

УДК 539.3

А.О. СЯСЬКИЙ, Н.В. ШЕВЦОВА

Рівненський державний гуманітарний університет

О.Ю. ДЕЙНЕКА

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ПРЕСОВА ПОСАДКА ЗАМКНЕНОГО ПРУЖНОГО СТРИЖНЯ В ЕЛІПТИЧНИЙ ОТВІР НЕСКІНЧЕНОЇ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ

Пропонується розв'язок мішаної контактної задачі про посадку з натягом замкненого ізотропного пружного кільця в еліптичний отвір нескінченної ортотропної пластинки, яка перебуває в умовах однорідного узагальненого плоского напруженого стану на нескінченності. Деформації контуру отвору в пластинці (відносно видовження і кут повороту нормалі) як функції контактних зусиль і зовнішнього навантаження надано інтегральними співвідношеннями з ядрами Гільберта. Моделюючи кільце замкненим пружним стрижнем великої кривини, його напружено-деформований стан описано основними рівняннями одновимірної теорії криволінійних стрижнів, в яких враховано що поверхня контакту пластинки і стрижня не співпадає з його середньою поверхнею. Деформації крайнього поздовжнього волокна стрижня, яке контактує з пластинкою подано залежностями Кірхгофа від внутрішніх сил і згинальних моментів, що діють в поперечних перерізах стрижня і віднесені до його осі. Крайові умови задачі на межі сполучення пластинки і кільця за відсутності сил тертя сформульовано у вигляді рівності їх кривин. Математичну модель задачі, яка описує напружено-деформований стан пластинки і кільця, побудовано у вигляді системи інтегральних і диференціальних рівнянь для визначення контактних зусиль, що виникають у зоні контакту, та внутрішніх зусиль в кільці. Досліджено структуру розв'язку задачі та визначено умови однозначності кута повороту нормалі до лінії контакту пластинки і кільця. Методом скінченних тригонометричних сум задача зведена до системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Запропонованим методом досліджено вплив на розподіл напружень у контактуючих тілах форми отвору, ортотропії матеріалу пластинки, зовнішнього навантаження та величини натягу. Встановлено мінімальний натяг, за якого можливе розмикання контакту між пластинкою і кільцем в одній або декількох точках. Показано, що ортотропія матеріалу суттєво змінює напружено-деформований стан кільця, а натяг практично не впливає на розподіл кільцевих зусиль на контурі отвору в пластинці.

Ключові слова: напружена посадка, еліптичний отвір, пружне ребро, інтегральні і диференціальні рівняння, ортотропна пластинка, мінімальний натяг.

A.O. SIASKYI, N.V. SHEVTSOVA

Rivne State University of Humanities, Ukraine

O.Y. DEJNEKA

National University of Water Management and Natural Resources, Rivne, Ukraine

PRESS LANDING OF THE CLOSED RESILIENT ROD IN ELLIPTIC OPENING OF INFINITE ORTHOTROPIC PLATE

The solution of the mixed contact problem about landing with the tension of a closed isotropic resilient ring in an elliptic opening of an infinite orthotropic plate, which is located in the conditions of a homogeneous generalized plane stressed state at infinity is proposed. The deformation of the contour of the opening in the plate (relative lengthening and corner of turn of normal), as a function of contact forces and external loading, is given by integral relations with the Hilbert nuclei. Modeling a ring with a closed resilient rod of a large curvature, its stress-strain state is described by the basic equations of the one-dimensional theory of curvilinear rods, which take into account that the contact surface of the plate and the rod does not coincide with its median surface. The deformation of the extreme longitudinal fiber of the rod, which is in contact with the plate, is given by the dependences of Kirchhof on the internal forces and bending moments acting in the transverse sections of the rod and assigned to its axis. The boundary conditions of the problem on the boundary between the plate and the ring in the absence of frictional forces are formulated in the form of the equality of their curvatures. A mathematical model of a problem that describes the stress-strain state of a plate and a ring is constructed in the form of a system of integral and differential equations for determining the contact forces occurring in the contact area and internal forces in the ring. The structure of the solution of the problem is studied and the conditions of unambiguity of the corner of turn of the normal to the contact line of the plate and ring are determined. By the method of finite trigonometric sums problem is reduced to a system of linear algebraic equations. The proposed method investigated the influence on the distribution of stresses in the contacting bodies of the shape of the opening, the orthotropy of the plate material, the external load and the magnitude of the tension. The minimum tension is established, which allows for the opening of the contact between the plate and the ring at one or more points. It is shown that the orthotropy of a material substantially changes the stress-deformed state of the ring, but the tension practically does not affect the distribution of the ring forces on the contour of the opening in the plate.

Keywords: tense landing, elliptic opening, resilient rib, minimum pull, elliptic opening, integral and differential equations, orthotropic plate, minimum pull.

Вступ

У машинобудуванні для передачі обертального руху широко використовуються пресові з'єднання, за допомогою яких відбувається нерухоме сполучення валів з маховиками, шківками пасових передач, зубчатими колесами. Як показує досвід експлуатації і проведені теоретичні та експериментальні дослідження від роботоздатності таких з'єднань суттєво залежить довговічність інших деталей передач. Тому підвищення їх міцності набуває важливого значення в загальній проблемі надійності машин.

Пресові з'єднання характеризуються високим рівнем концентрації напружень у зоні контакту пружних тіл, що негативно впливає на їх міцність. Задача визначення напружено-деформованого стану в таких з'єднаннях є актуальною проблемою сучасного машинобудування. Ця проблема стала особливо актуальною в зв'язку з широким використанням в інженерній практиці нових композитних матеріалів.

Найбільш повно в науковій літературі проблема розрахунку напружених посадок з натягом досліджена для масивних ізотропних циліндричних тіл, обмежених круговими поверхнями. При теоретичному дослідженні з'єднань об'ємних деталей з натягом використовувалися як методи теорії пружності [1–3], так і числові методи [4, 5]. Для визначення напружень у найбільш важливих для практики з'єднаннях використано ефективні експериментальні методи, зокрема поляризаційно-оптичний [6] та метод заморожування [7]. Огляд досліджень напруженого стану в масивних ізотропних тілах з круговими циліндричними поверхнями, з'єднаних між собою натягом, наведено в роботах [2, 4].

