

КИНЕТОСТАТИКА МОДИФИКАЦИЙ ГРУПП АССУРА ТРЕТЬЕГО КЛАССА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА. ЧАСТЬ 2. МОДИФИКАЦИИ С ТРЕМЯ И ЧЕТЫРЬМЯ ПОСТУПАТЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

В работе рассмотрены возможные модификации группы Ассура с тремя и четырьмя поступательными кинематическими парами. Представлено решение задач пяти модификаций, охватывающих возможные варианты конструктивного видоизменения группы Ассура третьего класса, третьего порядка с тремя и четырьмя поступательными парами. Доказано, что модификации группы два поводка, которых образуют по две поступательные кинематические пары, а также с пятью и шестью поступательными кинематическими парами не могут существовать, т.к. не удовлетворяют условиям группы Ассура.

Ключевые слова: группа, модификация, кинетостатика, поступательная пара, местная подвижность.

R. V. AMBARTSUMYANTS, S. A. ROMASHKEVICH

Odessa National Academy of Food Technologies

DYNAMIC FORCE ANALYSIS OF ASSOURE GROUP MODIFICATIONS OF THE THIRD CLASS OF THE THIRD ORDER. PART 2. MODIFICATION WITH THREE AND FOUR SLIDING KINEMATIC PAIRS

When transferring mechanical energy to some distance, the details of mechanical systems experience the elastic deformations of different types. For preventing plastic deformations it's necessary to determine maximum values of the forces, transferred by them. In the technical literature, a method of dynamic force analysis is used for this purpose and it allows to bring the task of kinematics of mechanisms to the tasks of statics. In the first part of this job (see Reference) it was determined that the total number of modifications of the 3rd class group of the third order by Assoure – Artobolevsky classification reaches fifty six. However, due to isomorphousness of some of their schemes, a genuine number of modifications significantly decreases. In contrast to the first part of this job, where solutions of the dynamic force analysis tasks of the modifications of the group with one or two sliding kinematic pairs were presented, in this work possible modifications of the group with three or four sliding kinematic pairs have been considered. For exclusion of local mobilities, assumptions have been accepted, in particular the lines of movement of sliding kinematic pairs on one and the same carrier are not strictly parallel. The solution of the tasks of five modifications, covering possible variants of structural modification of Assoure group of the third class, of the third order with three and four sliding pairs, has been presented. It has been proved that modifications of the group, two carriers of which form two sliding kinematic pairs each, as well as with five and six sliding kinematic pairs, can't exist, as, either local mobilities appear in them, or the group becomes a mechanism. So, it can be stated, that from fifty six possible variants of the modifications of Assoure group of the third class of the third order, only nine variants with one, two, three and four sliding kinematic pairs are constructively realized, and thirty seven variants are isomorphous.

Key words: group, modification, dynamic force analysis, local mobility, sliding pair.

В работе [1] представлено решение задач кинетостатики группы Асура третьего класса третьего порядка. Рассмотрены модификации группы с одной и двумя поступательными кинематическими парам. Цель этой работы – решение задач кинетостатики других модификаций этой же группы.

При решении намеченных задач приняты следующие допущения:

- при образовании различных модификаций линии перемещения смежных поступательных кинематических пар на одном и том же звене не параллельны, в противном случае возникает местная подвижность;

- кинематические показатели звеньев известны;

- звенья группы абсолютно жесткие;

- зазоры в кинематических парах отсутствуют;

- на первом этапе кинетостатики силы трения не учитываем (при необходимости можно воспользоваться методом последовательного приближения [2]).

Для решения поставленных задач используем, как и ранее, общепринятые методы разложения реакций на составляющие [2 и др.] и параллельный перенос сил при необходимости.

Для упрощения рисунков, внешние силы, а также силы инерции и моменты сил инерции на рисунках не показаны.

Задача 1. Модификация, в которой все концевые шарниры заменены поступательными парами (рис. 1, а).

