

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПИТАНЬ ОПТИМАЛЬНОГО ВИБОРУ МІРНОСТІ ДИСКРЕТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є ПРИ ВИЯВЛЕННІ ТА РОЗРІЗНЕННІ СИГНАЛІВ НА ФОНІ БІЛОГО ШУМУ

Досліджуються питання оптимального вибору мірності дискретних систем, зокрема, алгоритму дискретного перетворення Фур'є, при побудові пристроїв виявлення вузькосмугових сигналів та сигналів зі штучним розширенням смуги частот. На прикладі полігармонічного та дискретно-частотно модульованого сигналу показано, що існують межі мірності ДПФ, при яких досягається значний вигравш у відношенні сигнал/шум. При цьому встановлено, що в умовах виявлення сигналів на фоні шуму, правильний вибір мірності дискретної системи дає змогу при незначній варіації досягти вигравшу в 5 дБ і більше за значенням відношення сигнал/шум. Як показало дослідження, цього можна досягти лише з урахуванням рівня шумів на вході системи при розрахунку мірності основних алгоритмів цифрової обробки сигналів.

Ключові слова: дискретне перетворення Фур'є, частота дискретизації, сигнал Костаса, відношення сигнал/шум, кореляція.

I.I. CHESANOVSKIY

Academy of State Border Service of Ukraine, Khmelnytsky

A.V. TKACHUK

Khmelnytsky National University

### PROBLEM OF ESTIMATION THE OPTIMAL SAMPLING RATE FOR DISCRETE FOURIER TRANSFORM ON APPLICATIONS TO SIGNAL DETECTION AND RESOLUTION IN THE WHITE NOISE

In order to detect signals embedded in noise often used the DFT's processing gain, because the DFT can pull signals out of background noise. This is due to the inherent correlation gain that takes place in any point of DFT. The sampling rate optimal selection is investigated, in particular, a discrete Fourier transform algorithm, during detection of narrowband and wideband signals. The article covers the modelling results concerning the influence of sampling rate on the signal/noise ratio of cross-correlation function. The model includes two Costas sequences with frequency modulation embedded in white noise. Each Costas sequence consists of eight frequency slices. Signals have different amplitudes and some time shifting. Using this model, DFT filtering properties for wideband signals are investigated in order to improve sensitivity and resolution of the receiver system. The results of the research showed that signal/noise ratio increases whenever sampling rate is increased. But the magnification of signal/noise ratio in the output of the system also depends on the level of signal/noise ratio in the input of the system. If the signal overwhelmed by noise than the gain is less. The optimal sampling rate is a compromise between computationally large processing and the resolution of system. It was found, that correct selection of sampling rate makes it possible to achieve with little variation, winning 5 dB or more in signal/noise ratio. This is important for increasing the signal detection sensitivity.

**Keywords:** the discrete Fourier transform, sampling rate, Costas signal, signal-to-noise ratio, cross-correlation.

### Вступ

Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ), в силу особливостей механізму реалізації, володіє цілим рядом додаткових властивостей, через що, не завжди використовується інженерами лише для дослідження спектральної структури сигналів. З розвитком елементної бази вузлів цифрової обробки сигналів та обчислювальної потужності спеціалізованих процесорів, цифрова обробка сигналів почала здійснюватись на проміжній частоті, що відкрило широкий спектр можливостей для більш глибокої математичної обробки. Одним із основних механізмів такої обробки, на сьогодні, є ДПФ, або модифікований «швидкий» варіант реалізації ШДПФ. Саме під час реалізації ДПФ на проміжній частоті чітко проявились його додаткові властивості, що полягають в наявності фільтруючого ефекту самого механізму математичного перетворення. Слід відмітити, що фільтруючі властивості ДПФ для гармонічних сигналів детально вивчені і описанні в ряді робіт [1, 2], автори яких з огляду на вже згаданий механізм ШДПФ, що реалізується з розмірністю  $N = 2^m$  на цьому і обмежились. Проте, враховуючи лінійність ДПФ, можна очікувати, що такі ж фільтруючі властивості, можливо дещо в меншій мірі, можуть проявитись і у випадку перетворення вузькосмугових сигналів, які достатньо точно апроксимуються полігармонічними функціями. Для широкосмугових сигналів фільтруючі властивості ДПФ не настільки очевидні і потребують дослідження. Для таких сигналів вибір мірності ДПФ може мати значний вплив на відношення сигнал/шум в процесі математичної обробки.