Розв'язок задачі про напружену посадку абсолютно жорсткого диска в криволінійний отвір нескінченної ізотропної (ортотропної) пластинки при передачі моментного навантаження здійснено в [8, 9]. Методом скінчених тригонометричних сум досліджується вплив на напружений стан пластинки форми отвору, матеріалу пластинки, натягу та величини обертового моменту.

Проблема визначення напружень у з'єднаннях з натягом циліндричних тілах, одне з яких тонкостінне, вивчена недостатньо.

Задачі про пресову посадку замкнених пружних стрижнів у криволінійний отвір нескінченної ізотропної (ортотропної) пластинки з використанням особливих крайових умов у інтегральній формі розглянуто в [10, 11]. Методом комплексних рядів Фур'є досліджується напружено-деформований стан пластинки і стрижня, а також встановлюється мінімальний натяг, за якого не порушується контакт між сполучуваними тілами.

В уточненій постановці пропонується розв'язок задачі про пресову посадку замкненого стрижня великої кривини в еліптичний отвір нескінченної ортотропної пластинки. Для нескінченної ізотропної пластинки з криволінійним отвором аналогічна задача досліджена в [12]. Для кругового отвору в нескінченній ізотропній та ортотропній пластинках такі задачі розглянуті в роботах [13, 14].

Постановка і основні рівняння задачі

Розглянемо нескінченну ортотропну пластинку товщиною $2h$ з еліптичним отвором, обмеженим гладкою циліндричною поверхнею. Серединну площину пластинки віднесемо до декартової (x, y) і полярної (r, δ) систем відліку з полюсом у центрі отвору. Лінію перетину серединної площини з поверхнею отвору позначимо через Γ і будемо називати контуром отвору. Вважаємо, що основні напрямки ортотропії матеріалу пластинки співпадають з напрямками координатних осей і осей еліпса.

В отвір пластинки з натягом $\Delta = \text{const}$ запресоване замкнене пружне ізотропне кільце сталого прямокутного поперечного перерізу $2h_0 \times 2\eta$ ($2h_0$ – висота кільця, 2η – його ширина). Не порушуючи загальності вважаємо, що величина Δ має порядок пружних зміщень точок контуру Γ .

Пружна система „пластинка-кільце” перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану, створеного однорідним навантаженням на нескінченності, яке задається рівномірно розподіленими зусиллями p і q , що діють у напрямках координатних осей.

Розв'язання задачі передбачає визначення компонент напружено-деформованого стану на контурі Γ в пластинці та в пружному кільці, а також дослідження впливу на ці величини ортотропії матеріалу пластинки, величини натягу і зовнішнього навантаження.

Деформації контуру Γ в пластинці при заданому її навантаженні на підставі [15] визначаються зі співвідношень

$$\varepsilon_\lambda^* = \frac{1}{2E_x h} \{c_1 T_\rho^*(\lambda) + c_2 G(\lambda) - c_3 H(\lambda) + \tilde{\varepsilon}_\lambda^0\}; \quad V^* = \frac{1}{2E_x h} \{c_1 S_{\rho\lambda}^*(\lambda) + c_3 G(\lambda) + c_4 H(\lambda) + \tilde{V}^0\}, \quad (1)$$

в яких введено позначення

$$\begin{aligned} c_1 &= w_2 - \nu_x; & c_2 &= \frac{w_1}{2} [(1 - w_2) \cos^2 \lambda - 1]; & c_3 &= \frac{w_1}{2} (1 - w_2) \sin \lambda \cos \lambda; & c_4 &= \frac{w_1}{2} [(1 - w_2) \sin^2 \lambda - 1]; \\ T_\rho &= \frac{\alpha T_\rho^* + \beta S_{\rho\lambda}^*}{\alpha^2 + \beta^2}; & S_{\rho\lambda} &= \frac{\alpha S_{\rho\lambda}^* - \beta T_\rho^*}{\alpha^2 + \beta^2}; & \varepsilon_\lambda &= \frac{\alpha \varepsilon_\lambda^* + \beta V^*}{\alpha^2 + \beta^2}; & V &= \frac{\alpha V^* - \beta \varepsilon_\lambda^*}{\alpha^2 + \beta^2}; & \alpha + i\beta &= \omega'(\sigma); \\ \sigma &= e^{i\lambda}; & \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 + i\tilde{V}^0 &= \frac{p}{2} [a + b(w_1 - w_2) - (a + b(w_1 + w_2))e^{-2i\lambda}] + \frac{q}{2} w_2 [a(w_1 - 1) + bw_2 + (a(1 + w_1) + bw_2)e^{-2i\lambda}]; \\ w_1 &= \beta_1 + \beta_2; & w_2 &= \beta_1 \beta_2; & G(\lambda) &= \frac{1}{\pi} \oint_\gamma [T_\rho^*(t) - S_{\rho\lambda}^*(t) \text{ctg} \frac{\lambda - t}{2}] dt; & H(\lambda) &= \frac{1}{\pi} \oint_\gamma [S_{\rho\lambda}^*(t) + T_\rho^*(t) \text{ctg} \frac{\lambda - t}{2}] dt; \end{aligned} \quad (2)$$

$\omega(\xi) = x + iy = R_0 \left(\xi + \frac{\varepsilon}{\xi} \right)$ – функція, яка здійснює конформне відображення зовнішності одиничного кола γ

в площині $\xi = \tilde{\rho} e^{i\lambda}$ на область, яку займає серединна площа пластинки; $R_0 = \frac{a+b}{2} = 1$; $\varepsilon = \frac{a-b}{a+b}$; a, b – півосі еліпса; $a = 1 + \varepsilon$; $b = 1 - \varepsilon$; E_x, ν_x – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки в

напрямку осі Ox ; β_1, β_2 – корені характеристичного рівняння [16]; ε_λ, V – відносне видовження контуру Γ і кут повороту нормалі до нього; $i = \sqrt{-1}$.

