

ОСНОВЫ ТЕОРИИ АППРОКСИМАЦИИ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ГАУССОВЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

Рассматривается общая проблема повышения эффективности волоконно-оптических систем передачи. Проблема рассматривается с точки зрения повышения спектральной эффективности. Среди всех методов решения проблемы выбрана группа методов сигнального уплотнения. Предлагается использовать алфавиты сигналов, обладающие свойством равного увеличения длительности на стороне приема за счет материальной дисперсии. Задачи решаются для типичного случая длины регенерационных участков порядка 100-300 км. При этом рассматриваются модели узкополосных систем передачи. Случай широкополосных систем передачи рассматривается в модели «гонок» групповых скоростей. Показан конкретный вариант сигнального уплотнения волоконно-оптических систем передачи с использованием алфавитов гауссовых импульсов с амплитудной модуляцией и частотной манипуляцией. Дано доказательство теорем, обосновывающих возможность формирования вторичных алфавитов сигналов на основе первичных алфавитов, что позволяет существенно увеличить спектральную эффективность волоконно-оптических систем передачи. Дано доказательство теоремы о сжатии спектра пачки гауссовых импульсов. Обоснована принципиальная возможность повышения скорости передачи данных волоконно-оптических систем примерно в 8 раз при использовании существующих линейно-кабельных сооружений. Разработан метод синтеза моделей зависимостей различных функций коэффициента преломления от частоты и состава легирующих добавок. Показана принципиальная возможность реализации метода распознавания оптических сигналов в частотной области. Показана возможность передачи данных в сверхширокополосных волоконно-оптических системах передачи с учетом эффекта «гонок» групповых скоростей.

Ключевые слова: дисперсия, функция, сигнал, спектр, преобразование Фурье, гауссов импульс, импульс Найквиста-Котельникова, база сигнала.

N.A. ODEGOV

Odessa National O.S. Popov Academy of Telecommunications

BASICS THEORY OF APPROXIMATION OPTICAL SIGNALS BY GAUSSIAN PULSES

The general problem of increasing the efficiency of fiber-optic transmission systems is considered. The problem is considered from the point of view of increasing the spectral efficiency. Among all methods of solving the problem, a group of methods of signal multiplexing has been chosen. It is proposed to use alphabets of signals possessing the property of an equal increase in duration on the receiving side due to material dispersion. Problems are solved for a typical case of regeneration sections of the order of 100-300 km. In this case, models of narrowband transmission systems are considered. The case of broadband transmission systems is considered in the model of "racing" group velocities. The following results are announced. The parameters of the calculated pulse duration, the calculated spectral width and the calculated pulse base are introduced and justified; the proof of the minimality of the base of the Gaussian momentum is given; introduced and justified the indicator of the reduced base, which takes into account the stability of the energy spectrum of the signal to material dispersion; the proof of the minimality of the reduced base of the Gaussian momentum is given; A comparative analysis of the dispersion elongation of Gaussian pulses and Nyquist-Kotel'nikov pulses is given; a concrete variant of signal condensation of fiber-optic transmission systems with the use of Gaussian pulse alphabet with amplitude modulation and frequency manipulation is shown; the proof of theorems proving the possibility of forming secondary alphabets of signals on the basis of primary alphabets is given, which makes it possible to substantially increase the spectral efficiency of fiber-optic transmission systems; the proof of the theorem on the contraction of the spectrum of a pack of Gaussian impulses is given; substantiated the fundamental possibility of increasing the data transmission speed of fiber-optic systems by approximately 8 times using existing linear-cable facilities; A method has been developed for synthesizing the models of the dependences of various functions of the refractive index on the frequency and composition of alloying additives; the possibility of realizing the method of recognizing optical signals in the frequency domain is shown in principle; The possibility of data transmission in ultra-wideband fiber-optic transmission systems is shown with allowance for the effect of "racing" group velocities.

Keywords: dispersion, function, signal, spectrum, Fourier transform, Gaussian pulse, Nyquist-Kotel'nikov pulse, signal base.