Решение задачи начинаем изучением равновесного состояния поводков 5 (рис. 1, б), 2 (рис. 1, в), 4 (рис. 1, г). Реакции в шарнирах D , G , E разлагаем на составляющие – по направляющим $x_5 - x_5$, $x_2 - x_2$, $x_4 - x_4$ и перпендикулярно к ним соответственно. Из уравнения равновесия проекций сил звеньев 5, 2, 4 на направляющие $x_5 - x_5$, $x_2 - x_2$, $x_4 - x_4$ находим векторы $\bar{R}_{35}^t$, $\bar{R}_{32}^t$, $\bar{R}_{34}^t$. Загружаем базовое звено 3 (рис. 1, д) векторами $\bar{R}_{53}^n = -\bar{R}_{35}^n$, $\bar{R}_{23}^n = -\bar{R}_{32}^n$, $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$, $\bar{R}_{53}^t = -\bar{R}_{35}^t$, $\bar{R}_{23}^t = -\bar{R}_{32}^t$, $\bar{R}_{43}^t = -\bar{R}_{34}^t$. На пересечении

линий действия неизвестных векторов $\bar{R}_{53}^n$ и $\bar{R}_{23}^n$ находим особую точку Ассра S_1 . Из уравнения равновесия моментов сил звена 3 относительно точки S_1 находим вектор $\bar{R}_{43}^n$. Неизвестные векторы $\bar{R}_{53}^n$ и $\bar{R}_{23}^n$ находим из плана сил звена 3, построенного на основании векторного уравнения равновесия сил этого же звена. Неизвестные реакции $\bar{R}_{05}$, $\bar{R}_{12}$ и $\bar{R}_{04}$ находим из уравнений равновесия проекций сил звеньев 5, 2 и 4 на прямые, перпендикулярные направляющим $x_5 - x_5$, $x_2 - x_2$, $x_4 - x_4$ соответственно. Точки приложения векторов $\bar{R}_{05}$, $\bar{R}_{12}$ и $\bar{R}_{04}$ (расстояния x_{05} , x_{12} , x_{04} , рис.1. б, в, г) находим из уравнения равновесия моментов сил звеньев 5, 2 и 4 относительно центров шарниров D , G , E соответственно.

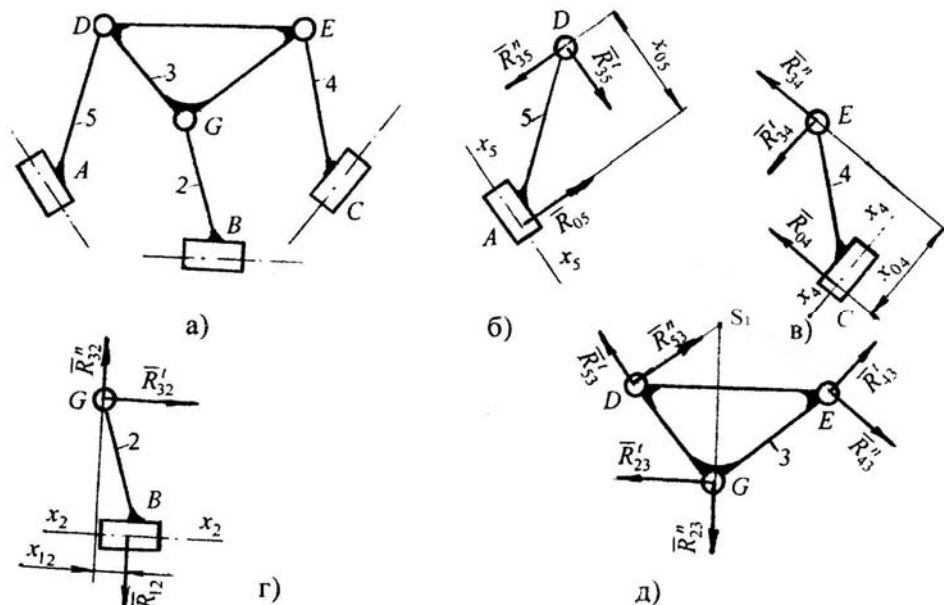


Рис. 1. Модификация группы Ассра: а – с тремя поступательными парами в концах поводков, б, в, г д – расчетные схемы звеньев группы

Задача 2. Модификация с тремя поступательными парами, образованными заменой концевого шарнира одного из поводков и двух шарниров другого поводка (рис. 2, а).

Решение этой задачи выполняем по следующей последовательности:

1. Строим план сил звена 5 и находим реакции $\bar{R}_{05}$ и $\bar{R}_{35} = -\bar{R}_{53}$ (рис. 2, б);
2. Рассматриваем равновесие звена 2 (рис. 2, в); реакцию в шарнире G разлагаем на составляющие $\bar{R}_{32}^t$ – параллельно линии $x_2 - x_2$ и перпендикулярно к ней – $\bar{R}_{32}^n$. Из уравнения равновесия проекций сил звена 2 на линию $x_2 - x_2$ находим вектор $\bar{R}_{32}^t$.