Якщо функції $T_\rho^*, S_{\rho\lambda}^*$ будуть відомі, то кільцеві зусилля на Γ визначаються за формулою [15]

$$T_\lambda = -\frac{(1+\beta_1)(1+\beta_2)}{4\Delta_1\Delta_2} \left[\left(l_1 l_2 + (a+b)l_4 \frac{\sin^2 2\lambda}{4} \right) R_1 + ((a+b)l_1 - l_2 l_4) \frac{\sin 2\lambda}{2} R_2 \right] - \frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}{4\Delta_1\Delta_2} \left[\left((b-a)l_4 \frac{\sin^2 2\lambda}{4} - l_1 l_3 \right) \tilde{R}_3 + (l_3 l_4 + (b-a)l_1) \frac{\sin 2\lambda}{2} \tilde{R}_4 \right] + T_\lambda^0, \quad (3)$$

де

$$T_\lambda^0 = \frac{l_3}{\Delta_1\Delta_2} \left[p(l_1 + l_4 \sin^2 \lambda) + q w_2 (l_4 \cos^2 \lambda - l_1) \right]; \quad l_1 = a^2 \sin^2 \lambda - b^2 w_2 \cos^2 \lambda; \quad l_2 = a \sin^2 \lambda - b \cos^2 \lambda; \\ l_4 = a b w_1; \quad l_3 = a \sin^2 \lambda + b \cos^2 \lambda; \quad \Delta_j = a^2 \sin^2 \lambda + b^2 \beta_j^2 \cos^2 \lambda \quad (j=1, 2); \quad R_1 = -2T_\rho^* + G(\lambda); \\ R_2 = -2S_{\rho\lambda}^* + H(\lambda); \quad R_3 = 4T_\rho^* - R_1; \quad R_4 = 4S_{\rho\lambda}^* + R_2; \quad \tilde{R}_3 = R_3 \cos 2\lambda + R_4 \sin 2\lambda; \\ \tilde{R}_4 = R_4 \cos 2\lambda - R_3 \sin 2\lambda. \quad (4)$$

Деформації кільця контактними зусиллями описуються основними рівняннями одновимірної теорії криволінійних стрижнів великої кривини [17]:

– диференціальні рівняння рівноваги елемента стрижня

$$T_\rho = \frac{N}{\rho} - \frac{dQ}{ds}, \quad S_{\rho\lambda} = -\frac{dN}{ds} - \frac{Q}{\rho}, \quad \frac{dL_b}{ds} - \left(1 - \frac{\eta}{\rho} \right) Q = 0; \quad (5)$$

– фізичні співвідношення Кірхгофа для крайнього поздовжнього волокна, яке контактує з пластинкою

$$\varepsilon_\lambda^{(n)} = \frac{N}{g_4} + \left(\frac{1-r_0}{\rho} \right) \frac{RL_b}{g_2}; \quad \frac{d\theta_b}{d\theta} = \frac{N}{g_4} + \frac{RL_b}{g_2}. \quad (6)$$

У цих рівняннях: $\varepsilon_\lambda^{(n)}, \theta_b$ – відносне видовження і кут повороту нормалі в точках крайнього волокна стрижня; $ds = \rho d\theta$ – елемент дуги цього волокна; ρ – радіус кривини недеформованого контуру Γ в пластинці; $e^{i\theta} = e^{i\lambda} \omega'(\sigma) / |\omega'(\sigma)|$; N, Q, L_b – внутрішні поздовжня і поперечна сили та згинальний момент, які виникають у поперечних перерізах стрижня і віднесені до його осі; $g_4 = E_0 F_0$ – жорсткість стрижня на розтяг (стиск); $g_2 = \omega_0 g_4$ – жорсткість на згин в площині його осі; r_0, R – радіуси кривини нейтрального для чистого згину і осевого волокон стрижня; E_0 – модуль Юнга матеріалу стрижня; θ – кут нахилу поперечного перерізу стрижня до осі Ox .

Кривини деформованого контуру Γ і зовнішнього поздовжнього волокна в стрижні визначаються за формулами [12]

$$k(\lambda) = \frac{1}{\rho} \left[1 - \varepsilon_\lambda + \frac{dV}{d\theta} \right]; \quad k^{(c)}(\lambda) = \frac{1}{\rho + \Delta} \left(1 - \varepsilon_\lambda^{(c)} + \frac{d\theta_b}{d\theta} \right), \quad (7)$$

в яких $\rho \approx \rho + \Delta, \Delta > 0$.

Крайові умови сумісного деформування пластинки і кільця формуємо у вигляді рівності їх кривин на ділянці контакту. При відсутності тертя ці умови, на підставі (7), можна подати у вигляді

$$\varepsilon_\lambda - \frac{dV}{d\theta} - \varepsilon_\lambda^{(c)} + \frac{d\theta_b}{d\theta} = \frac{\Delta}{\rho}; \quad S_{\rho\lambda} = 0, \quad \lambda \in [0; 2\pi]. \quad (8)$$

Підставляючи (1), (2), (6) в крайові умови (8), одержимо після певних перетворень

$$\left[\alpha + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{1 - \varepsilon^2} \left(2(1 - \alpha) - \frac{4\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} + \beta \frac{d}{d\lambda} \right) \right] \left[c_1 T_\rho^*(\lambda) + c_2 G(\lambda) - c_3 H(\lambda) + \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 \right] + \left[\beta - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{1 - \varepsilon^2} \left(2\beta - \frac{4\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} + \alpha \frac{d}{d\lambda} \right) \right] \left[c_1 S_{\rho\lambda}^*(\lambda) + c_3 G(\lambda) + c_4 H(\lambda) + \tilde{V}^0 \right] + \frac{2E_x h (\alpha^2 + \beta^2) r_0 R}{g_2 \rho} L_b = \frac{2E_x h \Delta}{\rho} (\alpha^2 + \beta^2); \quad \alpha S_{\rho\lambda}^* - \beta T_\rho^* = 0, \quad \lambda \in [0; 2\pi]. \quad (9)$$

Залежності (9) доповнюємо рівняннями рівноваги (5), перетвореними до вигляду

$$\frac{\rho}{\alpha^2 + \beta^2} (\alpha T_\rho^*(\lambda) + \beta S_{\rho\lambda}^*(\lambda)) = N(\theta) + \frac{d^2 N(\theta)}{d\theta^2}; \quad \frac{dN(\theta)}{d\theta} + Q(\theta) = 0; \quad \frac{dL_b(\theta)}{d\theta} - RQ(\theta) = 0; \quad \lambda, \theta \in [0; 2\pi]. \quad (10)$$

