

УДК 004.056.55

С.Д. ГАЛЮК, О.В. КРУЛІКОВСЬКИЙ, Л.Ф. ПОЛІТАНСЬКИЙ
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ, ГЕНЕРОВАНИХ ХАОТИЧНОЮ СИСТЕМОЮ ТРАТАСА

В роботі досліджено властивості часових рядів гіперхаотичного відображення Тратаса. Використовуючи біфуркаційні діаграми та спектр показників Ляпунова, виявлено наявність неперервних за зміною параметрів керування хаотичних та гіперхаотичних режимів коливань. Встановлено, що за типом функції нелінійного перетворення система Тратаса еквівалентна двом тентовим відображенням, які об'єднані взаємними оберненими зв'язками. Показано можливість отримання хаотичних дискретних часових рядів з рівномірним розподілом. Проведено оцінку можливості встановлення розмірності хаотичної системи засобами рекурентного аналізу. Виявлено, що на основі залежності ентропії розподілу діагоналей рекурентної діаграми можливо оцінити нижню межу розмірності фазового простору системи.

Ключові слова: гіперхаотичне відображення, рекурентний аналіз, біфуркаційна діаграма.

S.D. HALIUK, O.V. KRULIKOVSKYI, L.F. POLITANSKYI
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

ANALYSIS OF TIMESERIES GENERATED BY TRATAS CHAOTIC SYSTEM

In this work we have studied the qualities of timeseries of Tratas hyper-chaotic map. Using bifurcation diagram and spectrum of Lyapunov exponents, we have found the existence of continuous for the change of control parameters of chaotic and hyper-chaotic oscillations modes. It is found, that Tratas system for the type of the nonlinear transformation function is equivalent to two tent maps, coupled by feedback. There is shown an opportunity to get chaotic discrete timeseries with even distribution. There is evaluated an opportunity to set dimension of chaotic system using recurrent analysis tools. It is revealed that the dependence of the entropy of distribution on the diagonals of recurrent diagram helps to estimate lower limit of phase space dimension of the system.

Keywords: hyper-chaotic map, recurrent analysis, bifurcation diagram.

Вступ

Використання дискретних відображень в якості базових для побудови генераторів псевдовипадкових та випадкових послідовностей [1, 2] є одним із основних напрямків досліджень в галузі застосування нелінійних динамічних систем в інфокомунікаціях [3, 4]. При схемотехнічній реалізації генераторів хаотичних коливань спектральні і статистичні характеристики коливань визначатимуться параметрами схеми (номіналами елементів). Внаслідок впливу теплових шумів та технологічних обмежень на прецизійність елементів електричних кіл виникає проблема встановлення стійкої заводо захищеної синхронізації, оскільки для побудови системи зв'язку необхідно використовувати два ідентичні генератори. Тому синхронізація таких генераторів може бути досягнута тільки тоді, коли вони будуть близькими за параметрами, розкид яких не перевищує 1 %. Реалізація ідентичних генераторів можлива в інтегральному виконанні з лазерною підгонкою на інтегральній мікросхемі [5]. При виході з ладу одного з генераторів заміні підлягатимуть обидва.

Технологічна складність забезпечення ідентичності рознесених генераторів хаотичних коливань обмежує їх застосування в системах зв'язку. Одним із шляхів вирішення проблеми забезпечення прецизійності елементної бази є апаратна реалізація генераторів хаотичних коливань з використанням програмованих логічних інтегральних схем (ПЛІС). Перехід до скінченної множини дискретних станів призводить до деградації динаміки і циклічності хаотичних рядів, що суттєвим недоліком програмних рішень [6, 7]. При цьому розв'язки зберігатимуть властивості фазового простору, розмірності, спектру та ін., проте будуть циклічними. В [8] показано, що довжина циклів значно менша, ніж потужність множини можливих станів системи, і залежить від кореляційної розмірності та точності обчислень. Різні початкові умови призводять до однакових циклів, що обмежує їх кількість. Для окремих систем можливе явище колапсу хаосу, яке полягає у встановленні циклу, тривалістю в одну ітерацію [9]. Уникнути негативного впливу деградації системи можна збільшенням періоду повторення її розв'язків, що досягається шляхом використання багатовимірних хаотичних відображень. З'єднання кількох систем за допомогою кільцевого або перехресного зв'язку дає змогу задавати розмірність системи і кількість її параметрів, відкриває можливість отримання неперервної біфуркаційної діаграми та складних послідовностей, що задовольняють критерії випадковості.

