frac{c_p^l - c_p^{l-1}}{t_M^l - t_M^{l-1}} (t_E - t_M^l), \end{cases} \quad (11)$$

де l – номер ітерації з визначення коефіцієнтів рівняння (9) на кожному кроці інтегрування за часом.

Критерієм закінчення ітерацій на кожному кроці інтегрування за часом рівняння (9) є виконання умови (6) у вигляді

$$\begin{cases} |q_E - q_M^l| \leq \delta_q; \\ |t_E - t_M^l| \leq \delta_t, \end{cases} \quad (12)$$

де δ_q , δ_t – похибки визначення модельних значень густини теплового потоку й температури, відповідно.

У разі відновлення тільки коефіцієнта температуропровідності формулювання ЗКЗТ дещо спрощується і включає рівняння (4) разом з початковими і граничними умовами (2),(3) і однією умовою по температурі в (6), яка необхідна для відновлення коефіцієнта температуропровідності на кожному кроці інтегрування за часом (4).

При цьому дискретний аналог рівняння (4) має вигляд

$$\left(t_i^{j+1} - t_i^j \right) \frac{\left(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2 \right)}{2\Delta\tau} = \frac{1}{2} \left[r_{i+1/2} a \frac{t_{i+1}^{j+1} - t_i^{j+1}}{h} - r_{i-1/2} a \frac{t_i^{j+1} - t_{i-1}^{j+1}}{h} + \right. \\ \left. + r_{i+1/2} a \frac{t_{i+1}^j - t_i^j}{h} - r_{i-1/2} a \frac{t_i^j - t_{i-1}^j}{h} \right] + O\left(h^2 + \Delta\tau^2\right); \quad 2 \leq i \leq n-1, \quad 1 \leq j \leq m, \quad (13)$$

а співвідношення (11) набуває вигляду

$$a^{l+1} = a^l + \frac{a^l - a^{l-1}}{t_M^l - t_M^{l-1}} (t_E - t_M^l). \quad (14)$$

Алгоритм розв’язання ЗКЗТ методом послідовної мінімізації неув’язки у разі відновлення двох коефіцієнтів є таким. За початковий розподіл температури береться стаціонарне поле. Задаються початкові значення коефіцієнтів теплопровідності і теплоємності. На кожному часовому рівні розглядаються цикл мінімізації неув’язки, в якому спочатку розв’язується пряма задача (9), далі виконується деяке прирощення значення коефіцієнтів і знову розв’язується пряма задача за нових значень коефіцієнтів. Затим розраховуються нові значення коефіцієнтів за (11), розв’язується пряма задача (9) і виконується перевірка збіжності за (12). Цикл продовжується до виконання нерівності (12). Далі відбувається перехід на новий часовий рівень і цикл визначення коефіцієнтів повторюється. У разі відновлення тільки одного коефіцієнта (температуропровідності) алгоритм є практично аналогічним. Різниця полягає лише у формі рівняння прямої задачі (13), для визначення нового значення коефіцієнта температуропровідності використовується (14) і

перевірка збіжності виконується тільки за температурою в (12).

Для розв'язання ЗКЗТ використовувалися експериментальні дані, що були отримані на установці, яка побудована на квазістаціонарному методі циліндричного шару [16, 17] в якій рівень температур забезпечувався фоновими нагрівниками, а перепад температури і вихід на квазістаціонарний режим – центральним нагрівником (рис. 1). При цьому для виконання розрахунків використовувалася тільки квазістаціонарна ділянка розігріву матеріалу. Під час експериментів, окрім граничних температур циліндричного шару, також визначалася температура в середині шару і густина теплового потоку крізь шар.