3. В шарнире E звена 4 неизвестную реакцию разлагаем на составляющие $\bar{R}_{34}^n$ – по продольной оси звена и $\bar{R}_{34}^t$ – в перпендикулярном направлении. Из уравнения равновесия моментов сил звена 4 относительно центра шарнира C находим вектор $\bar{R}_{34}^t$ (на рис. 2, а эти силы не показаны).

4. Рассматриваем равновесие звена 3. Загружаем его векторами $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$, $\bar{R}_{43}^t = -\bar{R}_{34}^t$, $\bar{R}_{23}^t = -\bar{R}_{32}^t$, $\bar{R}_{23}^n = -\bar{R}_{32}^n$ (рис. 2, г). На звене 3 всего два неизвестных вектора $\bar{R}_{43}^n$ и $\bar{R}_{23}^n$. Их легко определить из плана сил, построенного на основании векторного уравнения равновесия сил звена 3.

5. Точку приложения L реакции $\bar{R}_{53} = -\bar{R}_{35}$ (расстояние x_{53} , рис. 2, г) находим из уравнения равновесия моментов сил относительно точки, например, S_1 , полученной в пересечении направлений векторов $\bar{R}_{43}^n$, $\bar{R}_{23}^n$ (примечание: если точка S_1 находится слишком далеко, за пределами чертежа, можно использовать центр шарнира G).

6. Точку приложения реакции $\bar{R}_{05}$ (расстояние x_{05} рис. 2, б) находим из уравнения равновесия моментов сил, действующих на звено 5 относительно точки приложения L реакции $\bar{R}_{35}$.

7. Полную реакцию в шарнире C определим из плана сил, построенного для звена 4.

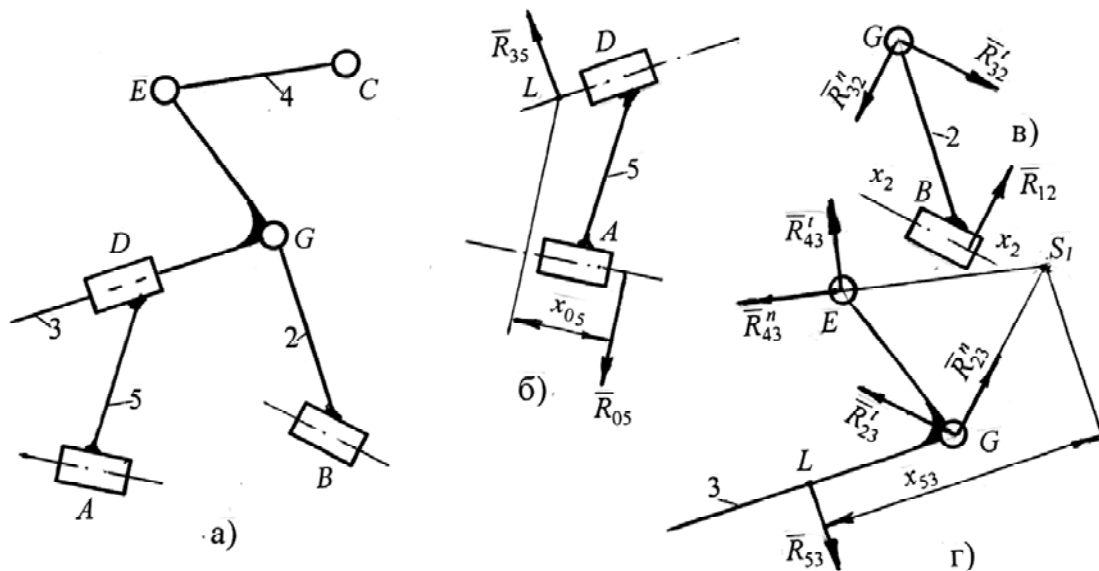


Рис. 2. Модификация группы Ассура: а – с тремя поступательными парами, б – расчетная схема звена 5, в – расчетная схема звена 2, г – расчетная схема звена 3

Задача 3. Модификация с четырьмя поступательными парами, образованными поводками (рис. 3, а).