Задача аналізу експериментальних часових рядів хаотичних систем здійснюється з метою класифікації процесів, виявлення закономірностей їх поведінки, оцінки складності і випадковості сигналів, і забезпечується застосуванням нелінійних методів фрактального, мультифрактального та рекурентного аналізу [11–13].

Метою роботи є дослідження динамічних режимів роботи системи Тратаса з використанням біфуркаційних діаграм та спектру показників Ляпунова, аналіз статистичних характеристик часових рядів, оцінка можливостей застосування методів рекурентного аналізу для встановлення розмірності багатовимірної системи.

Гіперхаотична система Тратаса

Система Тратаса в загальному вигляді є двомірним відображенням, що описується наступною формулою [7, 10]:

$$\begin{cases} x(n+1) = a_1 x(n) - b_1 |y(n)| + 1, \\ y(n+1) = a_2 y(n) - b_2 |x(n)| + 1, \end{cases} \quad (1)$$

де a_1, a_2, b_1 і b_2 – параметри системи.

Відображення (1) залежно від параметрів керування може бути хаотичним та гіперхаотичним. Біфуркаційна діаграма та залежність показників Ляпунова приведені на рис. 1.

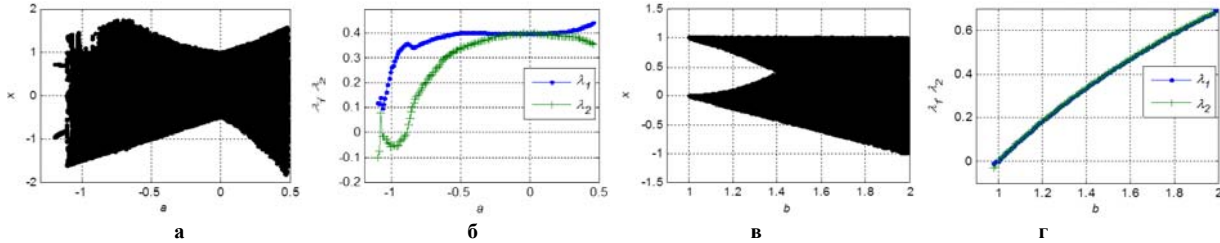


Рис. 1. Двовимірне відображення: біфуркаційна діаграма – (а); залежність показників Ляпунова від a при $b=1,493$ – (б); біфуркаційна діаграма – (в); залежність показників Ляпунова від b при $a=0,01$ – (г)

Як випливає з рис. 1 а та 1 в, гіперхаотичні коливання мають місце в широкому неперервному діапазоні значень параметрів керування. При $a = [-1; 0,48]$ і $b = 1,493$ та в $b = [1,42; 1,989]$ і $a = 0,01$ вікна періодичності не виявлено. Розподіл значень реалізацій, генерованих (1), є неперервним між мінімальними та максимальними значеннями. Приклади фазових портретів для (1) в режимі неперіодичних автоколивань приведено на рис. 2. При $a=-0,95, b=1,493$ два рівняння в (1) можна розглядати як окремі незалежні, ідентичні системи із повною синхронізацією, оскільки їхні коливання є ідентичними, що випливає з рис. 2 а.