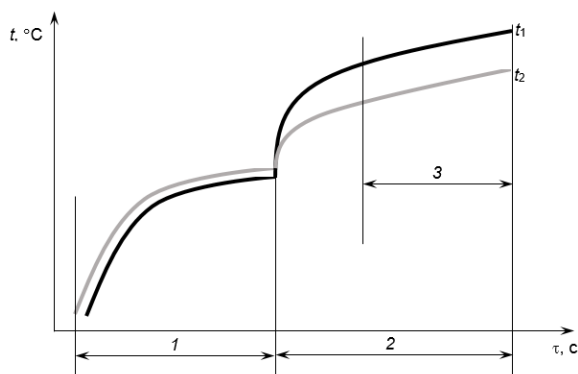
Для числової реалізації наведеної методики розв'язання ЗКЗТ застосовано програмне середовище Mathcad [18, 19].

Для тестування розглянутої методики розв'язання ЗКЗТ використані експериментальні дані [16, 17], які були проведені на сипкому матеріалі – кам'яновугільному сирому коксі гранулометричним складом 0–10 мм і насипною густиною 600 кг/м³. Параметри експериментальної комірки методу коаксіальних циліндрів були такими: $d_1 = 26$ мм, $d_2 = 70$ мм – внутрішній та зовнішній діаметри циліндричного шару, відповідно; $d_3 = \sqrt{d_1 d_2}$ – діаметр, за якого контролювалася температура всередині циліндричного шару;

$q_l = UI/l$ – лінійна густина теплового потоку крізь циліндричний шар, Вт/м; U – різниця потенціалу на центральному нагрівнику, В; I – сила струму на центральному нагрівнику, А/м²; l – довжина центрального нагрівника, м.

Для розрахунків обрано три ділянки із квазістаціонарним режимом нагрівання циліндричного шару (рис. 2) в інтервалі зміни температур 730–950 °С. Рівень температур вищий за 730 °С був вибраний для того, щоб мінімізувати вплив летючих на результати досліджень.

Порядок розрахунків теплофізичних властивостей на кожній квазістаціонарній ділянці був такий. Спочатку виконується згладжування експериментальних даних (рис. 2), або за допомогою регуляризації за Тихоновим [4], або апроксимації поліномами, або функціями Mathcad [18], наприклад, такими як `supsmooth()`, `ksmooth()`. Далі задаються геометричні параметри циліндричного шару, виконується дискретизація розрахункової області за (8), визначається початкове значення розподілу температури із розв'язання стаціонарної задачі типу (9) (коли $c_p = 0$) з використанням експериментальних значень t_1, t_2 (рис. 2) у початковий момент часу і задаються початкові значення теплофізичних коефіцієнтів і похибки визначення модельних значень густини теплового потоку й температури для (12). Потім на кожному кроці інтегрування за часом розв'язується ЗКЗТ за допомогою розв'язання прямої задачі (9) в ітераційному циклі з уточненням значень коефіцієнтів (11). При цьому критерієм закінчення ітерацій на кожному кроці інтегрування за часом є виконання умови (12). Після проведення розрахунків на кожній ділянці квазістаціонарній визначаються середня температура ділянки і відповідні середні значення відновлених коефіцієнтів. При цьому перші три кроки за часом відкидаються, тобто не приймають участь в осередненні.



1 – ділянка нагрівання фоновим нагрівником; 2 – ділянка нагрівання центральним нагрівником; 3 – ділянка квазістаціонарного режиму нагрівання; t_1, t_2 – температури внутрішньої і зовнішньої сторін циліндричного шару, відповідно
Рис. 1. Схема зміни температури на границях циліндричного шару в експериментальній установці

