

## ОБМІН ПРАКТИЧНИМ ДОСВІДОМ, ТЕХНОЛОГІЯМИ ТА ОБГОВОРЕННЯ

УДК 621.321.25

Б.Г. МЕХТИЕВА

Институт космических исследований природных ресурсов, Азербайджанское Национальное Аэрокосмическое Агентство

М.М. ГАДЖИЕВ

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ОПОРОЖНЕНИЯ КАСКАДА ШАМКИРСКОГО И ЕНИКЕНДСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩ

Статья посвящена гидрологическому моделированию каскада двух крупных водохранилищ Азербайджана: Шамкирского и Еникендского. Эти водохранилища находятся на реке Кура последовательно друг за другом и образуют каскад. Наиболее опасным является режим связанного опорожнения двух водохранилищ. Приводится орографическая схема и DEM-модели водохранилищ. На основе их анализа создана математическая модель режима опорожнения, решено дифференциальное уравнение модели.

**Ключевые слова:** моделирование, водохранилище, каскад, режим опорожнения.

B.G. MEHDYIEVA

Institute of Space Researches of Natural Resources, Baku, Azerbaijan Republic

M.M. HADZHIYEV

Odessa A.P. Popov National Academy of Telecommunications

## MATH MODELING OF THE DISCHARGING REGIME OF THE SHAMKIR AND YENIKEND RESERVOIRS CASCADE

The article is devoted to the hydrological modelling of the cascade of two large water reservoirs of Azerbaijan: Shamkir and Yenikend. These reservoirs are located on the Kura river in succession one after another and form a cascade. The technical parameters of these reservoirs are given. Because of these reservoirs have been exploited during long time and to exclude the possibility of an ecological catastrophe, measures are required to simulate various situations and operating regimes of reservoirs. Among them, the most dangerous regime is the associated discharging of two reservoirs. The modelling of this regime is a more complicated process than the calculation of these two reservoir regimes separately. To simulate such situation, it is necessary to take into account the hydrographic network and the relief model of the study area, as well as the hydrological indicators of the usual condition of both reservoirs. On the basis of satellite images and topographic data using technologies of GIS, an orographic scheme of the area and reservoirs DEM-models were obtained. As input data were used the Landsat-8 satellite images of 2016-2017 years. For processing, the program module "Spatial Analyst", included in the software package ArcGIS, was used. In order to obtain an adequate model scheme, both reservoirs must first be examined separately. Then, taking into account the orographic features of the reservoirs, the scheme of the mathematical model is compiled. Only after this on the basis of this scheme a differential equation was compiled. The solution of the differential equation was obtained by integration. The solution shows the dependence of the mass of water accumulated in the second reservoir on the hydrological parameters of the entire cascade and orography of the region.

**Key words:** modelling, reservoir, cascade, discharging regime.

**Введение.** Учитывая географическое местоположение Азербайджана, роль водных ресурсов для экономики страны все более возрастает. Принимая во внимание перспективы развития орошаемого земледелия, водоснабжения населения, выработки электроэнергии и обеспечения потребностей промышленности и других отраслей, повышается значение интеграционного управления водными ресурсами.

Из-за долговременной эксплуатации Шамкирского, Еникендского, Мингечаурского, Варваринского и других водохранилищ государственного значения, играющих важную роль в обеспечении водной, продовольственной и энергетической безопасности страны, изучение имеющихся в этих гидроузлах проблем, а также прогнозирование возможных техногенных процессов всегда будут иметь актуальное значение. Для своевременного принятия опережающих мер, планирования мероприятий по поддержанию рабочего состояния гидротехнических сооружений очень важно моделирование всех возможных ситуаций, которые здесь могут иметь место.