### Постановка задачі

В задачах цифрової обробки сигналів теоретично встановлено чіткі межі допустимих частот дискретизації при обробці сигналів на проміжній частоті, що забезпечують неспотворене і безнадлишкове їх перетворення у цифровий вигляд. Проте, при визначенні мірності основних алгоритмів спектральної і кореляційної (узгодженої) обробки, з'являється ще один важливий чинник – спектральна щільність шуму, який як правило, не враховується, хоча потенційно, його урахування може дати позитивний результат при вирішенні задачі виявлення. Для встановлення основних співвідношень між розмірністю дискретної системи

і відношенням сигнал/шум на її виході, необхідно дослідити фільтруючі властивості ДПФ, що є основою синтезу дискретних систем, в умовах перетворення суміші шуму і сигналів з різними базами. В результаті цього дослідження необхідно визначити оптимальні співвідношення між розмірністю ДПФ, базою сигналу та спектральною щільністю шумів.

**Основна частина**

Розглянемо модель дискретної системи обробки сигналів, в основі якої закладено алгоритми ДПФ, зворотне ДПФ (ЗДПФ) і дискретний фільтр, що схематично відображено на рис. 1 у вигляді відповідних блоків і фільтру з імпульсною характеристикою  $h(t) = F^{-1}[h(f)]$ . Припустимо, що дискретний фільтр в даній схемі призначений для вирішення задач, що не пов'язані з підвищенням відношення сигнал/шум (як приклад, компенсація АЧХ чи ФЧХ каналу) при цьому вииграш у відношенні сигнал/шум (SNR) досягається лише за рахунок ДПФ.

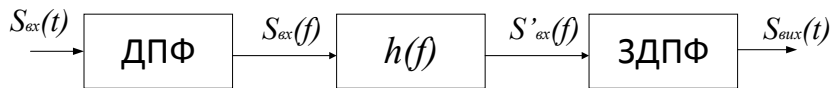


Рис. 1. Загальна схема обробки сигналів з використанням ДПФ

Таким чином, характер обробки сигналів після ДПФ визначається виглядом  $h(t)$ , що при відсутності цієї обробки, для дискретного випадку, має вигляд  $h(t) = [1, 0, 0, 0, 0, \dots]$ . У цьому випадку, потенційне підвищення SNR може бути досягнуто завдяки виділенню сигналу із шуму, яке виникає в наслідок внутрішньої кореляції його відліків при обчисленні  $N$ -точкового ДПФ. Як і в [1], введемо поняття біну ДПФ, що представляє собою ділянку дискретного спектру сигналу (рис. 2) з центром в  $mf_s$ , і шириною

$$\delta F = \frac{(m+1)f_s}{N} - \frac{mf_s}{N} = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{t_d N} \tag{1}$$

де  $f_s$  – базова частота дискретизації сигналу.

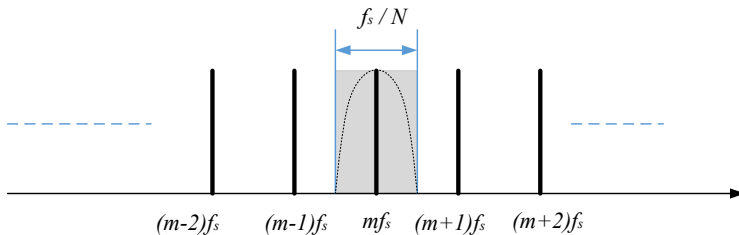


Рис. 2. Графічне зображення біна ДПФ

збільшенні  $N$  смуга пропускання біна зменшується, при цьому, коефіцієнт його передачі, як смугового фільтру, збільшується.

Для гармонічного сигналу, частота якого співпадає із частотою біна, справедливим є співвідношення

$$SNR_N = SNR_{N_1} + 20 \log_{10} \left( \sqrt{\frac{N}{N_1}} \right) \tag{2}$$

де  $SNR_N$  – відношення сигнал/шум при  $N$ -точковому ДПФ;  $SNR_{N_1}$  – відношення сигнал/шум при  $N_1$ -точковому ДПФ [1].