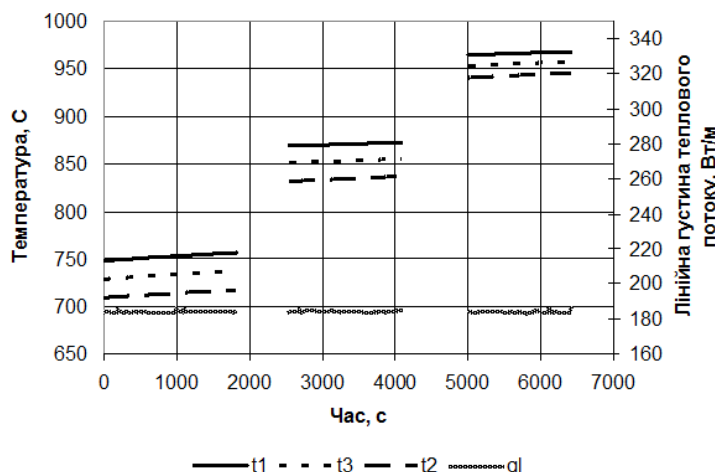


Рис. 2. Експериментальні дані трьох ділянок із квазістаціонарним режимом нагрівання циліндричного шару сипкого матеріалу [16, 17]

У разі відновлення тільки значення коефіцієнта температуропровідності замість прямої задачі (9) розв'язується задача (13) з уточненням шуканого коефіцієнту за (14) і перевіркою збіжності тільки за температурою в (12). Результати тестування запропонованої методики на даних (рис. 2) та їх порівнянням з експериментом наведено на рис. 3.