Співвідношення (9), (10) визначають математичну модель розглядуваної задачі і служать для визначення функцій $T_\rho^*(\lambda), S_{\rho\lambda}^*(\lambda), N(\theta), Q(\theta), L_b(\theta)$, через які компоненти напруженого стану на контурі Γ в пластинці визначаються за формулами (2), (3), а нормальні напруження в крайніх поздовжніх волокнах ребра на підставі (6) – за законом Гука в його одновимірній формі [18]

$$\sigma_1^{(c)} = \sigma^{(c)}(\rho) = \frac{1}{F_0} \left(N + \left(1 - \frac{r_0}{\rho} \right) \frac{R L_b}{\omega_0} \right); \quad \sigma_2^{(c)} = \sigma^{(c)}(\rho - 2\eta) = \frac{1}{F_0} \left(N + \left(1 - \frac{r_0}{\rho - 2\eta} \right) \frac{R L_b}{\omega_0} \right). \quad (11)$$

Максимальні дотичні напруження в осьовому волокні визначаються за формулою Журавського [18]

$$\tau_{\max}^{(c)} = \frac{3}{2} \frac{Q}{F_0}. \quad (12)$$

Наближений розв’язок задачі

Точний розв’язок системи (9), (10) знайти не вдається. Для її наближеного розв’язання використовуємо метод, запропонований в [12].

Оскільки контакт між пластинкою і кільцем неперервний, тому, враховуючи подвійну симетрію задачі і вигляд прямих частин (9), (10), шукані функції подаємо скінченними тригонометричними сумами

$$T_{\rho}^*(\lambda) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} A_{2n} \cos 2n\lambda; \quad S_{\rho\lambda}^*(\lambda) = \sum_{n=1}^{N_0} B_{2n} \sin 2n\lambda; \quad (13)$$

$$N(\theta) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} C_{2n} \cos 2n\theta; \quad Q(\theta) = \sum_{n=1}^{N_0} E_{2n} \sin 2n\theta; \quad \bar{L}_b(\theta) = R L_b(\theta) = \frac{D_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} D_{2n} \cos 2n\theta.$$

При такому виборі цих функцій умова однозначності зміщень точок контуру Γ виконується тотожно, а умова однозначності кутів повороту поперечних перерізів кільця [12] визначає залежність

$$C_0 \omega_0 + D_0 = 0. \quad (14)$$

З урахуванням (13), (14) і формули [12]

$$\frac{1}{\pi} \oint_{\gamma} \begin{Bmatrix} \cos mx \\ \sin mx \end{Bmatrix} \operatorname{ctg} \frac{\lambda - t}{2} dt = 2 \begin{Bmatrix} \sin mx \\ -\cos mx \end{Bmatrix}$$

співвідношення (9), (10) перетворимо до системи функціональних рівнянь для визначення сталих $A_0, C_0, D_0, A_{2n}, B_{2n}, C_{2n}, D_{2n}, E_{2n}$ ($n = 1, 2, \dots, N_0$)

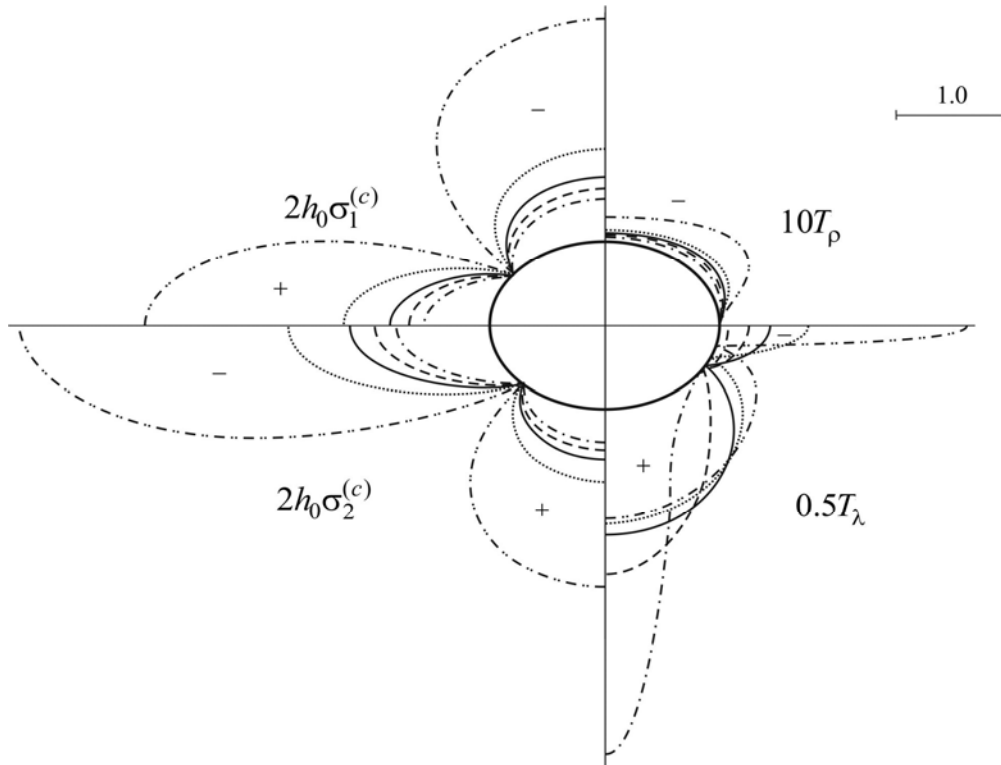


Рис. 1. Розподіл компонент напруженого стану (в долях ρ) при $\Delta = \Delta_{\min}$

$$\left[\alpha + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{1 - \varepsilon^2} \left(2(1 - \alpha) - \frac{4\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} + \beta \frac{d}{d\lambda} \right) \right] \left\{ (c_1 + 2c_2) \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} [A_{2n}(c_1 \cos 2n\lambda - 2c_3 \sin 2n\lambda) + 2B_{2n}c_2 \cos 2n\lambda] + \right.$$