На рис. 3 показано характер цієї залежності, тобто відношення сигнал/шум від мірності ДПФ при зміні відношення сигнал/шум на вході. Як видно з отриманої залежності, відношення сигнал/шум зі збільшенням мірності ДПФ монотонно збільшується. Це пов'язано з тим, що

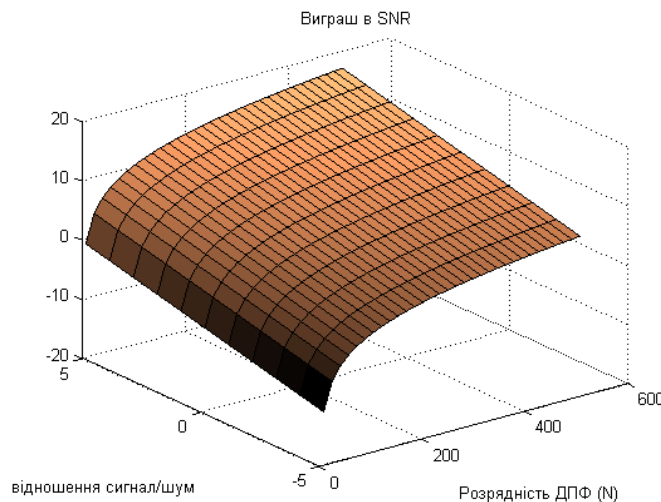


Рис. 3. Характер залежності відношення сигнал/шум від мірності ДПФ

середньоквадратичне значення шуму зі збільшенням мірності ДПФ збільшується у  $\sqrt{N}$  разів, а величина біну ДПФ пропорційна  $N$  [1].

Характерним для отриманої залежності є те, що при не дуже низьких відношеннях сигнал/шум (-5 дБ) і малій мірності ДПФ ( $< 100$ ), чутливість до зміни мірності, стосовно вихідного відношення сигнал/шум, дуже висока. Так, при підвищенні мірності з 8 до 64 (рис. 4) відбувається підвищення SNR на 9 дБ. Цей ефект широко застосовується на практиці при виявленні сигналів з вузьким спектром, коли в невеликій кількості бінів концентрується основна частка енергії сигналу. Якщо ця умова не виконується, то це однозначно повинно призвести до послаблення виграшу у відношенні сигнал/шум на виході. Відомо, що фільтруючий ефект присутній у випадку вузькосмугових сигналів, проте не відомо, чи буде спостерігатись такий ефект для широкосмугових сигналів, особливо при вирішенні задачі їх виявлення, коли відношення сигнал/шум на вході ДПФ є низьким.

Розглянемо випадок виявлення сигналу з дискретно-кодуючою частотною модуляцією (ДКЧМ), математична модель якого може бути записана у вигляді:

$$U(t) = \sum_{n=1}^8 u_0 [t-(n-1)\tau_0] e^{j(w(n)-1)\Delta\omega[t-(n-1)\tau_0] + \theta_{w(n)}}, \quad (3)$$

де  $u_0$  – амплітуда парціальних імпульсів;  $\tau_0$  – тривалість парціального імпульсу;  $w(n)$  – частота

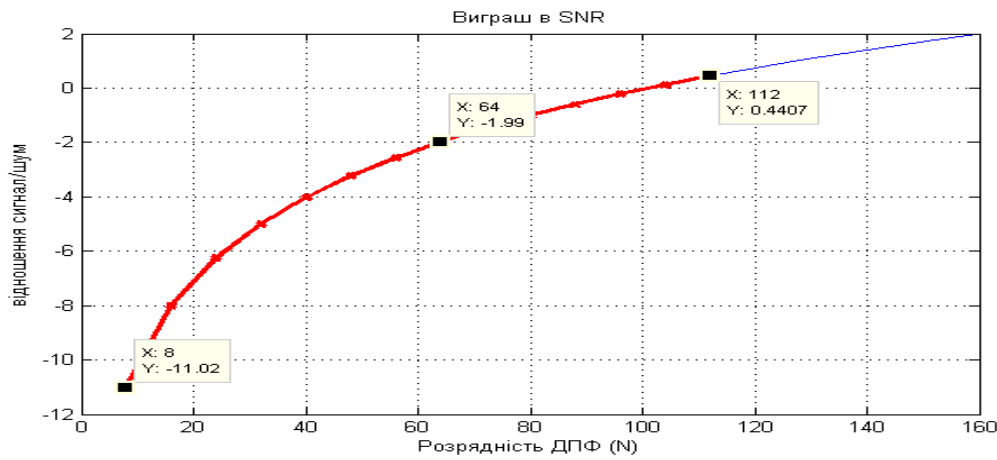


Рис. 4. Залежність SNR від мірності ДПФ при фіксованому SNR на вході

парціально імпульсу;  $\Delta\omega = 2\pi / \tau_0$  – частота парціально імпульсу

імпульсу;  $\theta_{w(n)}$  – початкова фаза парціального імпульсу ДКЧМ сигналу [3,4].