В данном случае целесообразно рассмотреть отдельно равновесия звеньев 5, 4, 2 и 3. Из плана сил звена 5 (рис. 3, б) непосредственно находим векторы $\bar{R}_{05}$ и $\bar{R}_{35}$. Путем разложения реакций в шарнирах G и E на составляющие по направляющим $x_2 - x_2$, $x_{04} - x_{04}$ поступательных пар и перпендикулярно, из уравнений равновесия проекций сил по направляющим $x_2 - x_2$, $x_{04} - x_{04}$ находим реакции $\bar{R}_{34}^t$, $\bar{R}_{32}^t$ (рис. 3, в, г). Нагружаем звено 3 силами $\bar{R}_{53} = -\bar{R}_{35}$, $\bar{R}_{43}^n = -\bar{R}_{34}^n$, $\bar{R}_{43}^t = -\bar{R}_{34}^t$, $\bar{R}_{23}^t = -\bar{R}_{32}^t$, и $\bar{R}_{23}^n = -\bar{R}_{32}^n$ (рис. 3, д). Из условия равенства нулю главного вектора системы сил звена 3 построим план сил, откуда находим векторы $\bar{R}_{43}^n$, $\bar{R}_{23}^n$. Из уравнения равновесия моментов сил звена 3 относительно центра шарнира, например, G находим точку приложения L вектора $\bar{R}_{53} = -\bar{R}_{35}$ (расстояние x_{53} , рис. 3, д). Из уравнения равновесия моментов сил звена 5 (рис. 3, б) относительно точки L на него, находим точку приложения реакции $\bar{R}_{05}$ (расстояние x_{05}). Векторы $\bar{R}_{12}$ и $\bar{R}_{04}$ находим из уравнений проекций сил звеньев 2 и 4 на прямые, перпендикулярные направляющим $x_2 - x_2$, $x_4 - x_4$ (рис. 3, г, в), а точки их приложения (расстояния x_{12} и x_{04}) – из уравнения моментов сил звеньев 2 и 4 относительно центров шарниров G и E .

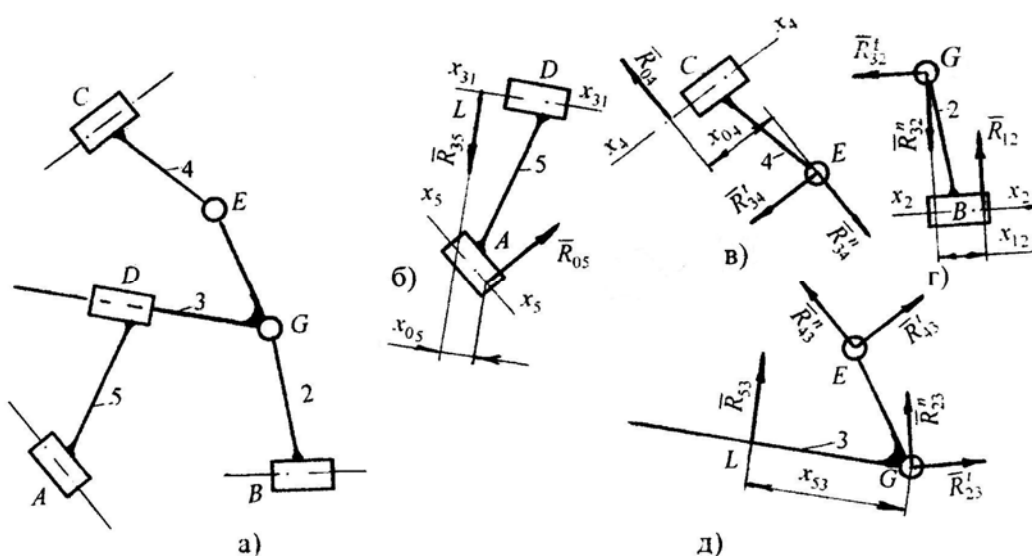


Рис. 3. Модификация группы Ассура: а – с четырьмя поступательными парами, б, г, д – расчетные схемы звеньев 5, 4, 2 и 3 соответственно

Задача 4. Модификация с тремя поступательными парами на базовом звене 3 (рис. 4). Решение задачи этой модификации можно привести к решению задачи для группы Ассура с вращательными парами.

