

Побудована система інтегральних і диференціальних рівнянь, яка описує напружений стан нескінченної ізотропної пластинки з криволінійним отвором та замкненого пружного ребра сталого прямокутного поперечного перерізу, сполучених між собою з допомогою натягу. Методом тригонометричних рядів досліджено залежність компонент напруженого стану в пластинці та ребрі від форми отвору, величини натягу і зовнішнього навантаження. Встановлено мінімальний натяг, за якого відбувається розмикання контакту між пластинкою і ребром.

Ключові слова: напружена посадка, пружне ребро, мінімальний натяг, криволінійний отвір, інтегральні і диференціальні рівняння.

A.O. SIASKYI, N.V. SHEVTSOVA

Rivne State University of Humanities, Ukraine

O.Y. DEJNEKA

National University of Water Management and Natural Resources, Rivne, Ukraine

TENSE LANDING OF THE RESERVED RESILIENT ROD IN CURVILINEAR OPENING OF ENDLESS ISOTROPIC PLATE

A mixed contact problem about the tense landing of a closed curvilinear ring in the curvilinear opening of an infinite isotropic plate, which is in conditions of a homogeneous stressed state at infinity is considered. Using the main integral dependences between the components of the deformation of a curvilinear contour of the opening in the infinite isotropic plate and the equations of the one-dimensional theory of curvilinear rods of a large curvature, a system of integral and differential equations is constructed. This system describes the tension state of the infinite isotropic plate with a curvilinear opening and a closed resilient rib of a changeless rectangular cross-section, which are interconnected by tension. The method of trigonometric series investigates the dependence of the components of the stress state on the plate and the rib from the shape of the opening, value of the tension and external load. A minimum tension is established, in which the contact between the plate and the rib is unlocked.

Keywords: tense landing, resilient rib, minimum pull, curvilinear opening, integral and differential equations.

В сучасному машинобудуванні широко використовуються пресові з'єднання, в яких відносна нерухомість циліндричних тіл досягається за рахунок натягу. Висока концентрація напружень у з'єднаннях з натягом є визначальним фактором їх міцності і довговічності. Величина натягу визначається зовнішнім навантаженням, яке передається від одного тіла до іншого, та наявністю в зоні контакту сил тертя.

Розрахунку напружених посадок з використанням функцій комплексної змінної присвячена монографія [1]. Окремі задачі про запресовку круглих пружних дисків у пластини наведені в роботах [1, 2]. Огляд досліджень напруженого стану в циліндричних тілах кругової форми, з'єднаних між собою з допомогою натягу, здійснено в монографії [2] та оглядовій статті [3].

У роботах [4, 5] сформульовано уточнений варіант граничних умов задачі про напружену посадку з натягом абсолютно жорсткого диска в криволінійний отвір нескінченної ізотропної (ортотропної) пластинки. Методом тригонометричних рядів досліджено залежність напруженого стану з'єднання від форми отвору, ортотропії матеріалу пластинки, зовнішнього навантаження та величини натягу.

Задачі про запресовку замкнених пружних стрижнів у криволінійний отвір нескінченної ізотропної (ортотропної) пластинки розглянуто в [6–9]. Тут використано балкову модель стрижня і особливі крайові умови задачі в інтегральній формі без урахування деформацій поперечного зсуву.

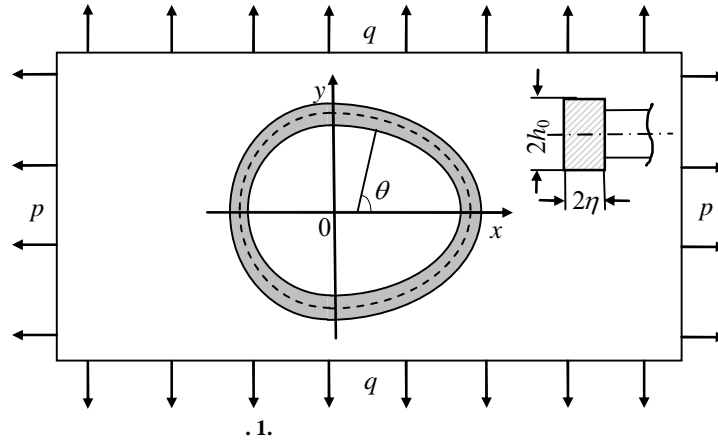
Формулюючи граничні умови у вигляді рівності кривин контактуючих тіл у роботі [10] розглянута задача про напружену посадку пружного кільця в круглий отвір нескінченної ізотропної пластинки. Для отворів, відмінних від кругового, такі задачі не розглядалися.

В уточненій постановці пропонується розв'язок мішаної контактної задачі про напружену посадку замкненого пружного кільця сталого поперечного перерізу в криволінійний отвір нескінченної ізотропної пластинки.

Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною $2h$ з криволінійним отвором, обмеженим гладкою циліндричною поверхнею. Середина площина пластинки віднесена до декартової (x, y) та полярної (r, δ) систем відліку з полюсом у центрі отвору. Лінію її перетину з поверхнею отвору позначимо через Γ і будемо називати контуром отвору.

Припустимо, що в отвір пластинки з натягом $\Delta = \text{const}$ запресоване пружне кільце сталого прямокутного поперечного перерізу $2h_0 \times 2\eta$ ($2h_0$ – висота кільця, 2η – його ширина), яке симетричне

відносно серединної площини пластинки (рис. 1).



Пружна система пластинка-кільце перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану, створеного рівномірно розподіленими зусиллями p і q , які діють на нескінченності вздовж координатних осей.

Визначення напруженого стану на контурі Γ пластинки та в пружному кільці; встановлення мінімального натягу Δ_{\min} , за якого розпочинається розмикання контакту між пластинкою і кільцем.

Умовно відділивши кільце від пластинки, замінивши дію одного тіла на інше нормальними T_ρ і дотичними $S_{\rho\lambda}$ контактними зусиллями, приходимо до першої основної задачі для пластинки з криволінійним отвором та пружного кільця.

Пластинка перебуває в пружній рівновазі під дією контактних зусиль на контурі Γ і навантаження на нескінченності.

Нехай форма отвору в пластинці визначається функцією [11]

$$z = x + iy = \omega(\xi) = R_0 \left(\xi + \frac{\varepsilon_1}{\xi} + \frac{\varepsilon_2}{\xi^2} + \frac{\varepsilon_3}{\xi^3} \right), \quad (1)$$

яка здійснює конформне відображення зовнішності S^- одиничного кола γ в площині $\xi = \tilde{\rho}e^{i\lambda}$ на область, яку займає серединна площина пластинки. Тут R_0 – характерний розмір отвору (не порушуючи загальності, приймаємо $R_0 = 1$); $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – параметри, які характеризують відхилення контуру Γ від кола. За умови $|\varepsilon_1| + 2|\varepsilon_2| + 3|\varepsilon_3| < 1$ функція (1) визначає контур Γ як комбінацію кола, еліпса, правильних трикутника і квадрата із закругленими кутами.

Компоненти напружено-деформованого стану пластинки в точках контуру Γ визначаються зі співвідношень [11]

$$T_\rho = \frac{\alpha T_\rho^* + \beta S_{\rho\lambda}^*}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad S_{\rho\lambda} = \frac{\alpha S_{\rho\lambda}^* - \beta T_\rho^*}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad \varepsilon_\lambda = \frac{\alpha \varepsilon_\lambda^* + \beta V^*}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad V = \frac{\alpha V^* - \beta \varepsilon_\lambda^*}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad (2)$$

$$T_\lambda = \nu T_\rho + 2Eh\varepsilon_\lambda; \quad k(\lambda) = \frac{1}{\rho} \left[1 - \varepsilon_\lambda + \frac{dV}{d\theta} \right]$$

в яких введено такі позначення

$$\varepsilon_\lambda^* = \frac{1}{2Eh} \left[(1-\nu)T_\rho^*(\lambda) - \frac{1}{\pi} \oint_\gamma T_\rho^*(t) dt + \frac{1}{\pi} \oint_\gamma S_{\rho\lambda}^*(t) ctg \frac{\lambda-t}{2} dt + \varepsilon_\lambda^0 \right]; \quad \alpha(\lambda) + i\beta(\lambda) = \frac{d}{d\sigma} \omega(\sigma); \quad \sigma = e^{i\lambda};$$

$$V^* = \frac{1}{2Eh} \left[(1-\nu)S_{\rho\lambda}^*(\lambda) - \frac{1}{\pi} \oint_\gamma S_{\rho\lambda}^*(t) dt - \frac{1}{\pi} \oint_\gamma T_\rho^*(t) ctg \frac{\lambda-t}{2} dt + V^0 \right]; \quad e^{i\theta} = e^{i\lambda} \frac{\alpha + i\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}; \quad (3)$$

$$\varepsilon_\lambda^0 = (p+q)(2-\alpha(\lambda)) + [2(q-p) + \varepsilon_1\varepsilon_3(p+q) - 4\alpha_1\varepsilon_3] \cos 2\lambda;$$

$$V^0 = -(p+q)\beta(\lambda) + [2(p-q) - \varepsilon_1\varepsilon_3(p+q) + 4\alpha_1\varepsilon_3] \sin 2\lambda;$$

$$(1-\varepsilon_3)\alpha_1 = -\frac{1}{2\pi} \oint_\gamma [T_\rho^*(t) \cos 2t - S_{\rho\lambda}^* \sin 2t] dt - \frac{1}{2}(q-p) - \frac{p+q}{4}(\varepsilon_1 + \varepsilon_1\varepsilon_3),$$

ε_λ, V – відносне видовження в точках контуру Γ і кут повороту нормалі до нього; T_λ – кільцеві зусилля на

Γ ; $k(\lambda)$ – кривина деформованого контуру Γ ; ρ – радіус кривини недеформованого контуру; θ – кут між нормаллю до Γ і віссю Ox ; E, ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки; $i = \sqrt{-1}$.