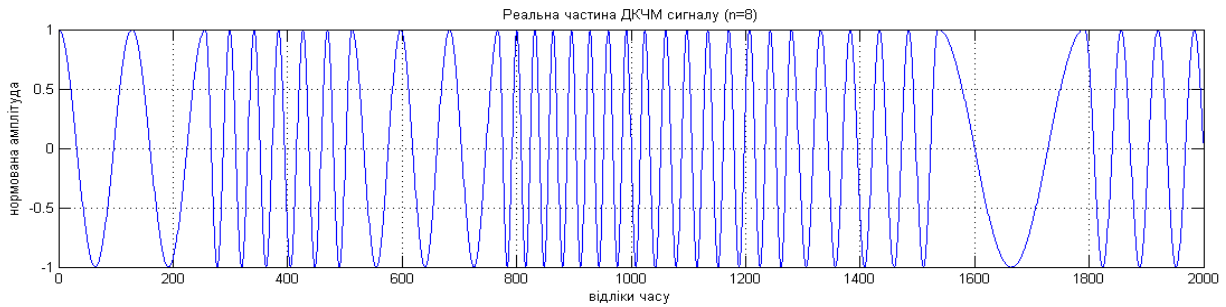
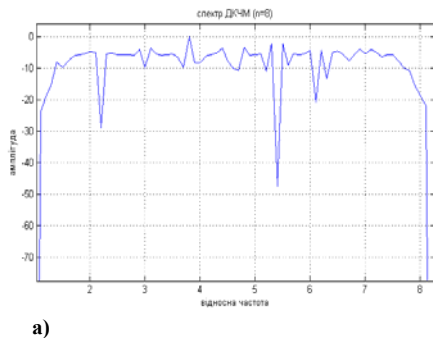
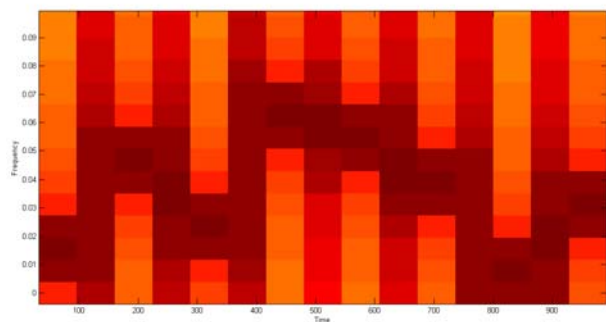


Рис. 5. Дійсна частина ДКЧМ сигналу



а)



б)  
Рис. 6. Спектр (а) і спектрограма (б) ДКЧМ ( $n=8$ ) сигналу

Для проведення дослідження обрана модель сигналу (рис. 5) з ДКЧМ 8-розмірною послідовністю Костаса:  $w = \{2, 6, 3, 8, 7, 5, 1, 4\}$ . Спектр такого сигналу рівномірно розподілений в смузі частот між 1 і 8, що добре видно з рис. 6, на якому представлено спектр і спектрограму змодельованого ДКЧМ сигналу.

Для дослідження впливу мірності ДПФ при виявленні такого типу сигналів було проведено імітаційне моделювання за схемою, що приведена на рис. 7.

Дана схема імітує алгоритм виявлення ДКЧМ сигналів на фоні шуму. При чому, в якості пристрою попередньої обробки використано алгоритм ДПФ і ЗДПФ, фільтруючі властивості яких потрібно дослідити.