Обозначим стороны базового звена 3 через $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$, $x_{35} - x_{35}$. Реакции в шарнирах A , B , C разлагаем на составляющие по направляющим $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$, $x_{35} - x_{35}$ соответственно и им перпендикулярно. Из уравнения равновесия проекций сил звеньев 2, 4 и 5 на направляющие $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$, $x_{35} - x_{35}$, находим векторы $\bar{R}_{12}^t$, $\bar{R}_{04}^t$, $\bar{R}_{05}^t$. Находим особую точку Ассур на группе, например, S_1 в пересечении линий действия неизвестных векторов $\bar{R}_{12}^n$, $\bar{R}_{04}^n$. Из уравнения равновесия моментов сил группы относительно точки S_1 находим неизвестный вектор $\bar{R}_{04}^n$. Построив план сил группы, находим неизвестные векторы $\bar{R}_{12}^n$, $\bar{R}_{05}^n$. Из уравнений равновесия проекций сил звеньев 2, 4, 5 на прямые, перпендикулярные соответственно направляющим $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$, $x_{35} - x_{35}$ находим векторы сил $\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}$, $\bar{R}_{34} = -\bar{R}_{43}$, $\bar{R}_{35} = -\bar{R}_{53}$. Из уравнения равновесия моментов сил относительно центров шарниров B , C и A этих же звеньев находим расстояния x_{12} , x_{04} , x_{05} , определяющие точки приложения внутренних реакций $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$, $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ и $\bar{R}_{53} = -\bar{R}_{35}$.

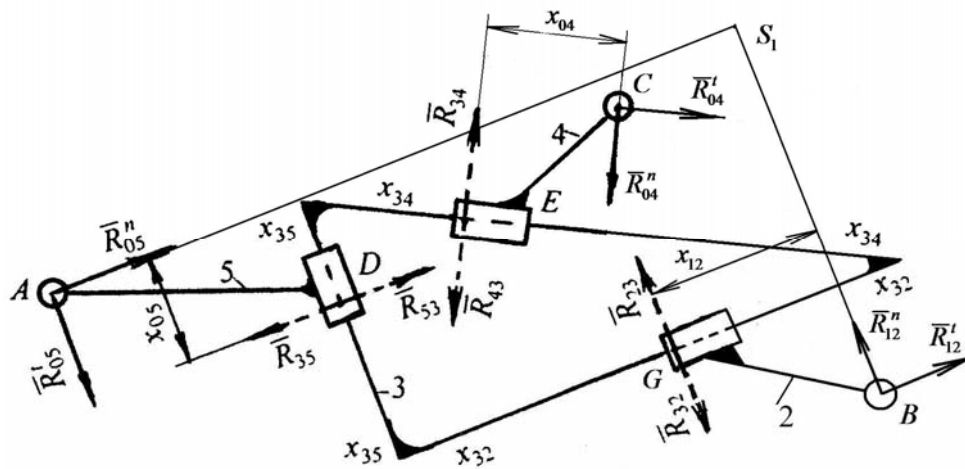


Рис. 4. Модификация группы Ассур с тремя поступательными парами на базовом звене

Задача 5. Модификация с тремя поступательными парами на базовом звене и одной поступательной парой на конце одного из поводков (рис. 5, а).

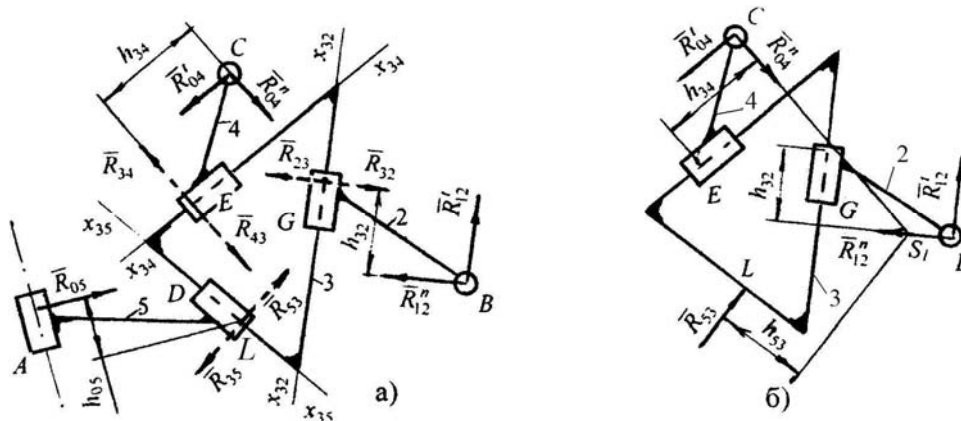


Рис. 5. Модификация группы Ассур: а – с тремя поступательными парами на базовом звене и одной поступательной парой на конце одного из поводков, б – кинематическая цепь 2-3-4