Пружне кільце моделюємо замкненим криволінійним стрижнем серединна поверхня якого не співпадає з поверхнею його сполучення з пластинкою. Деформація кільця контактними зусиллями описується основними рівняннями одновимірної теорії криволінійних стрижнів великої кривини [12] з урахуванням деформацій поперечного зсуву.

Диференціальні рівняння рівноваги елемента стрижня можна записати у вигляді

$$T_\rho = \frac{N}{\rho} - \frac{dQ}{ds}, \quad S_{\rho\lambda} = -\frac{dN}{ds} - \frac{Q}{\rho}, \quad \frac{dL_b}{ds} - \left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right)Q = 0. \quad (4)$$

Тут N, Q, L_b – внутрішні поздовжня та поперечна сили і згинальний момент, які виникають у поперечних перерізах стрижня і віднесені до його осі; ds – елемент дуги зовнішнього поздовжнього волокна стрижня, яке контактує з пластинкою.

Компоненти деформації цього волокна визначаються за формулами [11]

$$\varepsilon_\lambda^{(i)} = \frac{N}{g_4} + \left(1 - \frac{r_0}{\rho}\right) \frac{RL_b}{g_2}; \quad \frac{d\theta_b}{d\theta} = \frac{N}{g_4} + \frac{RL_b}{g_2} - \frac{2(1+\nu_0)\mu}{g_4} \frac{dQ}{d\theta}; \quad k^{(c)}(\lambda) = \frac{1}{\rho + \Delta} \left(1 - \varepsilon_\lambda^{(i)} + \frac{d\theta_b}{d\theta}\right), \quad (5)$$

де $\varepsilon_\lambda^{(i)}, \theta_b$ – відносне видовження волокна і кут повороту нормалі до нього; $k^{(c)}$ – кривина деформованого волокна; $F_0 = 2h_02\eta$ – площа перерізу стрижня; $g_4 = E_0F_0$ – жорсткість стрижня на розтяг (стиск); $g_2 = \omega_0g_4$ – жорсткість на згин в площині його осі; r_0, R – радіуси кривини нейтрального для чистого згину і осьового волокон стрижня; E_0, ν_0 – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу стрижня; μ – стала (для прямокутного перерізу $\mu = 1, 2$).

У співвідношеннях (4), (5) враховано, що $\rho \approx \rho + \Delta$, але $\Delta > 0$.

Граничні умови контактування пластинки і кільця формулюємо у вигляді рівності їх кривин на ділянці контакту При відсутності тертя між пластинкою і кільцем на підставі на підставі (2), (3), (5) ці умови можна подати так:

$$\varepsilon_\lambda - \frac{dV}{d\theta} - \varepsilon_\lambda^{(c)} + \frac{d\theta_b}{d\theta} = \frac{\Delta}{\rho}; \quad \alpha S_{\rho\lambda}^* - \beta T_\rho^* = 0. \quad (6)$$

Підставляючи (2), (5) в умови (6) з урахуванням (3), одержимо після певних перетворень

$$\left[\alpha + \frac{d\lambda}{d\theta} \left(\beta \frac{d}{d\lambda} + \beta' - \frac{2\beta(\alpha\alpha' + \beta\beta')}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right] \left[(1-\nu)T_\rho^*(\lambda) - \int_\gamma T_\rho^*(t)dt + \frac{1}{\pi} \int_\gamma S_{\rho\lambda}^*(t)ctg \frac{\lambda-t}{2} dt + \varepsilon_\lambda^0 \right] + \left[\beta - \frac{d\lambda}{d\theta} \left(\alpha \frac{d}{d\lambda} + \alpha' - \frac{2\alpha(\alpha\alpha' + \beta\beta')}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right] \left[(1-\nu)S_{\rho\lambda}^*(\lambda) - \int_\gamma S_{\rho\lambda}^*(t)dt - \frac{1}{\pi} \int_\gamma T_\rho^*(t)ctg \frac{\lambda-t}{2} dt + V^0 \right] + \frac{2Eh}{g_4} (\alpha^2 + \beta^2) \left(\frac{r_0R}{\rho\omega_0} L_b - 2(1+\nu_0)\mu \frac{dQ}{d\theta} \right) = \frac{2Eh\Delta}{\rho} (\alpha^2 + \beta^2); \quad \alpha S_{\rho\lambda}^* - \beta T_\rho^* = 0. \quad (7)$$

Тут і надалі штрих – символ диференціювання відповідної функції по λ .