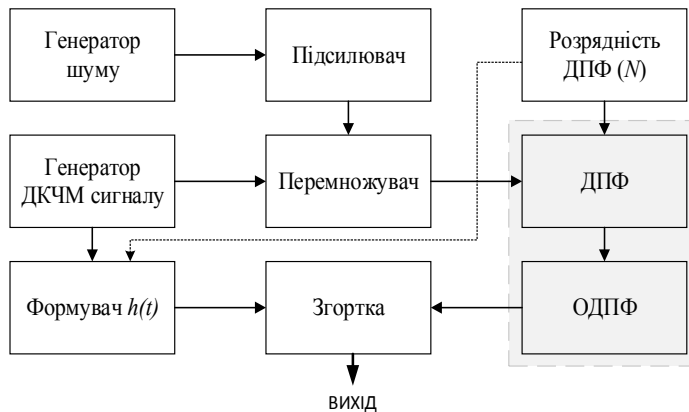


Рис. 7. Структурна схема імітаційної моделі

кроскореляційної і автокореляційної функції сигналу з шумом і визначення граничного значення цього показника, було проведено ряд імітаційних експериментів з використанням приведеної на рис. 7 імітаційної моделі, в результаті яких було встановлено, що при заданих вихідних умовах, два окремих піки крос кореляційної функції (рис. 8) стійко спостерігаються при значенні норми на рівні не вище 0,16, що продемонстровано на відповідних залежностях та графіках.

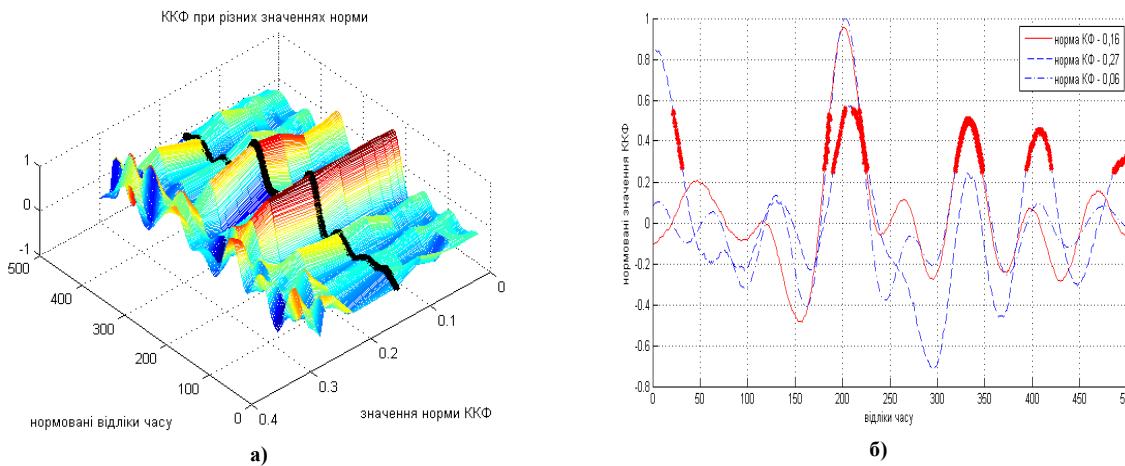


Рис. 8. Характер залежності (а) і його зріз для різних значень норми ККФ

Для більш об'єктивної оцінки впливу мірності ДПФ на ефективність виявлення сигналів з ДКЧМ, на прикладі 8-розрядного сигналу Костаса, було отримано залежність норми ККФ від мірності ДПФ при різних значеннях відношення сигнал/шум на вході, що наведена на рис. 9. Як видно із наведеної залежності, у випадку сигналів з широкою смугою частот, підвищення мірності ДПФ також призводить до виграшу у відношенні сигнал/шум. При цьому, слід зазначити, що величина виграшу вже не настільки відчутна як у випадку вузько смугових сигналів, а залежність цього виграшу від мірності ДПФ носить асимптотичний характер. Залежність SNR від мірності ДПФ при фіксованому значенні норми ККФ «чистого» і зашумленого сигналів приведено на рис. 10.

На рис. 11 наведено залежність норми ККФ від зміни SNR при фіксованих значеннях мірності ДПФ.