$$\left. + \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 \right\} + \left[\beta - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{1 - \varepsilon^2} \left(2\beta - \frac{4\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} + \alpha \frac{d}{d\lambda} \right) \right] \left\{ c_3 A_0 + \sum_{n=1}^{N_0} [2A_{2n}c_4 \sin 2n\lambda + B_{2n}(c_1 \cos 2n\lambda + 2c_3 \sin 2n\lambda)] + \tilde{V}^0 \right\} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2E_x h (\alpha^2 + \beta^2) r_0 R}{g_2 \rho} \left(\frac{D_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} D_{2n} \cos 2n\theta \right) = \frac{2E_x h \Delta}{\rho} (\alpha^2 + \beta^2); \quad \beta \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} (\beta A_{2n} \cos 2n\lambda - \alpha B_{2n} \sin 2n\lambda) = 0; \\
 & \frac{\rho}{\alpha^2 + \beta^2} \left[\alpha \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} (\alpha A_{2n} \cos 2n\lambda + \beta B_{2n} \sin 2n\lambda) \right] = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} C_{2n} (1 - 4n^2) \cos 2n\theta; \quad 2nC_{2n} - E_{2n} = 0; \\
 & \frac{d\rho}{d\theta} \frac{D_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} \left[\left(2nR \sin 2n\theta + \frac{d\rho}{d\theta} \cos 2n\theta \right) D_{2n} + 2nR^3 C_{2n} \sin 2n\theta \right] = 0; \quad \frac{C_0}{2} + \frac{D_0}{2\omega_0} = 0; \quad \lambda, \theta \in [0; 2\pi]. \quad (15)
 \end{aligned}$$

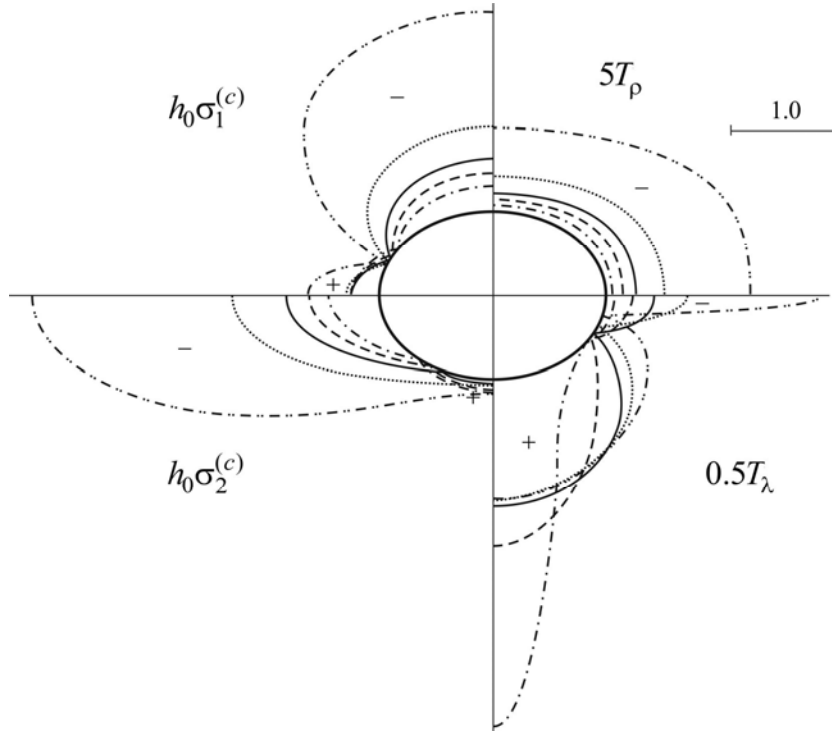


Рис. 2. Розподіл компонент напруженого стану (в долях p) при $\Delta = 1.25\Delta_{\min}$

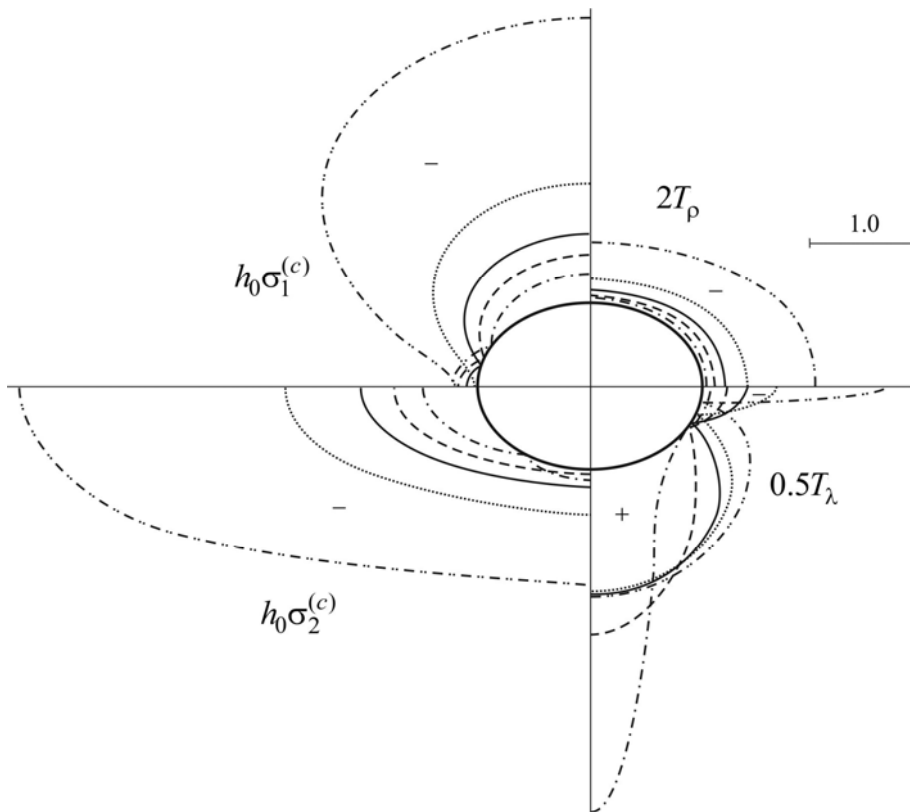


Рис. 3. Розподіл компонент напруженого стану (в долях p) при $\Delta = 1.5\Delta_{\min}$