Решим поставленную задачу методом разложения сил на взаимно перпендикулярные составляющие. Обозначим, как и в предыдущей задаче, направляющие поступательных пар на звене 3 через $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$, $x_{35} - x_{35}$ (рис. 5, а). Реакцию в шарнире B представим составляющими $\bar{R}_{12}^t$ – параллельно направляющей $x_{32} - x_{32}$ и $\bar{R}_{12}^n$ – перпендикулярно. Аналогичным образом поступаем с реакцией в шарнире C (рис. 5, а). На базовом звене 3 показываем внутренние реакции $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$,

$\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ и $\bar{R}_{35} = -\bar{R}_{53}$ (на рис. пунктирно), а реакцию в кинематической паре A $\bar{R}_{05}$ направим перпендикулярно к направляющей этой поступательной пары. Из плана сил, построенного для звена 5, находим векторы $\bar{R}_{05}$ и $\bar{R}_{35} = -\bar{R}_{53}$, а из уравнений проекции сил звеньев 2 и 4 на направляющие $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$ соответственно, находим векторы $\bar{R}_{12}^t$ и $\bar{R}_{04}^t$. Для определения неизвестных $\bar{R}_{12}^n$, $\bar{R}_{04}^n$ рассматриваем кинематическую цепь 2-3-4 (рис.5, б) и на основании векторного уравнения равновесия сил строим ее план сил. Неизвестные векторы $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$, $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ находим из уравнения проекций сил звеньев 2 и 4 на прямые, перпендикулярные направляющим $x_{32} - x_{32}$, $x_{34} - x_{34}$ соответственно. На пересечении линий действия векторов $\bar{R}_{12}^n$ и $\bar{R}_{04}^n$ находим особую точку Ассур S_1 (рис. 5, б). Из уравнения равновесия моментов сил цепи 2-3-4 относительно точки S_1 находим расстояние h_{53} , которое определяет точку приложения L реакции $\bar{R}_{53}$. Тогда, из уравнения равновесия моментов сил звена 5 относительно точки L (рис. 5, а) находим расстояние h_{05} , что определяет точку приложения реакции $\bar{R}_{05}$. Точки приложения векторов $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$, $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ находим из уравнений равновесия моментов звеньев 2 и 4 относительно центров шарниров B , C соответственно (расстояния h_{34} и h_{32} , рис. 5, а).

Задача 6. Рассмотрим модификацию, в которой два поводка образуют по две поступательные кинематические пары (рис.6, а), причем выполняется принятое ранее условие не параллельности линий перемещения в поступательных кинематических парах на одном и том же поводке.

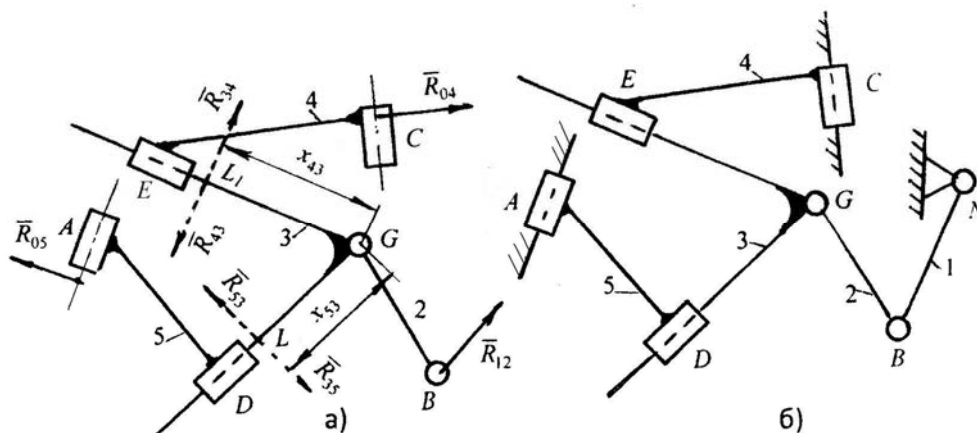


Рис. 6. Модификация группы Ассур: а – с двумя поводками, образующими по две поступательные кинематические пары, б – механизм с одной степенью свободы

Заметим, что реакции в поступательных кинематических парах, A , D и C , E легко определить. Действительно из плана сил звеньев 4 и 5 находим реакции в кинематических парах C , E , A , D . Из плана сил звена 3 находим реакция в шарнире G , а из плана сил звена 2 – реакцию в шарнире B . Нахождение точек приложения реакций $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ и $\bar{R}_{35} = -\bar{R}_{53}$ в поступательных кинематических парах невозможно, т.к. число неизвестных на звеньях 3, 4, и 5 больше числа уравнений статики. Это можно объяснить следующим. Рассмотрим механизм с одной степенью подвижности, синтезированный на основе данной модификации группы (рис.6, б).