Введение

Часть результатов, имеющих отношение к предмету настоящей работы, опубликована ранее в статьях автора и его коллег. Эти работы цитируются по тексту. В данной статье дается обобщение и систематизация ранее опубликованных результатов, а также их дополнение по необходимости.

Целью статьи является обоснование теоретической возможности сигнального уплотнения волоконно-оптических систем передачи с использованием алфавита импульсов гауссовой формы.

1. Проблема повышения производительности телекоммуникационных сетей

Некоторый производственный опыт автора и личный опыт в качестве абонента говорит о том, что в настоящее время телекоммуникационные сети украинских операторов функционируют в сбалансированном режиме. Под этим понимается, что если рассматривать передачу трафика от конечного абонента до интересующего его информационного ресурса где-то там, на другом краю земли, то:

- абонент, в принципе, может получить доступ к ближайшему порту оператора за более-менее умеренную плату практически на всей территории Украины;
- точки агрегации трафика операторов на уровне микрорайонов, поселков городского типа и сел способны с достаточной скоростью решать задачу маршрутизации и передачи трафика на более высокие уровни;

- главные узлы операторов включены в региональные сети передачи данных каналами с приемлемой скоростью;
- узлы поставщиков международного трафика подключены к национальным точкам обмена трафиком на достаточно высокой скорости;
- трансконтинентальные каналы передачи данных между точками обмена международным трафиком обеспечивают приемлемую пропускную способность.

Выше дана не количественная, а исключительно качественная картина. Все там условно. Но даже и это равновесие лучше понимать как временное, сиюминутное. Имеется много оценок динамики увеличения информации в сетях. Иногда считается, что до 2020 года количество информации в мире будет увеличиваться вдвое каждые 2 года [1]. В других источниках дается оценка ежегодного приращения объема информации 30% [2]. В любом случае к данным оценкам надо относиться с должным чувством юмора. Все-таки «информация», хоть в понимании Н. Винера, хоть в понимании К. Шеннона [3] должна соотноситься с уменьшением некоторой начальной неопределенности. Трудно предположить, что со времени изобретения колеса, рычага и памперсов человечество поумнело в 20 или, допустим, в 200 раз. Количественные оценки содержательности информации вряд ли станут предметом серьезной научной теории: индивидуально все это, размыто и не формализуемо, если разобраться. А вот по сети Internet транслируется все подряд: и мусор всякий информационный, и личная переписка, и управление интернет-вещами, и редкие-редкие великие идеи...

С другой стороны, общий объем передаваемого трафика оценить довольно легко, равно как и прогнозировать его динамику. Например, для одной из международной точек обмена трафиком [4] (AMS-IX: Amsterdam Internet Exchange) приведем графики нагрузки (рис. 1). Количественные характеристики из приведенных графиков вывести трудно, однако можно сделать общий вывод: на протяжении всего одного года как запросный трафик (up-link), так и ответный трафик (down-link) возрастают.

Таким образом, нетрудно сделать прогноз: неизбежно настанет момент времени, когда потребуется осуществить модернизацию сетей передачи данных. Какие сегменты сети окажутся наиболее уязвимыми вследствие возрастания объемов трафика?

Представляется, что на уровне абонентских окончаний в ближайшее время принципиальных проблем не возникнет. Мобильные технологии радиодоступа (WiFi, CDMA, 3G, 4G) доставляют относительно недорогую и быстро реализуемую услугу. Проводные технологии типа FTTP в городских районах с плотной застройкой позволяют доставлять абоненту порт Gigabit Ethernet за весьма умеренную плату. В селах наибольшую эффективность по критерию цена/качество дает технология пассивных оптических сетей (PON), позволяющая экономить наиболее дорогой ресурс – оптические волокна (ОВ) кабеля.