Граничні умови (7) доповнюємо рівняннями (4), перетвореними до вигляду

$$\frac{\rho}{\alpha^2 + \beta^2} (\alpha T_\rho^*(\lambda) + \beta S_{\rho\lambda}^*(\lambda)) = N(\theta) + \frac{d^2N(\theta)}{d\theta^2}; \quad \frac{dN(\theta)}{d\theta} + Q(\theta) = 0; \quad \frac{dL_b(\theta)}{d\theta} - RQ(\theta) = 0. \quad (8)$$

Співвідношення (7), (8) визначають математичну модель поставленої задачі і слугують для визначення функцій $T_\rho^*, S_{\rho\lambda}^*$ на контурі Γ в пластинці та величин N, Q, L_b в кільці.

Точний розв'язок системи (7), (8) знайти не вдається. Для її наближеного розв'язання використовуємо метод скінченних тригонометричних рядів.

Оскільки контакт між пластинкою і кільцем неперервний, тому, враховуючи симетрію задачі відносно осі Ox , функції $T_\rho^*, S_{\rho\lambda}^*$ обираємо у вигляді

$$T_\rho^*(\lambda) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} A_n \cos n\lambda; \quad S_{\rho\lambda}^*(\lambda) = \sum_{n=1}^{N_0} B_n \sin n\lambda. \quad (9)$$

Для забезпечення однозначності зміщень в пластинці повинна виконуватися умова

$$A_1 = B_1. \quad (10)$$

Використовуючи формулу [13]

$$\frac{1}{\pi} \int_\gamma \begin{Bmatrix} \cos mx \\ \sin mx \end{Bmatrix} ctg \frac{\lambda-t}{2} dt = 2 \begin{Bmatrix} \sin mx \\ -\cos mx \end{Bmatrix},$$

вирази для $\varepsilon_\lambda^*, V^*$ запишемо так:

$$\varepsilon_{\lambda}^* = \frac{1}{2Eh} \left[-(1+\nu) \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} [(1-\nu)A_n - 2B_n] \cos n\lambda + \varepsilon_{\lambda}^0 \right]; \quad V^* = \frac{1}{2Eh} \left[\sum_{n=1}^{N_0} [-2A_n + (1-\nu)B_n] \sin n\lambda + V^0 \right]. \quad (11)$$

Внутрішні сили і згинальний момент у поперечних перерізах кільця змінюються неперервно, тому їх також подаємо скінченними тригонометричними сумами

$$N(\theta) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} C_n \cos n\theta; \quad Q(\theta) = \sum_{n=1}^{N_0} E_n \sin n\theta; \quad \bar{L}_b(\theta) = R L_b(\theta) = \frac{D_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} D_n \cos n\theta. \quad (12)$$

При такому виборі функцій N , Q , L_b умова однозначності зміщень (10) в пластинці виконується тотожно, а умова однозначності кута повороту θ_b стрижня забезпечується співвідношенням

$$\oint_{\gamma} d\theta_b \oint_{\gamma} \left[\frac{N(\theta)}{g_4} + \frac{\bar{L}_b(\theta)}{g_2} \right] d\theta = 0,$$

з якого, на підставі (12), знаходимо

$$\frac{C_0}{2} + \frac{D_0}{2\omega_0} = 0. \quad (13)$$

Підстановка (9), (11), (12) з урахуванням (3), (13) у співвідношення (7), (8) призводить до системи функціональних рівнянь для визначення сталих A_0 , C_0 , D_0 , A_n , B_n , C_n , D_n , E_n

$$\begin{aligned} \frac{A_0}{2} a_0(\lambda) + \sum_{n=1}^{N_0} [A_n a_n(\lambda) + B_n b_n(\lambda)] + \frac{2Eh(\alpha^2 + \beta^2)}{g_4} \left[\frac{r_0}{\rho\omega_0} \left(\frac{D_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} D_n \cos n\theta \right) - 2(1+\nu_0)\mu \sum_{n=1}^{N_0} n E_n \cos n\theta \right] = \\ = \frac{2Eh\Delta(\alpha^2 + \beta^2)}{\rho} - \alpha\varepsilon_{\lambda}^0 - \beta V^0 + \frac{d\lambda}{d\theta} \left[\alpha V^{\prime 0} - \beta\varepsilon_{\lambda}^{\prime 0} + \alpha' V^0 - \beta'\varepsilon_{\lambda}^0 - \frac{2(\alpha\alpha' + \beta\beta')}{\alpha^2 + \beta^2} (\alpha V^0 - \beta\varepsilon_{\lambda}^0) \right]; \\ \beta \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} [\beta A_n \cos n\lambda - \alpha B_n \sin n\lambda] = 0; \quad \alpha \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} [\alpha A_n \cos n\lambda + \beta B_n \sin n\lambda] = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\rho} \left[\frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} C_n (1-n^2) \cos n\theta \right]; \\ E_n = n C_n; \quad \frac{d\rho}{d\theta} \frac{D_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} \left[\left(nR \sin n\theta + \frac{d\rho}{d\theta} \cos n\theta \right) D_n + nR^3 C_n \sin n\theta \right] = 0; \quad \frac{C_0}{2} + \frac{D_0}{2\omega_0} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Тут введено позначення