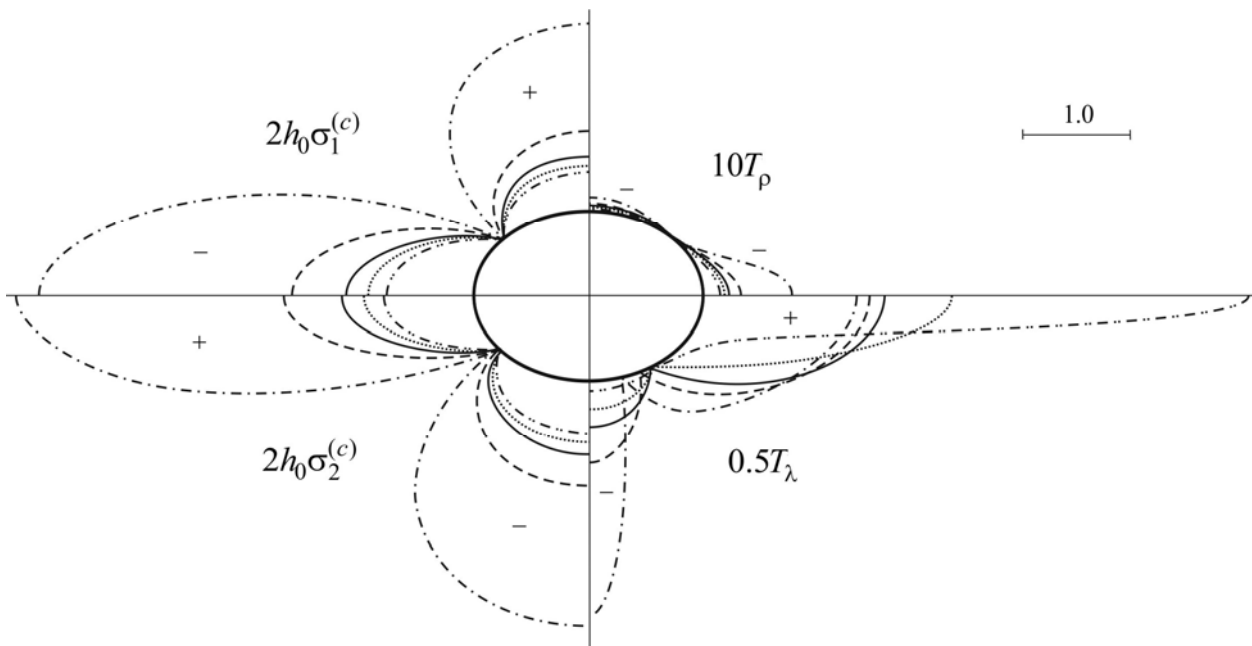


Рис. 4. Розподіл компонент напруженого стану (в долях q) при $\Delta = \Delta_{\min}$

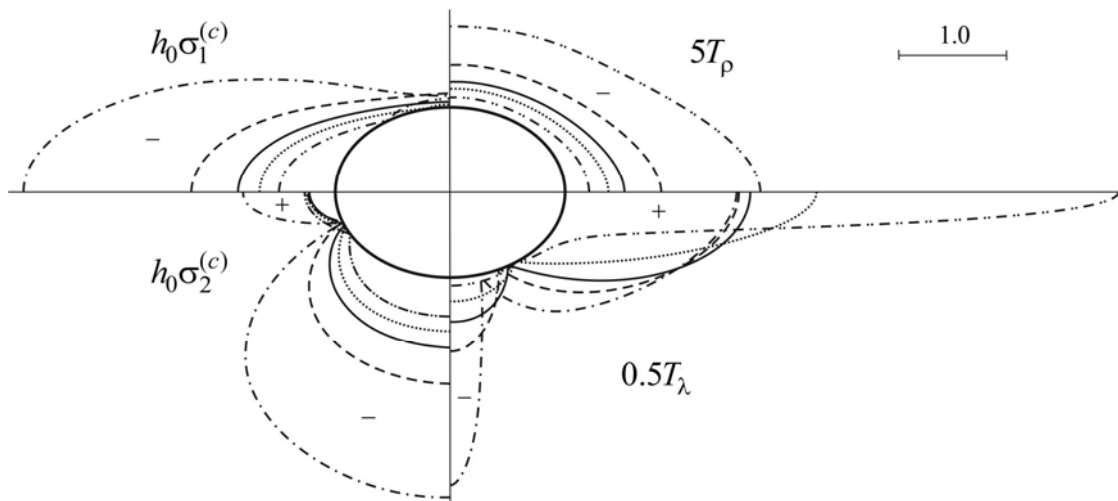


Рис. 5. Розподіл компонент напруженого стану (в долях q) при $\Delta = 1.25\Delta_{\min}$

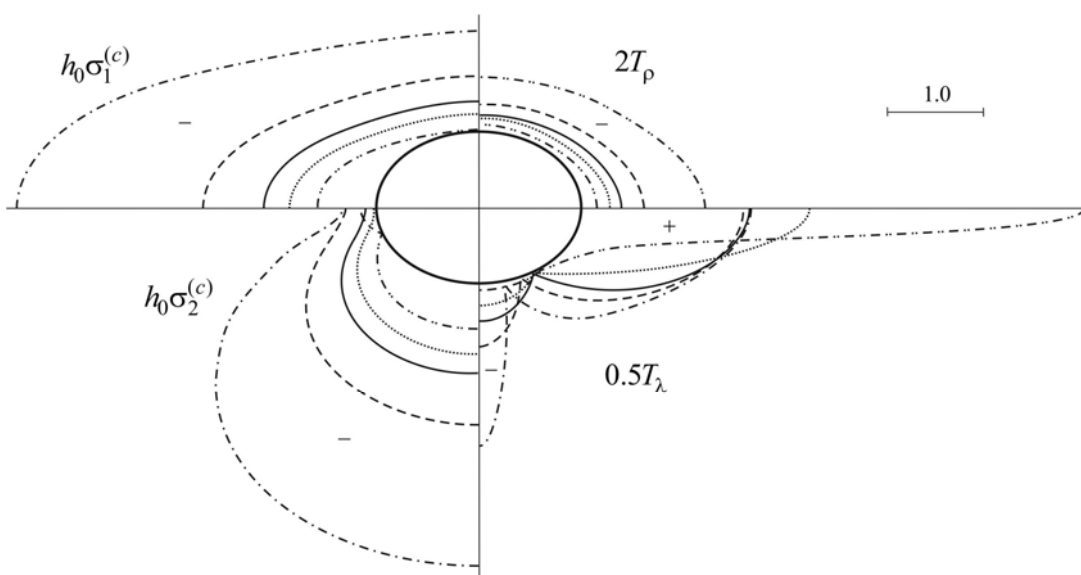


Рис. 6. Розподіл компонент напруженого стану (в долях q) при $\Delta = 1.5\Delta_{\min}$

Ця система має таку ж структуру, як і відповідна система для ізотропної пластинки [12], тому наближений метод її розв'язання переносимо без змін.