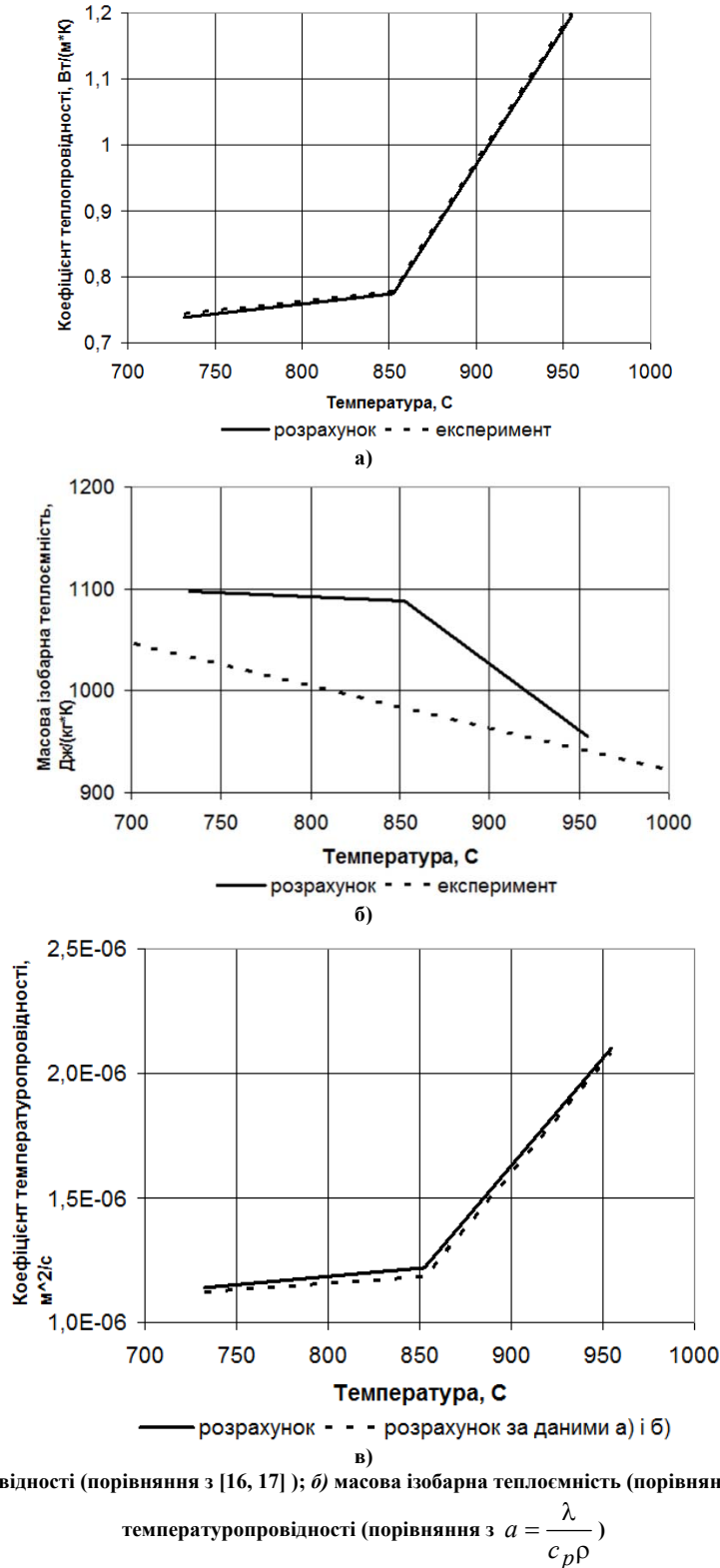


Рис. 3. Результати розв'язання ЗКЗТ

Аналіз отриманих даних (рис. 3) підтверджує працездатність запропонованої методики, оскільки похибка визначення коефіцієнта теплопровідності становить 0,46 %, а масової ізобарної теплоємності – 1,63–10,77 %, що є цілком достатнім для їх використання в інженерних розрахунках промислового обладнання.

Порівняння відновленого значення коефіцієнта температуропровідності (рис. 3, в) виконувалося з

використанням формули $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$, де λ і c_p є відновленими значеннями під час їх спільного визначення (рис. 3, в, б). Розбіжність між цими даними не перевищує 3 %.

Висновки

Розглянута екстремальна постановка і методика числового розв'язання ЗКЗТ з використанням градієнтного методу для одночасного відновлення λ і c_p , або тільки коефіцієнта температуропровідності. Розроблено відповідне програмне забезпечення у середовищі Mathcad [18].

Виконано тестування розробленої методики на експериментальних даних [16, 17]. Проведено порівняння відновлених значень теплофізичних коефіцієнтів з експериментом.

Похибка визначення теплофізичних властивостей сипких матеріалів за допомогою розв'язання ЗКЗТ не перевищує для коефіцієнта теплопровідності 0,46 % і масової ізобарної теплоємності 1,63–10,77 %, що є цілком достатнім для їх використання в інженерних розрахунках промислового обладнання.

Перспективи подальших досліджень

Подальші дослідження планується виконати в напрямку визначення впливу летючих на значення теплофізичних властивостей сипучих вуглецевих матеріалів та використати числову методику та розроблений програмний код в експериментальній установці [16, 17] для одночасного відновлення ефективного коефіцієнта теплопровідності разом з масовою ізобарною теплоємністю.

Результати роботи також заплановано використати для дослідження теплофізичних властивостей дрібнозернистого вуглецевого матеріалу під час модернізації технології виробництва ізостатичного графіту.