Водохранилища могут эксплуатироваться в различных режимах. Среди них наибольший интерес представляет режим объемного опорожнения водохранилища. Этот режим – наиболее опасный для сооружения и берегов водоема или канала, где расположено водохранилище. Опасность вызвана тем фактом, что при быстром стоке из водохранилища запаздывает понижение уровня грунтовых вод. При этом со стороны грунтовых вод возникает избыточное давление на откосы, что может привести к их разрушению и возникновению оползней.

Моделирование связанного опорожнения двух водохранилищ, образующих каскад, является более сложным процессом. Для моделирования подобной ситуации необходимо принимать во внимание гидрографическую сеть и модель рельефа района исследования, а также показатели обычного состояния обоих водохранилищ.

**Гидрографическая сеть исследуемой территории.** В бассейне реки Куры имеется около 20 водохранилищ различного водоизмещения. Первое и второе из них, образовавшиеся в порожилом русле

Средней Куры, это Шамкирское и Еникендское водохранилища. Шамкирское водохранилище охватывает долину реки Куры в ее среднем течении, на территории Товузского и Шамкирского районов от устья Товузчая до устья Шамкирчая. Водохранилище помимо реки Куры питается водами Товузчая, Заямчая и Шамкирчая [1]. Еникендское водохранилище, построенное на 14 км ниже Шамкирского с целью выработки электроэнергии, пущено в эксплуатацию в 2000 году. Общий объем водохранилища 158 млн м<sup>3</sup>, а полезный объем 136 млн м<sup>3</sup>, площадь 78 км<sup>2</sup>. Расположено на территории Самухского и Шамкирского районов. Нормальный подпорный уровень 104 м, а уровень мертвого объема 96,5 м, протяжённость водохранилища 9 км, средняя ширина около 2,5 км. Для исследования режима опорожнения бассейна на основе гидрографических показателей использовались спутниковые изображения Landsat-8 2017 года, дано картографическое представление исследуемой территории (рис. 1).



Рис. 1. Спутниковое изображение каскада Шамкирского и Еникендского водохранилищ

Еникендское водохранилище питается водами Куры и Гошгарчая и имеет свойство суточного регулирования. Наличие Шамкирского водохранилища упорядочивает сильные колебания воды. В состав Еникендского гидроузла входят земляная дамба высотой 36 м и протяженностью по кромке 2100 м, водосброс для безопасного отвода воды при наводнении, ирригационная водоприемная установка и здание гидроэлектростанции с установленными 4-я горизонтальными гидроагрегатами мощностью 37,5 МВт каждый. Еникендская гидроэлектростанция с установленной мощностью 150 МВт, среднегодовой выработкой электроэнергии 300 млн кВт/час, наряду с обеспечением районов Республики электроэнергией, играет положительную роль в регулировании электрической мощности общей энергетической системы Азербайджана. Еникендский гидроузел создал возможности для улучшения водообеспечения 5 тыс. гектаров площадей, орошения 1500 гектаров новых земельных площадей.

Химический состав воды примерно такой же, как и в Шамкирском водохранилище. Замена и обновление водной массы происходит очень интенсивно. Загрязнённые воды реки Гошгарчай ухудшают качество водной массы водохранилища. На водохранилище нет гидрологической точки, проводящей регулярные наблюдения [2].