$$\begin{aligned} a_0(\lambda) = -(1+\nu) \left[\alpha + \frac{d\lambda}{d\theta} \left(\beta' - \frac{2\beta(\alpha\alpha' + \beta\beta')}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right]; \quad a_n(\lambda) = (1-\nu)\alpha \cos n\lambda - 2\beta \sin n\lambda - \\ - \frac{d\lambda}{d\theta} \left[(1-\nu)\beta n \sin n\lambda - 2\alpha n \cos n\lambda - 2\alpha' \sin n\lambda - (1-\nu)\beta' \cos n\lambda + \frac{2(\alpha\alpha' + \beta\beta')}{\alpha^2 + \beta^2} (2\alpha \sin n\lambda + (1-\nu)\beta \cos n\lambda) \right]; \\ b_n(\lambda) = (1-\nu)\beta \sin n\lambda - 2\alpha \cos n\lambda - \frac{d\lambda}{d\theta} \left[(1-\nu)\alpha n \cos n\lambda - 2\beta n \sin n\lambda + (1-\nu)\alpha' \sin n\lambda + 2\beta' \cos n\lambda - \right. \\ \left. - \frac{2(\alpha\alpha' + \beta\beta')}{\alpha^2 + \beta^2} ((1-\nu)\alpha \sin n\lambda + 2\beta \cos n\lambda) \right], \quad \lambda \in [0; 2\pi]. \end{aligned}$$

Наближений розв'язок системи (14) можна визначити методом колокації.

Якщо шукані сталі стануть відомі, то компоненти напруженого стану на контурі Γ в пластинці знаходяться за формулами (2), (3), (11).

Нормальні напруження у зовнішніх і внутрішніх поздовжніх волокнах ребра, на підставі (5), визначаються зі співвідношень