Література

1. Alifanov O.M. Inverse heat transfer problems / O.M. Alifanov. – New York : Springer-Verlag, 1994. – 348 p.
2. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности / Ю.М. Мацевитый. – К. : Наукова думка, 2002. – Т. 1. Методология. – 405 с.
3. Математичне моделювання температурного поля теплоприймача / В.В. Картузов, К.Б. Ісаєв, В.В. Лукович, П.Г. Круковський // Математичні моделі і обчислювальний експеримент в матеріалознавстві. – 2003. – № 6. – С. 169–178.
4. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М. : Наука, 1979. – 284 с.
5. Алифанов О.М. Быстрое решение обратных задач теплопроводности методом обобщенных лучей и его применение к моделированию наноструктурных материалов / О.М. Алифанов, А.И. Гребенников // Вестник МАИ. Ракетно-космическая техника. – 2010. – Т. 17, № 3. – С. 78–82.
6. Shidfara A. An inverse heat conduction problem with a nonlinear source term / A. Shidfara, G.R. Karamalib, J. Damirchia // Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. – 2006. – Vol. 65, Issue 3. – P. 615–621. – DOI: 10.1016/j.na.2005.09.030.
7. Hào D.N. Gradient methods for inverse heat conduction problems / D.N. Hào, H.-J. Reinhardt // Inverse Problems in Science and Engineering. – 1998. – Vol. 6, Issue 3. – P. 177–211. – DOI: 10.1080/174159798088027675.
8. Ciałkowski M.J. Solution of a stationary inverse heat conduction problem by means of Trefftz non-continuous method / M.J. Ciałkowski, A. Frąckowiak, K. Grysa // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2007. – Vol. 50, Issue 11–12. – P. 2170–2181.
9. Frąckowiak A. Numerical solution of a two-dimensional inverse heat transfer problem in gas turbine blade cooling / A. Frąckowiak, M. Ciałkowski, J. Wolfersdorf // Archives of Thermodynamics. – 2006. – Vol. 27, Issue 4. – P. 91–98.
10. Ciałkowski M. A sequential and global method of solving an inverse problem of heat conduction equation / M. Ciałkowski, K. Grysa // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2010. – Vol. 48, Issue 1. – P. 111–134.
11. Пятков С.Г. О некоторых обратных задачах для математических моделей тепломассопереноса / С.Г. Пятков, А.Г. Боричевская // Вестник Южно-Уральского государственного университета. – 2013. – Т. 6, № 4. – С. 63–72.
12. Taler J. Solution of inverse heat conduction problems using control volume approach / J. Taler, W. Zima // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1999. – Vol. 42, Issue 6. – P. 1123–1140. – DOI: 10.1016/S0017-9310(98)00280-4.
13. Никитенко Н.И. Сопряженные и обратные задачи тепломассопереноса / Н.И. Никитенко. – К. : Наукова думка, 1988. – 240 с.
14. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин – М. : Наука, 1979. – 285 с.
15. Карвацький А.Я. Моделювання енергозберігаючих регламентів промислового обладнання : навч. посіб. / А. Я. Карвацький. – К. : НТУУ «КПІ», 2014. – 234 с.
16. Фізичні властивості вуглецевих сипучих матеріалів : моногр. / [Т. В. Чирка, Г. М. Васильченко,

Є. М. Панов та ін.] – К. : НТУУ «КПІ» Вид-во «Політехніка». – 2016. – 152 с.

17. Vasilchenko G.N. Thermal conductivity of carbon-based materials / G.N. Vasilchenko, T.V. Chirka, E.N. Panov // *Refractories and Industrial Ceramics*. – 2013. – Vol. 54, Issue 1. – P. 39–43.

18. Mathcad. Engineering math software that allows perform, analyze, and share your most vital calculations [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.ptc.com/engineering-math-software/mathcad/>.

19. Karvatskii A. Numerical modeling of physical fields in the process of drying of paper for corrugating by the infrared radiation / A. Karvatskii, V. Marchevsky, O. Novokhat // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2017. – Vol. 2, No 5(86). – P. 14–22. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.96741.

20. Агроскин А.А. Теплоемкость углей / А.А. Агроскин, Е.И. Гончаров // *Кокс и химия*. – 1965. – № 7. – С. 8–13.