Якщо шукані сталі стануть відомі, то компоненти напруженого стану в пластинці та кільці визначаються за формулами (2), (3), (11), (12), (13).

Для ортотропної пластинки з еліптичним ($\varepsilon = 0.1$) отвором і пружного кільця з параметрами $\eta = 0.05$; $h/h_0 = 0.75$; $\sqrt{E_x E_y} / E_0 = 0.5$ досліджено вплив ортотропії матеріалу, величини натягу та зовнішнього навантаження на розподіл контактних T_p і кільцевих T_λ зусиль на контурі Γ в пластинці та нормальних напружень $\sigma_1^{(c)}$, $\sigma_2^{(c)}$ у поздовжніх волокнах кільця. Результати числового розрахунку при $N_0 = 75$, $\Delta = \{A_{\min}; 1.25A_{\min}; 1.5A_{\min}\}$, $p = \{1; 0\}$, $q = \{0; 1\}$ ілюструються на рис. 1–6 і в таблиці 1.

В таблиці 1 наведені: характеристики ортотропних матеріалів; лінії, які відповідають цим матеріалам на рис. 1–6; значення мінімального натягу Δ_{\min} і кути, що визначають положення точок розмикання контакту в системах відліку $(\tilde{\rho}, \lambda)$ і (r, δ) . В чисельнику подано відповідні значення для випадку $p = 1$; $q = 0$, а в знаменнику – для $p = 0$; $q = 1$.

Таблиця 1

Матеріал пластинки	β_1	β_2	ν_x	E_x/E_y	$2\sqrt{E_x E_y} h \Delta_{\min}$	λ (град)	δ (град)	Лінії
епоксид-графіт	0.1430	1.4010	0.010	1/25	$\frac{4.9360}{0.5955}$	$\frac{0}{45.506}$	$\frac{0}{39.784}$	-----
епоксид-скло	0.4400	1.3100	0.083	1/3	$\frac{1.5360}{0.8946}$	$\frac{0}{43.483}$	$\frac{0}{37.810}$
ізотропний матеріал	1	1	0.300	1	$\frac{0.7844}{1.2571}$	$\frac{0}{42.472}$	$\frac{0}{36.833}$	-----
скло-епоксид	2.2712	0.7626	0.250	3	$\frac{0.4905}{2.2502}$	$\frac{0}{42.472}$	$\frac{0}{36.833}$	-----
графіт-епоксид	6.9992	0.7144	0.250	25	$\frac{0.2548}{6.7484}$	$\frac{0}{42.472}$	$\frac{0}{36.833}$	-----

Висновки

Аналізуючи результати проведених розрахунків, приходимо до таких висновків:

– ортотропія матеріалу пластинки суттєво впливає на розподіл компонент напруженого стану в пластинці і кільці, а також на величину мінімального натягу. При збільшенні відношення E_x/E_y мінімальний натяг для випадку ($p = 1$; $q = 0$) зменшується, а для випадку ($p = 0$; $q = 1$) – збільшується;

– кільцеві зусилля T_λ , які є визначальними на контурі отвору пластинки, практично не залежать від величини натягу, а нормальні контактні напруження і напруження в крайніх поздовжніх волокнах стрижня різко зростають при збільшенні натягу;

– при розтягу пластинки вздовж великої осі еліпса дві точки розмикання належать цій осі. Якщо пластинка розтягується вздовж малої осі еліпса, то існує чотири симетричні відносно координатних осей точки розмикання, положення яких практично не залежать від матеріалу пластинки;

– вплив поперечних сил, які виникають у перерізах кільця, на його напружений стан і напружений стан пластинки незначний.

Література

1. Тарабасов Н.Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении / Н.Д. Тарабасов. – М. : Машгиз, 1961. – 364 с.
2. Семенов-Ежов И.Е. Проблема концентрации напряжений в соединениях с натягом (обзор) / И.Е. Семенов-Ежов // Вестник машиностр. МВТУ им. Н.Э. Баумана. – 2001. – № 4. – С. 37–40.
3. Тарабасов Н.Д. Новый прием решения задач прессовых соединений / Н.Д. Тарабасов // Расчеты на прочность, жесткость, устойчивость и колебания. – М. : Машиностроение, 1969. – Вып. 14. – С. 63–75.
4. Теплый М.И. Контактные задачи для областей с круговыми границами / М.И. Теплый. – Львов : Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1983. – 176 с.
5. Аниткин П.К. Определение напряжений от посадки круглых дисков в пластинку с криволинейным контуром / П.К. Аниткин // Расчеты на прочность, жесткость, устойчивость и колебания. – М. : Машиностроение, 1965. – С. 43–47.
6. Савченко В.И. Исследование напряженного состояния прессовых соединений поляризационно-оптическим методом / В.И. Савченко // Прикл. механика, 1968. – Т. 4. – Вып. 8. – С.127–131.
7. Сурков А.И. Исследование напряжений в деталях, соединенных посадкой с применением

- замораживания / А.И. Сурков, Г.П. Монахов-Ильин // Заводская лаборатория. – 1967. – № 6. – С. 755–756.
8. Комбель С.М. Посадка жорсткого диска в еліптичний отвір нескінченної ортотропної пластинки / С.М. Комбель // Машинознавство. – 2003. – № 8. – С. 25–31.
9. Сяський А.О. Граничні умови контактних задач для нескінченної пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска / А.О. Сяський, С.М. Комбель // Волинський математичний вісник. – Рівне, 2001. – Вип. 8. – С. 93–97.
10. Мартынович Т.Л. Впрессовка замкнутого стержня в криволинейное отверстие изотропной пластинки / Т.Л. Мартынович, М.К. Зварич // Прикл. механика. – 1974. – Т. 10. – № 9. – С. 46–52.
11. Мартынович Т.Л. О напряженном состоянии анизотропной пластинки, в криволинейное отверстие которой впрессован замкнутый стержень / Т.Л. Мартынович, М.К. Зварич, В.С. Щукин // Механика полимеров. – 1976. – № 9. – С. 304–309.
12. Сяський А.О. Напружена посадка замкнутого пружного стрижня в криволінійний отвір нескінченної ізотропної пластинки / А.О. Сяський, Н.В. Шевцова, О.Ю. Дейнека // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – Хмельницький : ХНУ, 2017. – № 5. – С. 32–38.
13. Дейнека О.Ю. Напружена посадка замкнутого кругового стрижня в круговий отвір нескінченної ізотропної пластинки / О.Ю. Дейнека, В.А. Сяський // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування : збірник наукових праць. Технічні науки. – Рівне, 2016. – Вип. 2 (74). – С. 349–356.
14. Дейнека О.Ю. Напружена посадка замкнутого кругового стрижня в круговий отвір нескінченної ортотропної пластинки / О.Ю. Дейнека, А.О. Сяський // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Збірник наукових праць. Технічні науки. – Рівне, 2016. – Вип. 3 (75). – С. 329–337.
15. Сяський А. Контактна взаємодія розімкнених стрижнів змінної жорсткості з еліптичним отвором нескінченної ортотропної пластинки / А. Сяський, Ю. Батишкіна // Вісник Тернопільського національного університету. – 2004. – Т. 9. – № 3. – С. 17–24.
16. Лехницький С.Г. Анизотропные пластинки / С. Г. Лехницький. – М. : Гостехиздат, 1957. – 464 с.
17. Shevtsova N. Stress distribution in an infinite plate with partly reinforced elliptical contour / Natalia Shevtsova, Andrii Syaskyi // Scientific Journal of the TNTU. – 2016. – № 1 (81). – С. 15–20.
18. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський. – К. : Вища школа, 2004. – 655 с.