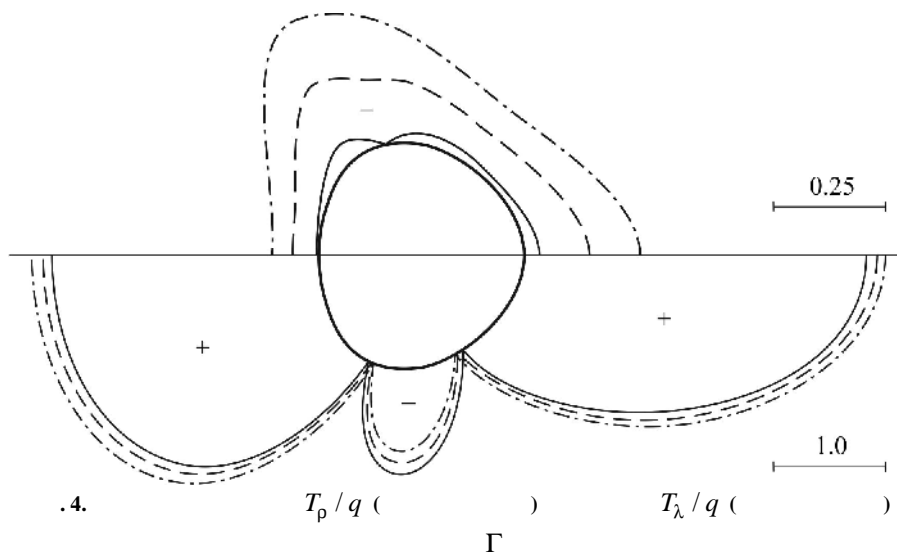
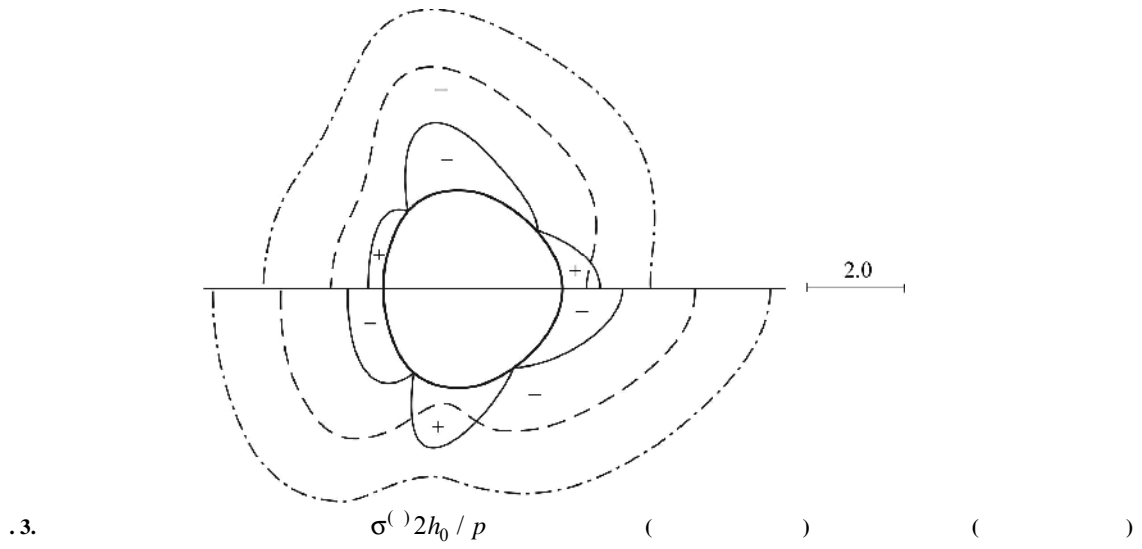
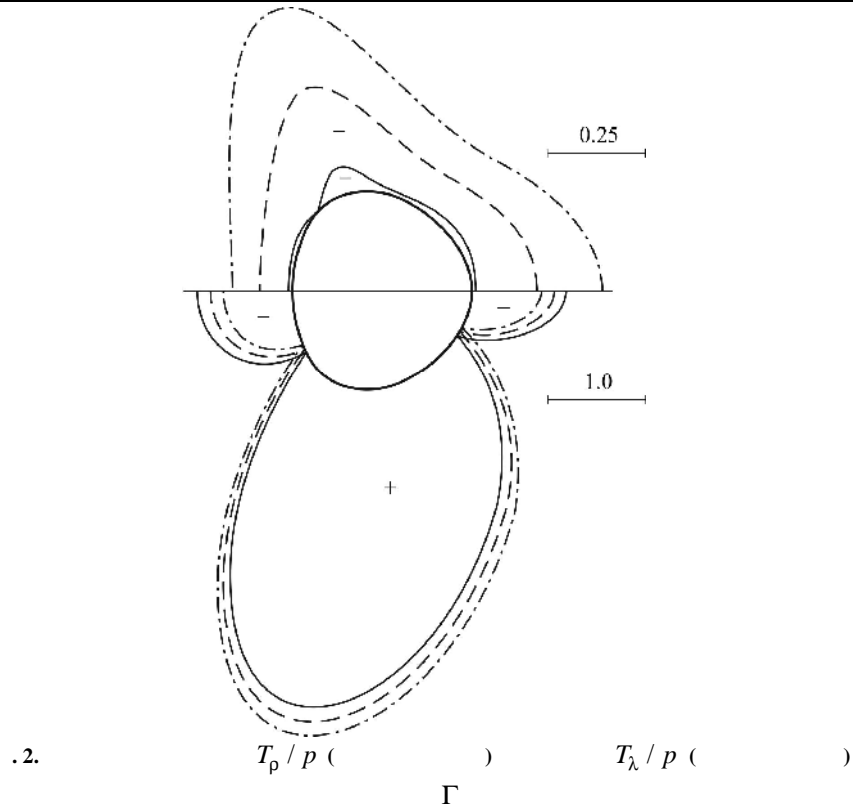
$$\sigma^{(c)}(\rho) = \frac{1}{F_0} \left(N + \left(1 - \frac{r_0}{\rho} \right) \frac{R L_b}{\omega_0} \right); \quad \sigma^{(c)}(\rho - 2\eta) = \frac{1}{F_0} \left(N + \left(1 - \frac{r_0}{\rho - 2\eta} \right) \frac{R L_b}{\omega_0} \right) \quad (15)$$

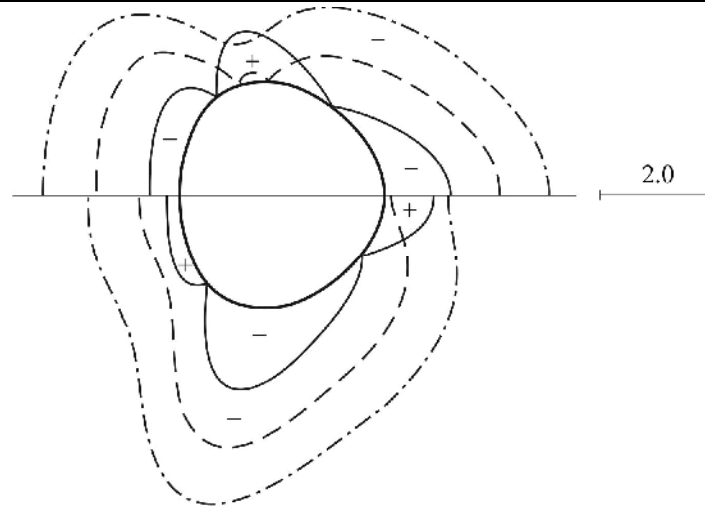
Найбільші дотичні напруження, які виникають в осьовому волокні ребра, можна знайти за формулою Журавського [14]

$$\tau_{\max}^{(c)} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F_0}. \quad (16)$$