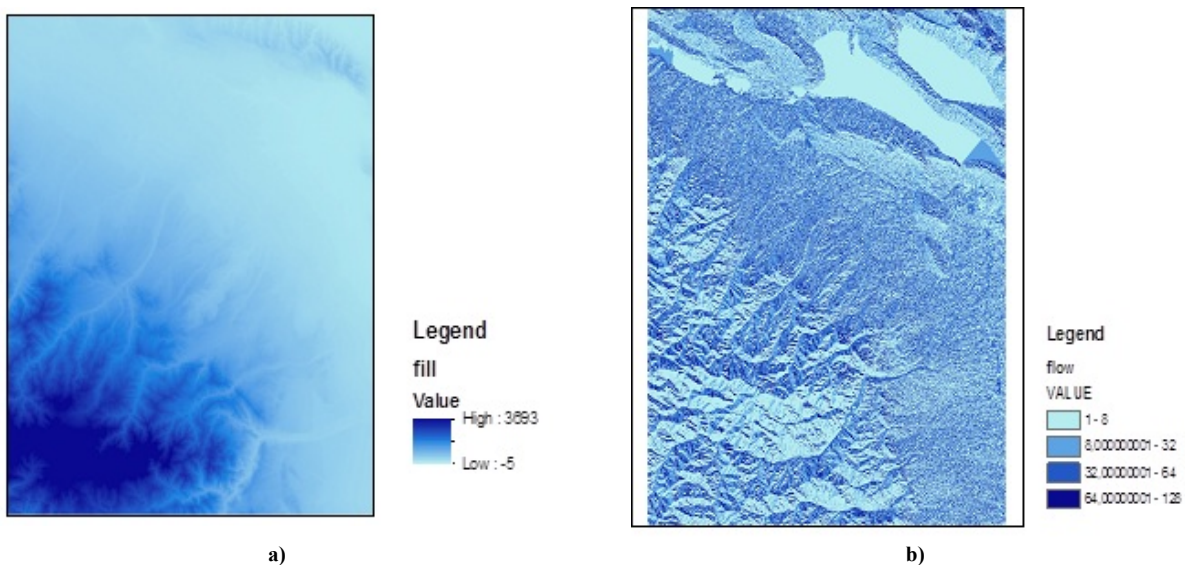


Рис. 2. а) Наполненность рек на территории размещения Шамкирского и Еникендского водохранилищ; б) карта направления течения.

**Первичная обработка изображений.** На основе космических изображений и топографических данных с использованием технологий географических информационных систем (ГИС) рассмотрен вопрос картографического представления территории размещения Шамкирского и Еникендского водохранилищ. Для анализа процесса использовался модуль «Spatial Analyst» программного обеспечения ArcGIS 10.2 [2]. В качестве первичных данных использовались общегеографическая карта Азербайджана масштаба 1:100 000, обновленные цифровые топографические карты и характеризующая элементы инфраструктуры информационная база. На основе данных дистанционного зондирования составлены карты наполненности и направления потока рек на территории размещения Шамкирского и Еникендского водохранилищ (рис. 2).

Спутниковые изображения Landsat-8 (август 2016 год и июнь 2017 года) геореференцированы, объединены, и после этого собраны и систематизированы в базе данных ArcGIS. На основе первичных данных построена цифровая модель рельефа (DEM модель) (рис. 3).

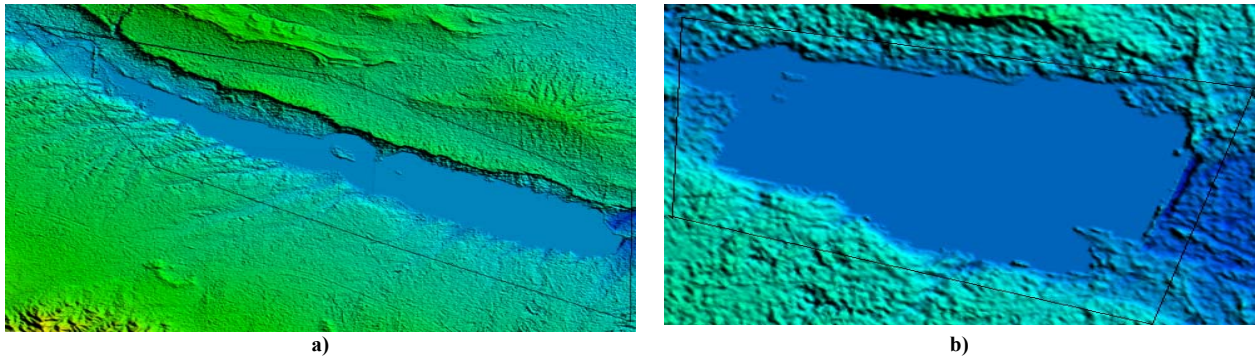


Рис. 3. а) DEM-модель Шамкирского водохранилища; б) DEM-модель Еникендского водохранилища

**Математическая модель.** Уже указывалось, что Шамкирское и Еникендское водохранилища расположены на различных высотах над уровнем моря. Из-за такого размещения они называются ступенчатыми (каскадными) водоемами. Для исследования гидрографических процессов на каскадных водохранилищах каждый водоем должен исследоваться в отдельности.