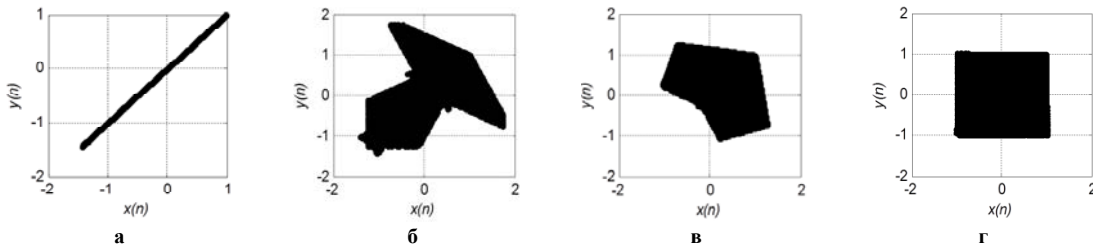


Рис. 2. Фазовий портрет відображення (1): хаотичний режим при $a=-0,95, b=1,493$ – (а); гіперхаотичний режим при $a=0,75, b=1,493$ – (б); $a=0,23, b=1,493$ – (в); $a=0,01, b=1,98$ – (г)

Якщо $a = -0,95$ та $b = 1,493$ один із показників Ляпунова є додатнім $\lambda_1 = 0,33$, інший є від’ємним $\lambda_2 = -0,048$, що вказує на встановлення режиму хаотичних коливань в системі. Із збільшенням значення параметру до $a = -0,75$ при $b=1,493$ показники Ляпунова є додатними і дорівнюють $\lambda_1 = 0,69, \lambda_2 = -0,21$, що вказує на встановлення в системі режиму гіперхаосу, за якого фазовий портрет має вигляд, приведений на рис 2 б. Для додатних значень параметру a має місце гіперхаос (рис. 2 в).

У гіперхаотичному режимі при $a \rightarrow 0, b=2-a \rightarrow 2$ обидва показники Ляпунова є майже ідентичними і прямують до максимально можливих значень $\lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \ln 2$. На рис. 2 г фазовий портрет має форму квадрату, рівномірно заповненого точками, що свідчить про статистичну незалежність двох реалізацій $x(n)$ і $y(n)$.

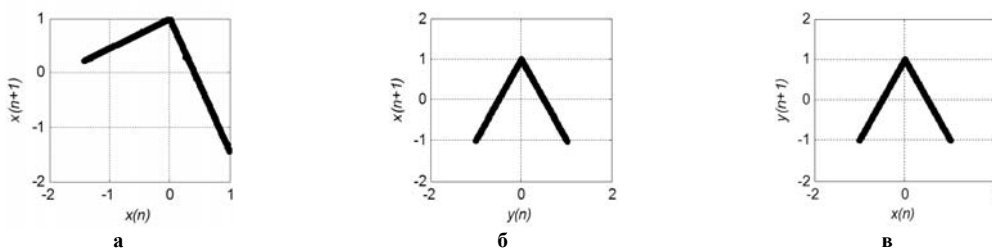


Рис. 3. Графічне представлення функцій нелінійного перетворення при $a = -0,95, b = 1,493$ для $x(n+1)$ та $x(n)$ – (а); при

$a=0,01$, $b=1,98$ – для $x(n+1)$ та $y(n) - (б)$; і для $y(n+1)$ та $x(n) - (в)$

Нелінійна функція перетворення $x(n+1)=f(x(n))$ є кусково-лінійним відображенням, що складається із двох лінійних ділянок (рис. 3 а). Детальний аналіз ітераційних діаграм (рис. 3 б, в) дозволяє зробити висновок, що система (1) за типом функції нелінійного перетворення еквівалентна двом тентовим відображенням, які з'єднані слабким зворотнім зв'язком у формі доданків $ax(n)$ і $ay(n)$.