Для пластинки з криволінійним ($\varepsilon_1 = -0.08$; $\varepsilon_2 = 0.05$; $\varepsilon_3 = 0$) отвором і пружного кільця з параметрами $h_0/h = 4/3$; $\eta = 0.05R_0$; $E_0/E = 2$ запропонованим методом досліджено вплив зовнішнього навантаження та натягу на розподіл зусиль T_{ρ} і T_{λ} по контуру Γ в пластинці та нормальних напружень $\sigma^{(c)}$ в крайніх поздовжніх волокнах кільця.

Результати числового розрахунку при $N_0 = 125$ наведені на рис. 2–3 ($p \neq 0$; $q = 0$) і рис. 4–5 ($p = 0$; $q \neq 0$). Суцільні лінії відповідають випадку $\Delta = \Delta_{\min}$, штрихові – $\Delta = 1.5\Delta_{\min}$, штрих-пунктирні – $\Delta = 2\Delta_{\min}$.





5. $\sigma^{(1)} 2h_0 / q$ () ()

У процесі розв'язання задачі методом дихотомії встановлено мінімальний натяг Δ_{\min} і відповідний йому полярний кут δ^* точки розмикання контакту між пластинкою і кільцем:

$$2Eh\Delta_{\min} / p = 1.2189; \quad \delta^* = 128.42(\quad) \quad \text{при } p \neq 0, q = 0;$$

$$2Eh\Delta_{\min} / q = 0.8407; \quad \delta^* = 104.43(\quad) \quad \text{при } p = 0, q \neq 0.$$

Точність методу оцінювалася співставленням результатів розрахунку для різних значень N_0 . Зауважимо, що починаючи з $N_0 = 25$ всі результати повністю співпадають, що свідчить про добру збіжність запропонованого методу.

У результаті аналізу одержаних результатів встановлено:

- зі збільшенням величини натягу, незалежно від виду зовнішнього навантаження, суттєво збільшуються компоненти напруженого стану в кільці; в меншій мірі вплив натягу стосується напружень на контурі отвору в пластинці;
- найбільші дотичні напруження в осьовому волокні на порядок менші від нормальних напружень в крайніх волокнах; це дає змогу в інженерних розрахунках нехтувати впливом поперечних сил;
- запропонований метод розв'язання задачі має добру збіжність для контурів Γ з плавною зміною їх кривини. У випадку різкої зміни кривини порушується гіпотеза плоских перерізів, внаслідок чого основні рівняння одновимірної теорії криволінійних стрижнів втрачають зміст.

1. Тарабасов Н.Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении / Н.Д. Тарабасов. – М. : Машгиз, 1961. – 364 с.
2. Теплый М.И. Контактные задачи для областей с круговыми границами / М.И. Теплый. – Львов : Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1983. – 176 с.
3. Семенов-Ежов И.Е. Проблема концентрации напряжений в соединениях с натягом (обзор) / И.Е. Семенов-Ежов // Вестник машиностр. МВТУ им. Н.Э. Баумана. – 2001. – № 4. – С. 37–40.
4. Комбель С.М. Посадка жесткого диска в эллиптический отвір нескінченної ортотропної пластинки / С.М. Комбель // Машинознавство. – 2003. – № 8. – С. 25–31.
5. Сяський А.О. Граничні умови контактних задач для нескінченної пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска / А.О. Сяський, С.М. Комбель // Волинський математичний вісник. – Рівне, 2001. – Вип. 8. – С. 93–97.
6. Мартынович Т.Л. Впрессовка замкнутого стержня в криволинейное отверстие изотропной пластинки / Т.Л. Мартынович, М.К. Зварич // Прикл. механика. – 1974. – Т. 10. – № 9. – С. 46–52.
7. Мартынович Т.Л. О напряженном состоянии анизотропной пластинки, в криволинейное отверстие которой впрессован замкнутый стержень / Т.Л. Мартынович, М.К. Зварич, В.С. Щукин // Механика полимеров. – 1976. – № 9. – С. 304–309.
8. Батишкіна Ю.В. Часткове підкріплення криволінійних отворів в пластинках тонкими пружними стержнями змінної жорсткості / Ю.В. Батишкіна // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. – Львів, 2003. – С. 316–318.
9. Мартынович Т.Л. Определение напряженного состояния пластинки с разомкнутым ребром жесткости / Т.Л. Мартынович, В.А. Сяський // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1985. – № 8. – С. 32–34.