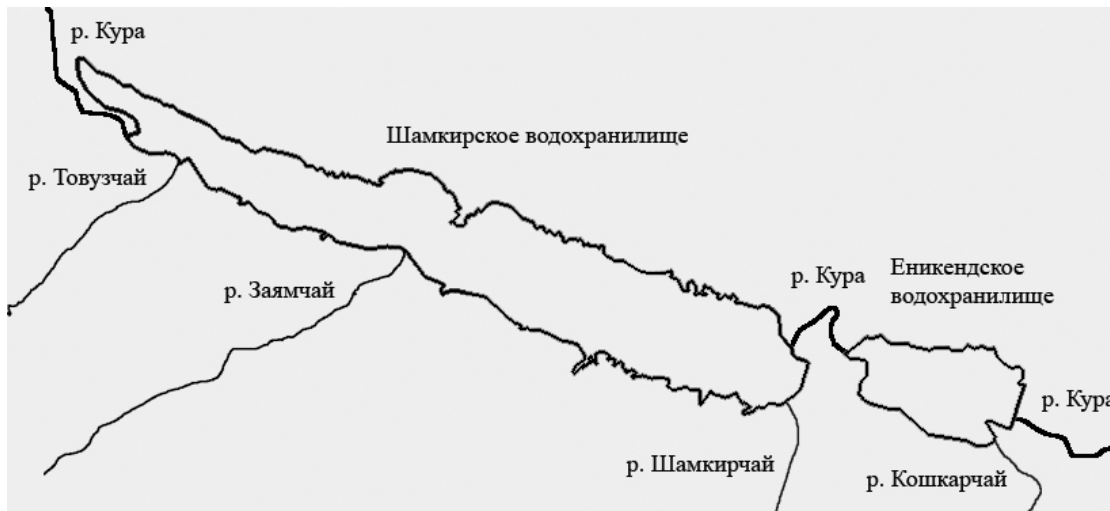


Рис. 4. Орографическая схема каскадных водохранилищ

С учетом орографических особенностей водохранилищ (рис. 4) принцип действия его математической модели может быть представлен схематически нижеследующим образом (рис. 5) [4].

Здесь  $w_1$  и  $w_2$  – водная масса, аккумулированная в водохранилищах,  $x, x_1, x_2, x_3, x_4$  – водные массы, втекающие в водохранилища из рек Куры, Товузчая, Зайям, Шамкирчая и Гошгарчая соответственно,  $E_1$  и  $E_2$  – массы воды, вытекающие из водохранилищ с целью орошения, а  $y_1$  и  $y_2$  – массы воды, вытекающие из водохранилищ в единицу времени.

Как показано в [5], на основе схемы действия водохранилищ можем записать:

$$\frac{dw_2}{dt} = y_1 + x_4 - E_2 - y_2$$

Примем  $y_2 = k_2 w_2$ , тогда

$$\frac{dw_2}{dt} = y_1 + x_4 - E_2 - k_2 w_2 \quad (1)$$

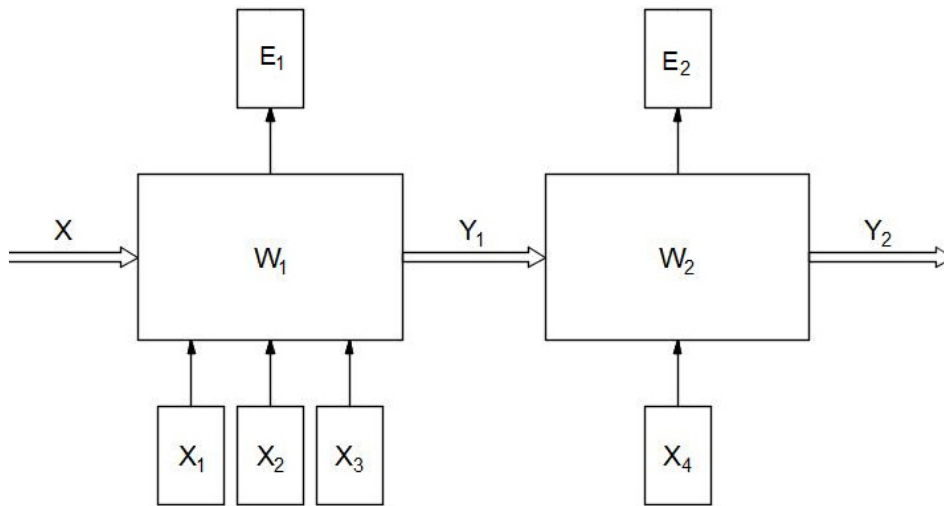


Рис. 5. Схема действия математической модели Шамкирского и Еникендского водохранилищ

Учитывая это, [5]

$$y_1 = x + \sum_{i=1}^3 x_i - E_1 + \left[ w_0 k_1 - \left( x + \sum_{i=1}^3 x_i - E_1 \right) \right] e^{-k_1 t}$$

Укажем, что  $x + \sum_{i=1}^3 x_i - E_1 = A$ , тогда это выражение принимает такой вид:

$$y_1 = A + (w_0 k_1 - A) e^{-k_1 t}$$

В результате уравнение (1) будет следующим:

$$\frac{dw_2}{dt} = A + (w_0 k_1 - A) e^{-k_1 t} + x_4 - E_2 - k_2 w_2$$

Перенесем и сгруппируем члены, в результате получим следующее уравнение:

$$\frac{dw_2}{dt} + w_2 k_2 = A + x_4 - E_2 + (w_0 k_1 - A) e^{-k_1 t}$$

Полученное уравнение это линейное уравнение вида

$$\frac{dw_2}{dt} + p(t)w_2 = Q(t)$$

Его общее решение в виде  $w_2 = v(t)\varphi(t) + Cv(t)$

Здесь  $v(t) = e^{-k_2 t}$

$$\varphi(t) = \int \frac{Q(t)}{v(t)} dt \tag{2}$$

В рассматриваемом случае

$$Q(t) = A + x_4 - E_2 + (w_0 k_1 - A) e^{-k_1 t}$$

Учитывая (2)

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \int \frac{A + x_4 - E_2 + (w_0 k_1 - A) e^{-k_1 t}}{e^{-k_2 t}} dt = (A + x_4 - E_2) \int e^{k_2 t} dt + \\ &+ \int (w_0 k_1 - A) e^{k_2 t - k_1 t} dt = \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} e^{k_2 t} + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} e^{(k_2 - k_1)t} \end{aligned}$$

$$\text{Таким образом } w_2 = e^{-k_2 t} \left[ \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} e^{k_2 t} + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} e^{(k_2 - k_1)t} + C \right]$$

Для нахождения постоянной  $C$  используем условия  $t = t_0, w_0 = w_{t_0}$ .

$$w_{t_0} = e^{-k_2 t_0} \left[ \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} e^{k_2 t_0} + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} e^{(k_2 - k_1) t_0} + C \right]$$

$$C = w_{t_0} e^{k_2 t_0} - \left[ \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} e^{k_2 t_0} + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} \right]$$

Так как Шамкирское и Еникендское водохранилища расположены ступенчато, значение  $w_{t_0}$  находится из величины  $t = t_0$  выходной функции Шамкирского водохранилища  $y_1$ .