References

1. Alifanov O.M. Inverse heat transfer problems / O.M. Alifanov. – New York : Springer-Verlag, 1994. – 348 p.
2. Матсєвутьї Ю.М. Обратные задачи теплопроводности / Ю.М. Матсєвутьї. – К. : Naukova dumka, 2002. – Т. 1. Metodolohyia. – 405 s.
3. Matematychnе modeliuвання температурного поля теплоприймача / V.V. Kartuzov, K.B. Isaiev, V.V. Lukovych, P.H. Krukovskiy // *Matematychni modeli i obchysluvalnyi eksperyment v materialoznavstvi*. – 2003. – # 6. – С. 169–178.
4. Tykhonov A.N. Методы resheniya nekorrektnykh zadach / A.N. Tykhonov, V.Ya. Arsenyi. – М. : Nauka, 1979. – 284 s.
5. Alyfanov O.M. Быстрое reshenye obratnykh zadach teploprovodnosti metodom obobshchennykh lucheй y eho pryumenenye k modelirovaniyu nanostrukturnykh materiyalov / O.M. Alyfanov, A.Y. Hrebennykov // *Vestnyk МАУ. Raketno-kosmicheskaia tekhnika*. – 2010. – Т. 17, # 3. – С. 78–82.
6. Shidfara A. An inverse heat conduction problem with a nonlinear source term / A. Shidfara, G.R. Karamalib, J. Damirchia // *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*. – 2006. – Vol. 65, Issue 3. – P. 615–621. – DOI: 10.1016/j.na.2005.09.030.
7. Hào D.N. Gradient methods for inverse heat conduction problems / D.N. Hào, H.-J. Reinhardt // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 1998. – Vol. 6, Issue 3. – P. 177–211. – DOI: 10.1080/174159798088027675.
8. Ciałkowski M.J. Solution of a stationary inverse heat conduction problem by means of Trefftz non-continuous method / M.J. Ciałkowski, A. Frąckowiak, K. Grysa // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2007. – Vol. 50, Issue 11–12. – P. 2170–2181.
9. Frąckowiak A. Numerical solution of a two-dimensional inverse heat transfer problem in gas turbine blade cooling / A. Frąckowiak, M. Ciałkowski, J. Wolfersdorf // *Archives of Thermodynamics*. – 2006. – Vol. 27, Issue 4. – P. 91–98.
10. Ciałkowski M. A sequential and global method of solving an inverse problem of heat conduction equation / M. Ciałkowski, K. Grysa // *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. – 2010. – Vol. 48, Issue 1. – P. 111–134.
11. Piatkov S.H. О некоторых обратных задачах для математических моделей тепломассопереноса / S.H. Piatkov, A.H. Borychevskaia // *Vestnyk Yuzhno-Uralskogo gosudarstvennogo unyversyteta*. – 2013. – Т. 6, # 4. – С. 63–72.
12. Taler J. Solution of inverse heat conduction problems using control volume approach / J. Taler, W. Zima // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1999. – Vol. 42, Issue 6. – P. 1123–1140. – DOI: 10.1016/S0017-9310(98)00280-4.
13. Nykytenko N.Y. Sopriazhennyye y obratnyye zadachy tepломассопереноса / N.Y. Nykytenko. – К. : Naukova dumka, 1988. – 240 s.
14. Tykhonov A.N. Методы resheniya nekorrektnykh zadach / A.N. Tykhonov, V.Ya. Arsenyn – М. : Nauka, 1979. – 285 с.
15. Karvatskyi A.Ya. Modeliuвання enerhozberihaiuchykh rehlementiv promyslovoho obladnannia : navch. posib. / A. Ya. Karvatskyi. – К. : NTUU «КПІ», 2014. – 234 с.
16. Fizychni vlastyvoshti vuhletsevykh sypuchykh materialiv : monohr. / [T. V. Chyrka, H. M. Vasylychenko, Ye. M. Panov ta in.]. – К. : NTUU «КПІ» Вид-во «Політехніка». – 2016. – 152 с.
17. Vasilchenko G.N. Thermal conductivity of carbon-based materials / G.N. Vasilchenko, T.V. Chirka, E.N. Panov // *Refractories and Industrial Ceramics*. – 2013. – Vol. 54, Issue 1. – P. 39–43.
18. Mathcad. Engineering math software that allows perform, analyze, and share your most vital calculations [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.ptc.com/engineering-math-software/mathcad/>.
19. Karvatskii A. Numerical modeling of physical fields in the process of drying of paper for corrugating by the infrared radiation / A. Karvatskii, V. Marchevsky, O. Novokhat // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2017. – Vol. 2, No 5(86). – P. 14–22. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.96741.
20. Агроскин А.А. Теплоемкость угля / А.А. Агроскин, Е.И. Гончаров // *Кокс и химия*. – 1965. – # 7. – С. 8–13.

Рецензія/Peer review : 13.06.2017 р.

Надрукована/Printed : 03.09.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Мікульонюк І.О.