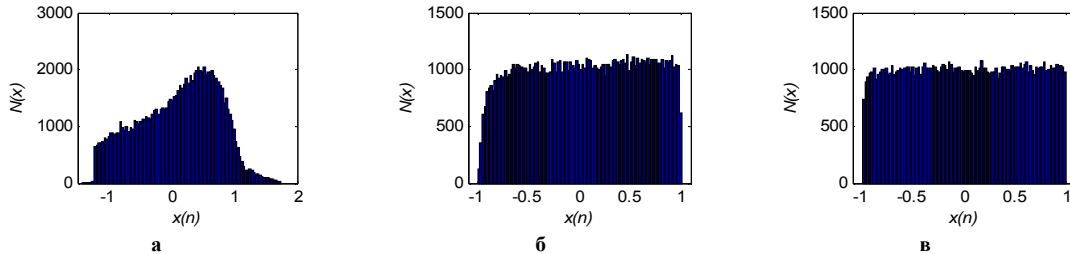


Рис. 4. Гістограма розподілу значень часових рядів генерованих (1): при $a=-0,75$, $b=1,493$ - (а); при $a=0,01$, $b=1,98$ - (б); при $a=0,0001$, $b=1,998$ - (в)

Гістограми розподілу часових рядів системи (1) визначаються її параметрами (рис. 4). При $a=-0,0001$ і $b=1,998$ гістограма розподілу є близькою до рівномірної (рис. 4 в). Зменшення зв'язку між підсистемами, в міру наближення значень параметрів до граничних $a \rightarrow 0$, $b=2-a \rightarrow 2$ дає змогу отримати рівномірний розподіл вихідних реалізацій.

Система (1) приваблива можливістю її трансформації до багатовимірного відображення за допомогою з'єднання кільцевим зв'язком:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = a_1 |x_1(n)| - b_1 |x_2(n)| + 1 \\ x_2(n+1) = a_2 |x_2(n)| - b_2 |x_3(n)| + 1 \\ \vdots \\ x_d(n+1) = a_d |x_d(n)| - b_d |x_1(n)| + 1 \end{cases} \quad (2)$$

де d – розмірність системи. Довільне збільшення розмірності системи вказує на потенційну здатність породжувати складні хаотичні ряди для генераторів ПВП.

Рекурентний аналіз системи Тратаса

Хаотичні відображення еволюціонують в обмеженій області фазового простору, тому характеризуються ергодичністю і частковим повторенням ділянок траєкторій, що відображається у формі і структури атратора системи. За визначенням траєкторії хаотичної системи ніколи перетинаються, проте можуть як завгодно близько наближатися одна до одної. При аналізі часових рядів таких систем подібність ділянок траєкторій можна виявити за допомогою рекурентного аналізу. Згідно теореми Танкеса на основі однієї часової реалізації $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ можна побудувати траєкторію у псевдофазовому просторі розмірності m , що зберігає характеристики оригінальної системи, тобто:

$$\begin{aligned} x_1^m &= \{x_1, x_2, \dots, x_{N-m}\} \\ x_2^m &= \{x_2, x_3, \dots, x_{N-m+1}\} \\ &\vdots \\ x_m^m &= \{x_m, x_{m+1}, \dots, x_N\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Суть рекурентного аналізу полягає у побудові спеціальних проекцій на двовимірну площину та чисельному оцінюванні отриманих геометричних структур. Проекція (3) на площину являє собою матрицю розміром $(n-m) \cdot (n-m)$, елементи якої характеризують відстань між траєкторією в моменти часу i та j . У найпростішому випадку матриця є бінарною і описується співвідношенням

$$R_{i,j} = \sigma(\varepsilon - x_i - x_j), i, j = 1, 2, \dots, N-m, \quad (4)$$

де ε – розмір околу навколо точки x_i в момент часу i , $\sigma(\bullet)$ – функція Хевісайда, \bullet – Евклідова норма. Для аналізу рекурентних діаграм використовують декілька оцінок [14,15], серед яких в роботі досліджено рекурентність, детермінізм і ентропію.