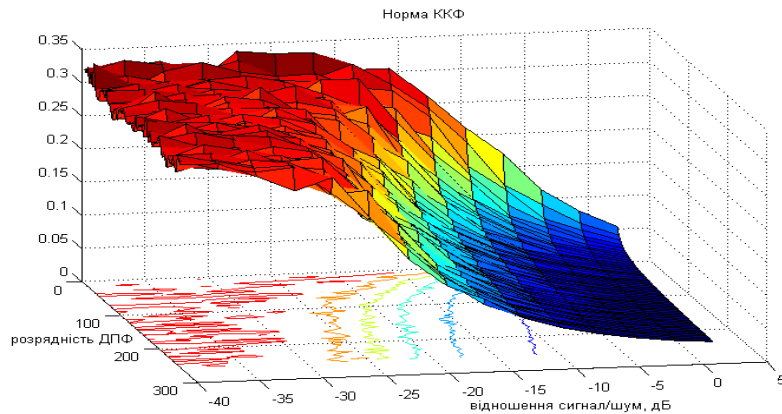


Рис. 9. Характер залежності норми ККФ від мірності ДПФ при різних значеннях сигнал/шум

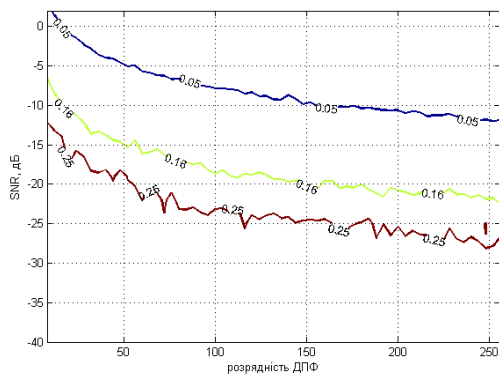


Рис. 10. Залежність відношення сигнал/шум від мірності ДПФ

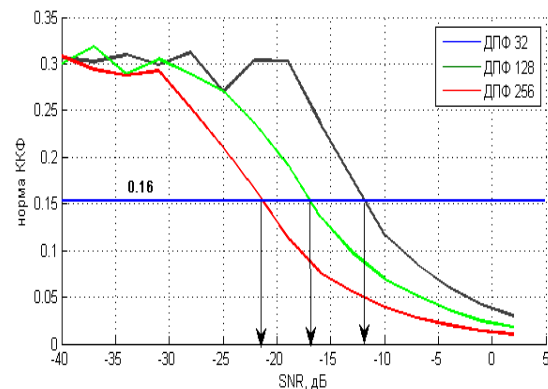


Рис. 11. Залежність норми ККФ від відношення сигнал/шум

### Висновки

Аналіз отриманих графіків підтверджує зроблені припущення, щодо наявності оптимального значення мірності ДПФ для сигналів заданого типу при визначеному відношенні сигнал/шум. При цьому, як видно на рис. 11, рівень 0,16 для значення норми ККФ було вибрано також не випадково – він відповідає максимальному значенню модуля похідної по SNR, що потенційно відкриває шлях для побудови алгоритму автоматичного пошуку і регулювання мірності ДПФ при виявленні сигналів на фоні білого шуму.

### Література

1. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Ричард Лайонс ; перев. с англ. / под ред. А.А. Бритова. – 2-е изд. – М. : Бином-Пресс, 2006. – 656 с.
2. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А.Оппенгейм, Р. Шафер ; перев. с англ. С.А. Кулешова. – Москва : Техносфера, 2006. – 856 с.
3. Levanon N. Radar Signals / Nadav Levanon, Eli Mozeson. – New Jersey : John Wiley & Sons, 2004. – 411 p.
4. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов / Л.Е. Варакин. – Москва : Советское радио, 1970. – 376 с.

### References

1. Laions R. Tsyfrovaia obrabotka syhnalov / Rychard Laions ; perv. s anhl. / pod red. A.A. Brytova. – 2-e yzd. – М. : Bynom-Press, 2006. – 656 s.
2. Oppenheim A Tsyfrovaia obrabotka syhnalov / A.Oppenheim, R. Shafer ; perv. s anhl. S.A. Kuleshova. – Moskva : Tekhnosfera, 2006. – 856 s.
3. Levanon N. Radar Signals / Nadav Levanon, Eli Mozeson. – New Jersey : John Wiley & Sons, 2004. – 411 p.
4. Varakyn L.E. Teoryia slozhnykh syhnalov / L.E. Varakyn. – Moskva : Sovetskoe radyo, 1970. – 376 s.

Рецензія/Peer review : 24.11.2017 р.

Надрукована/Printed :27.01.2018 р.  
Рецензент: д.т.н. Мартинюк В.В.