10. Дейнека О.Ю. Напряжена посадка замкнутого кругового стержня в круговой отвір нескінченної ізотропної пластинки / О.Ю. Дейнека, В.А. Сяський // Вісник НУВГП. Збірник наукових праць. Технічні науки. – Рівне : НУВГП, 2017. – Вип. 2 (74). – С. 349–356.
11. Сяський А. Застосування методу сил для статичного розрахунку замкнених криволінійних стержнів / А. Сяський, Н. Шевцова // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2015. – № 3 (79). – С. 24–30.
12. Алгоритмы построения разрешающих уравнений механики стержневых систем / А.П. Филин, О.Д. Тананайко, И.М. Чернева, М.А. Шварц. – Л. : Стройиздат, 1983. – 232 с.
13. Гахов Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – М. : Наука, 1977. – 455 с.
14. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський. – К. : Вища школа, 2004. – 655 с.

References

1. Tarabasov N.D. Raschet napriazhennykh posadok v mashynostroenyy / N.D. Tarabasov. – M. : Mashhyz, 1961. – 364 s.
2. Teplyi M.Y. Kontaknyye zadachy dlia oblasti s kruhovymy hranytsamy / M.Y. Teplyi. – Lvov : Vyshcha shkola, Yzd-vo pry Lvov. un-te, 1983. – 176 s.
3. Semenov-Ezhov Y.E. Problema kontsentratsyy napriazheniy v soedyneniyaх s natiаhom (obzor) / Y.E. Semenov-Ezhov // Vestnyk mashynostr. MVТУ ym. N.E. Baumanа. – 2001. – # 4. – S. 37–40.
4. Kombel S.M. Posadka zhorstkoho dyska v eliptychnyi otvir neskinchennoi ortotropnoi plastynky / S.M. Kombel // Mashynoznavstvo. – 2003. – # 8. – S. 25–31.
5. Siaskyi A.O. Hranynchni umovy kontaknykh zadach dlia neskinchennoi plastynky z kryvoliniinym otvorom i zhorstkoho dyska / A.O. Siaskyi, S.M. Kombel // Volynskiy matematychniy visnyk. – Rivne, 2001. – Vyp. 8. – S. 93–97.
6. Martynovych T.L. Vpressovka zamknutoho sterzhnia v kryvolynеinoe otverstye yzotropnoi plastynky / T.L. Martynovych, M.K. Zvarych // Prykl. mekhanyka. – 1974. – T. 10. – # 9. – S. 46–52.
7. Martynovych T.L. O napriazhenom sostoianyy anizotropnoi plastynky, v kryvolynеinoe otverstye kotoroi vpressovan zamknutyi sterzhen / T.L. Martynovych, M.K. Zvarych, V.S. Shchukyn // Mekhanyka polymerov. – 1976. – # 9. – S. 304–309.
8. Batyshkina Yu.V. Chastkove pidkriplennia kryvoliniinykh otvoriv v plastynkakh tonkymy pruzhnymy sterzhniamy zminnoi zhorstkosti / Yu.V. Batyshkina // Matematychni problemy mekhaniky neodnorodnykh struktur. – Lviv, 2003. – S. 316–318.
9. Martynovych T.L. Opredelene napriazhennoho sostoianiya plastynky s razomknutym rebrom zhestkosti / T.L. Martynovych, V.A. Siaskyi // Yzv. vuzov. Stroitelstvo y arkhytektura. – 1985. – # 8. – S. 32–34.
10. Deineka O.Yu. Napruzhenа posadka zamknеноho kruhovoho stryzhnia v kruhovyi otvir neskinchennoi izotropnoi plastynky / O.Yu. Deineka, V.A. Siaskyi // Visnyk NUVHP. Zbirnyk naukovykh prats. Tekhnichni nauky. – Rivne : NUVHP, 2017. – Vyp. 2 (74). – S. 349–356.
11. Siaskyi A. Zastosuvannya методu syl dlia statychnoho rozrakhunku zamknenykh kryvoliniinykh stryzhniv / A. Siaskyi, N. Shevtsova // Visnyk Ternopilskoho natsionalnogo tekhnichnogo universytetu. – 2015. – # 3 (79). – С. 24–30.
12. Alhorytmy postroyeniya razreshaiushchykh uravneniy mekhaniky sterzhnevyykh system / A.P. Fylyn, O.D. Tananaiko, Y.M. Cherneva, M.A. Shvarts. – L. : Stroiyzdat, 1983. – 232 s.
13. Hakhov F.D. Kraevye zadachy / F.D. Hakhov. – M. : Nauka, 1977. – 455 s.
14. Pysarenko H.S. Opir materialiv / H.S. Pysarenko, O.L. Kvitka, E.S. Umanskiy. – K. : Vyshcha shkola, 2004. – 655 s.

Рецензія/Peer review : 07.06.2017 р. Надрукована/Printed : 31.10.2017 р.
Рецензент: стаття прорецензована редакційною колегією