Monthly graph

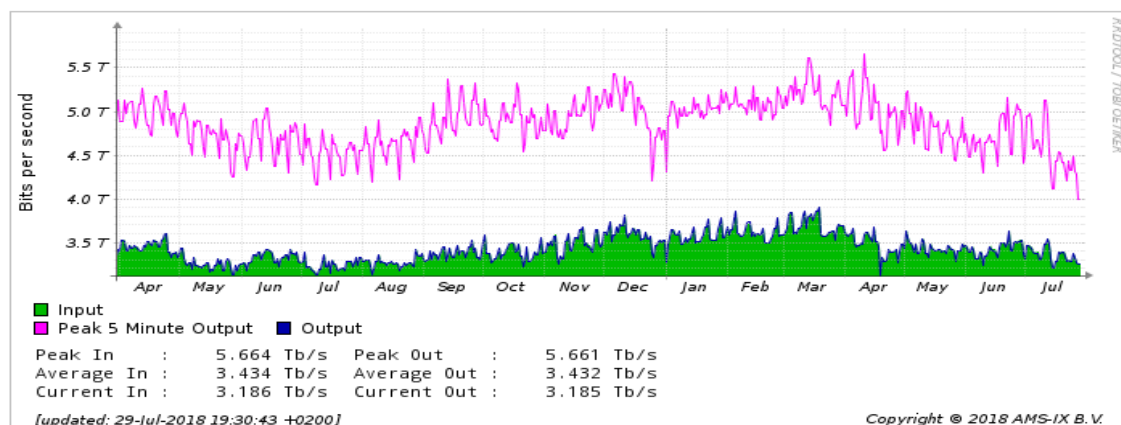


Рис. 1. Трафик на международном узле обмена в Амстердаме

На самом верхнем уровне телекоммуникационных сетей (международные точки обмена трафиком и трансконтинентальные каналы передачи данных) проблема повышения производительности представляется неисчерпаемо актуальной. Решение проблемы в некоторой степени упрощается тем, что таких узлов и таких каналов во всем мире насчитываются единицы. Для верхнего уровня, таким образом, применимы любые решения, включая и весьма дорогостоящие. Даже прокладка нового кабеля по дну океанов с характеристиками, позволяющими увеличить пропускную способность волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) может оказаться оправданной. Иными словами, на решение данной проблемы нам не следует жалеть никаких не наших денег.

Иная ситуация на «среднем уровне», который включает точки агрегации трафика на главных или региональных узлах операторов, каналы опорной сети, включая междугородние каналы. Данный уровень весьма уязвим с точки зрения обеспечения необходимой производительности при резком увеличении суммарного трафика. В то же время, на данном уровне не все возможные решения представляются одинаково эффективными. В самом общем плане есть только два пути повышения пропускной способности ВОСП: замена линейно-кабельных сооружений (ЛКС) с лучшими характеристиками по затуханию и по

дисперсии и замена оконечного активного оборудования более производительным. Первый из этих путей намного дороже второго.

Приведем пример. Пусть на регенерационном участке длиной порядка 100 км необходимо повысить пропускную способность существующей ВОСП. Для определенности положим, что в данный момент в качестве оконечного оборудования используются мультиплексоры FMUX04E [5] (синхронные каналы 4xE1, асинхронные каналы 3x100 Мбит/с Ethernet). Для увеличения пропускной способности ВОСП модернизируем узлы передачи и вместо используемых на данный момент мультиплексоров установим более мощное оборудование, например мультиплексоры FMUX101 (синхронные каналы 16xE1, асинхронные каналы 1000 Мбит/с Ethernet). При этом стоимость одного FMUX04E без SFP-модулей составляет \$635, а стоимость одного FMUX101 также без SFP-модулей – \$1195. Иначе говоря, с учетом остаточной стоимости выводимого из эксплуатации оборудования, повышение пропускной способности ВОСП приблизительно в 4 раза обойдется приблизительно в \$1000. Теперь решим ту же задачу, предполагая, что увеличения производительности ВОСП можно достичь заменой оптического кабеля. Стоимость строительства ЛКС в зависимости от способа прокладки (под землей, на опорах ЛЭП), сложности получения разрешений, стоимости проекта и монтажных работ составит примерно \$3...\$10 за погонный метр. В среднем стройка обойдется где-то \$500000. Итак, замена активного оборудования на порядка дешевле.