Подставив значение  $C$ , получим общее решение в следующем виде:

$$w_2 = e^{-k_2 t} \left[ \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} e^{k_2 t} + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} e^{(k_2 - k_1) t} + w_{t_0} e^{k_2 t_0} - \left( \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} e^{k_2 t_0} + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} \right) \right] e^{(k_2 - k_1) t_0}$$

Для определения режима связанного опорожнения Шамкирского и Еникендского каскадных водохранилищ функцию  $w_2$  получим в следующем виде:

$$w_2 = e^{k_2 t} \left[ w_{t_0} e^{k_2 t_0} + \frac{A + x_4 - E_2}{k_2} (e^{k_2 t} - e^{k_2 t_0}) + \frac{w_0 k_1 - A}{k_2 - k_1} (e^{(k_2 - k_1) t} - e^{(k_2 - k_1) t_0}) \right]$$

**Результаты.** Для исследования режима опорожнения каскадных водохранилищ были использованы спутниковые изображения Landsat-8 за 2016-2017 года, дано картографическое представление исследуемой территории, построена математическая модель гидрологического режима Шамкирского и Еникендского водохранилищ, решена полученная система дифференциальных уравнений.

### Литература

1. М.А. Хүмбәтәлиев, В.Қ. Мәһдијева, С.Қ. Дәриәбаричәвәд. Шәмкир су анбарının һәсмәи бошәлмә рејиминә моделләшдирilmәsindә космик verilәnlәрдән istifadә // АМАКА-ның Хәбәрләри. – 2017. – Cild 20, № 4 (20). – s. 57–63.
2. V. Mәmmәdov. Kür hövzәsinin su anbarları. (Araz çayı hövzәsi istisna olmaqla). – Elmi red. İ. Mustafayev // “Rüzgar” Ekoloji cәmiyyәti. – 2003. – 65 s.
3. Мехтиева Б.Г. Метод геоматематического моделирования, прогнозирования и оценки селевых потоков / Б.Г. Мехтиева // Геология, география и глобальная энергия. – Астрахань, 2010. – № 1 (36). – С. 29–36.
4. Виноградов Ю.Б. Математическое моделирование процессов формирования стока. Опыт критического анализа / Ю.Б. Виноградов // Гидрометеоздат. – Л., 1988. – 141 с.
5. Мехтиева Б.Г. Моделирование процесса сброса Шамкирского водохранилища / Б.Г. Мехтиева // Measuring and computing devices in technological processes. – Khmelniysky. – 2017. – № 4. – С. 92–97.

### References

1. M.A. Hümәәtәliyev, V.Q. Mehdiyeva, S.Q. Daryabaricavad. Şәмkir su anbarının һәсмәи бошәлмә рејиминә моделләшдирilmәsindә kosmik verilәnlәрдән istifadә // АМАКА-ның Хәбәрләри. – 2017. – Cild 20, № 4 (20). – s. 57-63.
2. V. Mәmmәdov. Kür hövzәsinin su anbarları. (Araz çayı hövzәsi istisna olmaqla). – Elmi red. İ. Mustafayev // “Rüzgar” Ekoloji cәmiyyәti. – 2003. – s. 65.
3. B.G. Mekhtiyeva. Metod geomatematicheskogo modelirovaniya, prognozirovaniya i otsenki selevikh potokov // Geologiya, geografiya i globalnaya energiya. – Astrakhan, 2010. – № 1 (36). – s. 29-36.
4. Yu.B. Vinogradov. Matematicheskoye modelirovaniye processov formirovaniya stoka. Opit kriticheskogo analiza // Gidrometeoizdat. – L. – 1988. – s. 141.
5. B.G. Mekhtiyeva. Modelirovaniye processa sbrosa Shamkirskogo vodokhranilishcha. // Measuring and computing devices in technological processes. – Khmelniysky. – 2017. – № 4. – S. 92–97.

Стаття прорецензована редакційною колегією