References

1. Tarabasov N.D. Raschet napriazhennyh posadok v mashynostroenyy / N.D. Tarabasov. – М.: Mashgiz. 1961. – 364 s.
2. Semenov-Ezhov Y.E. Problema koncentracyy napriazheniy v soedineniyah s natiatom (obzor) / Y.E. Semenov-Ezhov // Vestnyk mashinostr. MVTU im. N.E. Bauman. – М.: 2001. Volume 4. – С. 37–40.
3. Tarabasov N.D. Novyy pryem resheniya zadach pressovyh soedyneniy / N.D. Tarabasov / Raschety na prochnost', zhestkost', ustoichivost' y kolebaniya. М.: Mashynostoroenye. 1969. Volume 14. – С. 63–75.
4. Teplyi M.Y. Kontaktnye zadachy dlia oblasti s kruhovymy hranycamy / M.Y. Teplyi. – Lvov: Vyshcha shkola. 1983. 176 s.
5. Anytkyn P.K. Opredelenye napriazheniy ot posadky kruhlyh dyiskov v plastyнку s kryvolyneynym konturom / P.K. Anytkyn // Raschety na prochnost', zhestkost', ustoichivost' i kolebanija. М.: Mashynostoroenye. 1965. – С. 43–47.
6. Savchenko V.I. Issledovanye napriazhennogo sostoianiya pressovyh soedyneniy poliaryzacyonno-optycheskym metodom / V.I. Savchenko // Prykladnaia mehanika – К.: 1968. Volume 4. Part 8. – С. 127–131.
7. Surkov A.I. Issledovanye napriazheniy v detaliah, soedynennyh posadkoi s pryemenenym zamorazhyvaniya / A.I. Surkov, G.P. Monahov-Il'in / Zavodskaja laboratorija, 1967. Volume 6. – С. 755–756.
8. Kombel S.M. Posadka zhorstkogo diska v eliptychnyy otvir neskinchennoyi ortotropnoyi plastyнки / S.M. Kombel // Mashynoznavstvo. Lviv: 2003. Volume 8. – С. 25–31.
9. Siaskyi A.O. Hranychni umovy kontaktnykh zadach dlya neskinchennoyi plastyнки z kryvoliniynym otvorom i zhorstkogo dyska / A.O. Syaskyi, S.M. Kombel // Volynskyy matematychnyy visnyk. Rivne: 2001. Volume 8. – С. 93–97.
10. Martynovych T.L. Vpressovka zamknutogo sterzhnia v kryvolyneynoe otverstye izotropnoi plastyнки / T.L. Martynovych, M.K. Zvorych // Prykladnaia mehanika – К., 1974. Volume 10. Part 9. – С. 46–52.
11. Martynovych T.L. O napriazhennom sostoianyy anizotropnoi plastyнки, v kryvolyneynoe otverstye kotoroy vpressovan zamknutyi sterzhen' / T.L. Martynovych, M.K. Zvorych, V.S. Shhukyn // Mehanika polymerov. Riga: 1976. Volume 9. – С. 304–309.
12. Siaskyi A.O. Napruzhenya posadka zamknеного pruzhnogo stryzhnia v kryvoliniyniy otvir neskinchennoi izotropnoi plastyнки / A.O. Siaskyi, N.V. Shevtsova, O.Yu. Dejneka // Herald of Khmelnytskyi National University. – Khmelnytskyi: 2017. Volume 5. – С. 32–38.
13. Dejneka O.Yu. Napruzhenya posadka zamknеного kruhovogo stryzhnia v kruhoviy otvir neskinchennoi izotropnoi plastyнки / O.Yu. Dejneka, V.A. Siaskyi // Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Zbirnyk naukovykh prats. Tekhnichni nauky. Rivne: 2016. Volume 2 (74). – С. 349–356.
14. Dejneka O.Yu. Napruzhenya posadka zamknеного kruhovogo stryzhnia v kruhoviy otvir neskinchennoi ortotropnoi plastyнки / O.Yu. Dejneka, A.O. Siaskyi // Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Zbirnyk naukovykh prats. Tekhnichni nauky. Rivne: 2016. Volume 3 (75). – С. 329–337.
15. Siaskyi A. Kontaktna vzaiemodiia rozimknykh stryzhniv zminnoi zhorstkosti z eliptychnym otvorom neskinchennoi ortotropnoi plastyнки / A. Siaskyi, Yu. Batyshkina // Visnyk Ternopil'skoho natsionalnoho universytetu. Ternopil: 2004. Volume 9. Part 3. – С. 17–24.
16. Lehnycyky S.G. Anizotropnye plastyнки / S.G. Lehnycyky / М.: Gostehizdat. 1957. – 464 s.
17. Shevtsova N. Stress distribution in an infinite plate with partly reinforced elliptical contour / N. Shevtsova, A. Syaskyi // Scientific Journal of the TNTU. Ternopil: 2016. Volume 1 (81). – С. 15–20.
18. Pysarenko H.S. Opir materialiv / H.S. Pysarenko, O.L. Kvitka, E.S. Umanskyi. – К.: Vyshcha shkola. 2004. – 655 s.