Рекурентність показує частку рекурентних точок, що потрапляють в інтервал ε радіусом

$$Rec = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} R_{i,j}. \quad (5)$$

Детермінізм показує частку точок, що утворюють діагональні структури, довжиною не менше l_{min} в

загальній кількості рекурентних точок

$$Det = \frac{\sum_{l_{min}}^{l_{max}} l * P(l)}{\sum_{i,j}^{N-m} R_{i,j}}, \tag{6}$$

де $P(l)$ – ймовірність утворення діагоналі довжиною l .

Ентропія є оцінкою повторюваності частин траєкторії досліджуваного процесу.

$$Entr = -\sum_{l_{min}}^{l_{max}} P(l) \ln(P(l)). \tag{4.6}$$

Задача оцінки можливостей рекурентного аналізу щодо визначення розмірності хаотичної системи актуальна в контексті прихованості обміну даних в інформаційних та криптографічних застосуваннях, перевірки взаємозв'язку між розмірністю системи і псевдофазового простору та значеннями характеристик рекурентності. Для досліджень використаємо систему (2). Приклади рекурентних діаграм приведено на рис. 5.

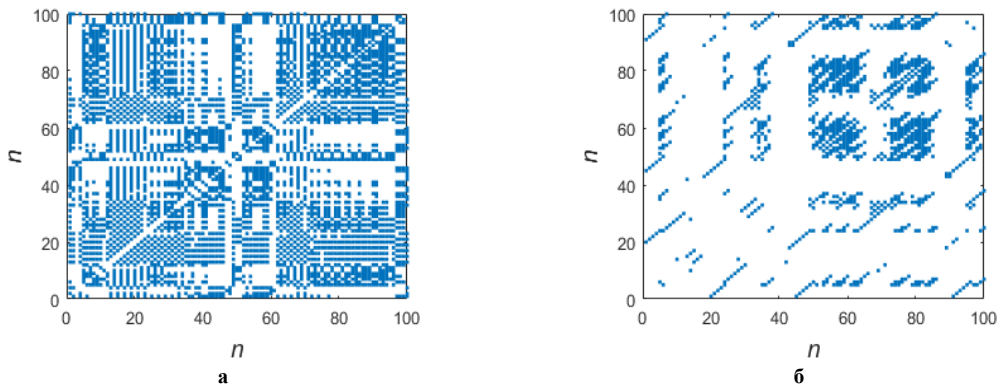


Рис. 5. Рекурентні діаграми системи (2) при $\varepsilon = 0,4$, $d = 2$ та розмірності псевдофазового простору $m = 1$ – (а); $m = 5$ – (б)

Результати розрахунків характеристик рекурентних діаграм отримані для вибірки $N = 10000$ приведено на рис. 6. Рекурентність при постійній розмірності псевдофазового простору не залежить від розмірності хаотичної системи. При зростанні m рекурентність зменшується, що зумовлено зменшенням кількості точок які попадають в межі околу ε (рис. 6 а). Детермінізм зменшується при зростанні розмірності псевдофазового простору, незалежно від розмірності системи (рис. 6 б).