Согласно формуле Чебышева убеждаемся, что механизм имеет одну обобщенную координату.

Предположим, входным звеном механизма является звено 5. Выделим из состава механизма группу Ассур 1-2, (рис. 7, а). При условии, что входным выбрано звено пять, можно выделить еще одну группу из звеньев 3-4 (рис. 7, б). Легко убедиться, что сочетание звеньев 3-4 с поступательными парами является механизмом. Таким образом, можно утверждать, что модификации групп Ассур с четырьмя поступательными парами, образованными попарно с двумя поводками не могут существовать. Аналогичным образом легко доказать, что модификации с пятью и шестью поступательными парами также не могут существовать, т.к. в них появляются местные подвижности отдельных звеньев или их систем, что приводит к исключению понятия группы Ассур.

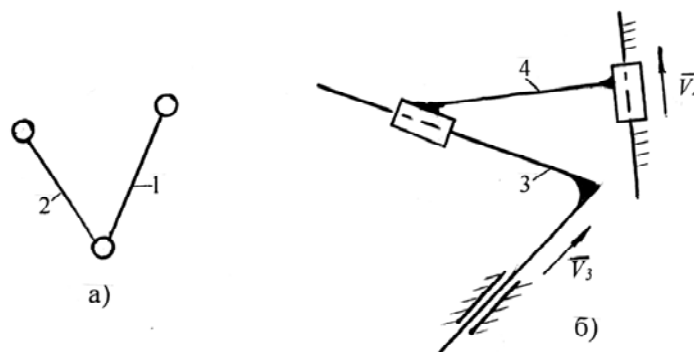


Рис. 7. Группа Ассура: а – второго порядка, б – кинематическая цепь 3-4

Таким образом, в данной работе решены задачи кинестатики других возможных модификаций группы Ассура третьего класса третьего порядка, которые практически могут быть реализованы.

Выводы:

1. Модификаций групп Ассура третьего класса третьего порядка, у которой два поводка образуют по две поступательные кинематические пары, не могут существовать, так как не выполняется условие группы Ассура.

2. Модификаций групп Ассура третьего класса с пятью и шестью поступательными кинематическими парами не могут существовать, так как в них появляются местные подвижности или отдельных звеньев или их систем и не выполняется условие группы Ассура.

3. Конструктивно из пятидесяти шести возможных вариантов модификаций группы Ассура третьего класса третьего порядка, реализуемые лишь девять с одной, двумя, тремя и четырьмя поступательными кинематическими парами, тридцать семь являются изоморфными, а десять модификаций с четырьмя, пяти и шестью поступательными парами не могут существовать в виду появления в них местных подвижностей.

Литература

1. Амбарцумянц Р. В. Кинестатика модификаций групп Ассура третьего класса третьего порядка. Часть 1. Модификации с одной и двумя поступательными кинематическими парами / Р.В. Амбарцумянц, С.А. Ромашкевич // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2017. – № 4. – С. 45–51.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и допол. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1988. – 640 с.

References

1. Ambartsumyancz R.V. Kinetostatika modifikacij grupp Assura tretego klassa tretego poryadka. Chast 1. Modifikaczii s odnoj i dvumya postupatelny'mi kinematicheskimi parami / R.V. Ambarcumyancz, S.A. Romashkevich // Herald of Khmelnytskyi national University. – 2017. – № 4. – S. 45–51.
2. Artobolevskij Y.Y. Teoriya mexanizmov i mashyn: Ucheb. dlya vuzov / Y.Y. Artobolevskij. – 4-e izd., pererab. i dopol. – M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat.lit, 1988. – 640 s.

Рецензія/Peer review : 31.10.2017 р.

Надрукована/Printed : 19.01.2018 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Гладушняк А.К.