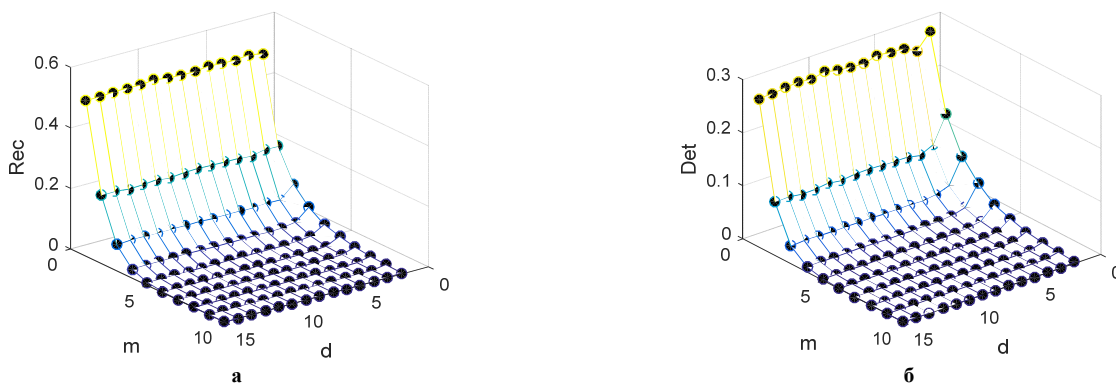


Рис. 6. Залежності рекурентності, детермінізму та ентропії від розмірності системи та псевдофазового простору при $\varepsilon = 0,4$, $l_{min} = 3$

На рис. 7 приведено залежність ентропії розподілу діагоналей від розмірності хаотичної системи та псевдофазового простору. Поріг рекурентності ε вибирався так, щоб забезпечити постійне значення рекурентності. Аналіз залежностей свідчить, що ентропія спочатку з ростом d зменшується, а потім її значення стабілізується. Така закономірність має місце при $d \geq m + 2$ і $m \in [1,5]$.

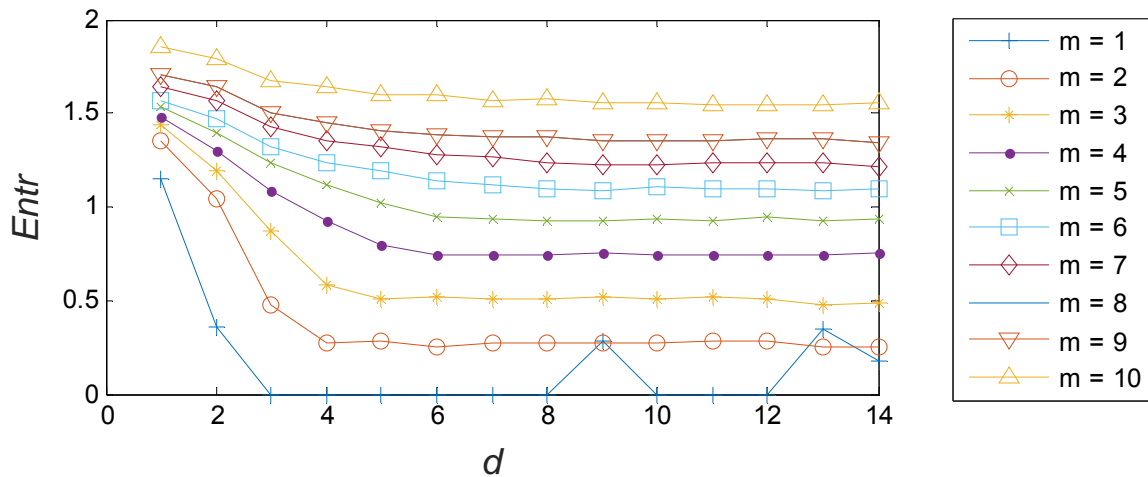


Рис. 7. Залежність ентропії від розмірності системи та псевдофазового простору $l_{min} = 3$ та $Rec = const$

При $m \geq 6$ перехід залежності $Entr(d, m)$ від спаду до постійного значення є плавним, а достовірне визначення розмірності системи вимагає значного збільшення об'єму вибірки до $N > 100000$, що ускладнює застосування характеристик рекурентності до експериментальних даних.

Висновки

В роботі за допомогою біфуркаційних діаграм та спектру показників Ляпунова виявлено наявність хаотичних та гіперхаотичних режимів, неперервних за зміною параметра в двовимірній системі Тратаса. Показано можливість отримання хаотичних дискретних часових рядів з рівномірним розподілом. Проведено оцінку можливостей встановлення розмірності хаотичної системи засобами рекурентного аналізу. З результатів дослідження слідує висновок, що на основі залежності ентропії розподілу діагоналей рекурентної діаграми можливо оцінити нижню межу розмірності фазового простору системи d , яка пов'язана з розмірністю псевдофазового простору m , як $d \geq m + 2$ при $m \in [1, 5]$.

Література

1. Garasym O. Exploring some topologies of coupled chaotic networks / Oleg Garasym, Ren'e Lozi, Ina Taralova // International Workshop on Nonlinear Maps and their Applications, Jun 2015, Dublin, Ireland. pp.34–39, 2016, Proceedings of NOMA'15, University College Dublin.
2. Krulikovskiy O.V. Testing timeseries ring-coupled map generated by on FPGA / O.V. Krulikovskiy, S.D. Haliuk, L.F. Politsanskyi // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2016. – № 2. – С. 69–77.
3. Пивовар О. С. Моделювання випромінювання плат із вбудованими компонентами для передачі широкосмугових хаотичних сигналів / О. С. Пивовар, О. Б. Голевич // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 1. – С. 213–216.
4. Пивовар О.С. Дослідження впливу значення абсолютної похибки вирішення систем диференціальних рівнянь на атрактори типу «ФОКУС» для генератора Чуа / О.С. Пивовар, О.Б. Голевич // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 6. – С. 243–246.
5. Keuninckx Lars Encryption key distribution via chaos synchronization / Keuninckx Lars, Soriano Miguel C., Fischer Ingo, Mirasso Claudio R., Nguimdo Romain M., Van der Sande Guy // Scientific Reports. – 2017. – Vol. 7, Sp - 43428.
6. Птицын Н. Приложение теории детерминированного хаоса в криптографии / Н. Птицын. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 80 с.
7. Шахтарин Б.И. Генераторы хаотических колебаний / Б.И. Шахтарин, П.И. Кобылкина, Ю.А. Сидоркина, А.В. Кондратьев, С.В. Митин. – Москва : Галилеос АРВ, 2007. – 247 с.
8. Harris Bernard Probability Distributions Related to Random Mappings / Bernard Harris // Ann. Math. Statist. – 1960. – Volume 31, Number 4. P. 1045–1062.
9. Yuan G. Collapsing of chaos in one dimensional maps / G. Yuan, J. A. Yorke // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2000. – № 136. – P. 18–30.
10. Тратас Ю.Г. Применение методов статистической теории связи к задачам приема хаотических колебаний / Ю.Г. Тратас // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 1998. – № 11. – С. 57–80.
11. Кириченко Л.О. Анализ и распознавание реализаций сигналов, обладающих фрактальными свойствами / Л.О. Кириченко, Ю.А. Кобицкая, Н.А. Дёмина // БИОНИКА ИНТЕЛЛЕКТА. – 2015. – № 1 (84). – С. 49–55.
12. Кириченко Л. Комплексный подход к исследованию фрактальных временных рядов / Л. Кириченко, Л. Чалая // International Journal "Information Technologies & Knowledge". – Volume 8, Number 1. –

2014. – P. 22–28.

13. Eckman J. P. Recurrence Plots of Dynamical Systems / J. P. Eckman, S. O. Kamphorst, D. Ruelle // *Europhys. Lett.* – 1987. – № 4 (9). – P. 973–977.

14. Joseph S. Iwanski Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed? / Joseph S. Iwanski and Elizabeth Bradley // *Chaos.* – 1998. – V. № 8. – P. 861–871.

15. Norbert Marwan Recurrence plots for the analysis of complex systems / Norbert Marwan, M. Carmen Romano, Marco Thiel, Jürgen Kurths // *Physics Reports* – 2007. – V. 438 (5–6). – P. 237–329.

References

1. Garasym O. Exploring some topologies of coupled chaotic networks / Oleg Garasym, Ren'e Lozi, Ina Taralova // *International Workshop on Nonlinear Maps and their Applications*, Jun 2015, Dublin, Ireland. pp.34–39, 2016, *Proceedings of NOMA'15*, University College Dublin.

2. Krulikovskiy O.V. Testing timeseries ring-coupled map generated by on FPGA / O.V. Krulikovskiy, S.D. Haliuk, L.F. Politanskyi // *Telekomunikatsiini ta informatsiini tekhnolohii.* – 2016. – # 2. – S. 69–77.

3. Pyvovar O. S. Modeliuvannya vprominiuvannya plat iz vbudovanyimi komponentamy dlia peredachi shyrokosmuhovykh khaotychnykh syhnaliv / O. S. Pyvovar, O. B. Holeyvych // *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky.* – 2014. – # 1. – S. 213–216.

4. Pyvovar O.S. Doslidzhennia vplyvu znachennia absoliutnoi pokhybky vyrishennia system dyferentsiinykh rivnian na atraktory typu «FOKUS» dlia heneratora Chua / O.S. Pyvovar, O.B. Holeyvych // *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky.* – 2014. – # 6. – S. 243–246.

5. Keuninckx Lars Encryption key distribution via chaos synchronization / Keuninckx Lars, Soriano Miguel C., Fischer Ingo, Mirasso Claudio R., Nguimdo Romain M., Van der Sande Guy // *Scientific Reports.* – 2017. – Vol. 7, Sp - 43428.

6. Ptytsyn N. Prylozhenye teoryy deternynirovannoho khaosa v kryptohrafyy / N. Ptytsyn. – Moskva : MHTU ym. N. E. Baumana, 2002. – 80 s.

7. Shakhtaryn B.Y. Heneratory khaotycheskykh kolebanyi / B.Y. Shakhtaryn, P.Y. Kobylkina, Yu.A. Sydorkyna, A.V. Kondratev, S.V. Mytyn. – Moskva : Halyleos ARV, 2007. – 247 s.

8. Harris Bernard Probability Distributions Related to Random Mappings / Bernard Harris // *Ann. Math. Statist.* – 1960. – Volume 31, Number 4. P. 1045–1062.

9. Yuan G. Collapsing of chaos in one dimensional maps / G. Yuan, J. A. Yorke // *Physica D: Nonlinear Phenomena.* – 2000. – № 136. – P. 18–30.

10. Trpatc Yu.H. Ppyemenenye metodov statystycheskoi teoryy svyazy k zadacham pryema khaotycheskykh kolebanyi / Yu.H. Trpatc // *Zapybezhaia radyoelektronyka. Uspekhy sovremennoi radyoelektronyky.* – 1998. – # 11. – S. 57–80.

11. Kyrychenko L.O. Analiz y raspoznavanye realizatsyi syhnalov, obladaiushchykh fraktalnymi svoistvamy / L.O. Kyrychenko, Yu.A. Kobytkaia, N.A. Demyana // *BYONYKA YNTELLEKTA.* – 2015. – # 1 (84). – S. 49–55.

12. Kyrychenko L. Kompleksnyi podkhod k yssledovaniyu fraktalnykh vremennykh riadov / L. Kyrychenko, L. Chalaia // *International Journal "Information Technologies & Knowledge".* – Volume 8, Number 1. – 2014. – P. 22–28.

13. Eckman J. P. Recurrence Plots of Dynamical Systems / J. P. Eckman, S. O. Kamphorst, D. Ruelle // *Europhys. Lett.* – 1987. – № 4 (9). – P. 973–977.

14. Joseph S. Iwanski Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed? / Joseph S. Iwanski and Elizabeth Bradley // *Chaos.* – 1998. – V. № 8. – P. 861–871.

15. Norbert Marwan Recurrence plots for the analysis of complex systems / Norbert Marwan, M. Carmen Romano, Marco Thiel, Jürgen Kurths // *Physics Reports* – 2007. – V. 438 (5–6). – P. 237–329.

Рецензія/Peer review : 02.07.2017 р.

Надрукована/Printed :01.09.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Сарибєкова Д.Г.