Подведем итог. Общую проблему повышения производительности ВОСП мы далее будем рассматривать применительно к сегменту опорных сетей национальных и региональных операторов. При этом будем считать, что длина регенерационных участков (РУ) имеет порядок 100-300 км. Также принципиально будем рассматривать только те группы методов, которые (теоретически!) позволяют повысить пропускную способность ВОСП за счет модернизации каналообразующего оборудования при использовании *существующих* ЛКС.

2. Показатели эффективности волоконно-оптических систем передачи

На этапах модернизации (реконструкции) реальных ВОСП на первый план естественным образом выходят технико-экономические показатели. К ним можно отнести удельные показатели скорости передачи данных в расчете на единицу стоимости закупки, монтажа и эксплуатации оборудования, а также различные показатели эксплуатационной надежности. Здесь оператор руководствуется информацией об уже выведенном на рынок оборудовании.

Данная статья носит теоретический характер. В этом контексте нас будут интересовать показатели потенциальной пропускной способности и критериев спектральной и энергетической эффективности. Что касается первого из них, то в ряде случаев повысить пропускную способность ВОСП можно тривиально: при наличии свободных ОВ поставить в параллель несколько каналообразующих устройств. При этом, очевидно, спектральная эффективность не улучшится, а показатели экономической и энергетической эффективности точно ухудшатся.

Показатели спектральной и энергетической эффективности зачастую рассматриваются совместно (например, [6, 7]). В данной работе спектральная эффективность принимается в качестве ведущего показателя, а энергетическая эффективность – в качестве вспомогательного показателя.

С учетом особенностей решаемых задач применительно к ВОСП для сравнительной оценки спектральной эффективности будем применять *линейный показатель спектральной эффективности* (ЛПСЭ), который определим:

$$SpL = \frac{Br[\text{бум}/\text{с}]}{\Delta F[\text{Гц}]} \frac{L[\text{км}]}{100[\text{км}]}, \quad (1)$$

где $Br[\text{бум}/\text{с}]$ – достигнутая для данной системы скорость передачи; $\Delta F[\text{Гц}]$ – используемая (или потенциально доступная для использования) полоса частот для данной системы передачи; $L[\text{км}]$ – расстояние, на котором зафиксированы конкретные значения Br для данной системы передачи. База по длине 100 км здесь берется именно такой применительно к уточненной практической задаче, для которой выше оговорен порядок длин РУ: 100–300 км.

В качестве базы сравнения приведем значение ЛПСЭ для одной из радио технологий: в системах мобильной связи спектральная эффективность имеет типичные значения от 5 до 10 единиц [8] для технологии LTE (Long Term Evolution). При этом речь идет о полосе частот канала передачи порядка 20 МГц и о расстоянии порядка единиц – десятков километров. Принимая условно расстояние передачи 50 км, получим значение показателя (1) порядка 5 единиц.

Имеются сведения об опытных ВОСП, способных передавать данные на расстояние около 7000 км со скоростью 20 Тбит/с [9]. Другим известным автору рекордом является передача данных на расстояние порядка 1000 км со скоростью 159 Тбит/с [10]. Учтем, что доступный диапазон длин волн занимает промежуток примерно от 800 нм до 1800 нм, чему соответствует полоса частот приблизительно от 175 ТГц до 375 ТГц. Общая полоса частот для передачи оптических сигналов составляет при этом примерно 200 ТГц. Таким образом, для первой из названных ВОСП ЛПСЭ составляет приблизительно 7 единиц, а для второй 8 единиц. Эти значения сравнимы с ЛПСЭ для LTE. К сожалению, в промышленности связи такие решения не нашли применения. Кроме того, их применение требует принципиально иного ОВ. Выше мы приняли установку: выбирать методы повышения эффективности ВОСП без модернизации существующих ЛКС. Что же касается наивысшей скорости по источнику [10], то одним из приемов повышения ЛПСЭ в этом случае

является использование квадратурно-амплитудной модуляции, конкретно QAM-16. Показано [11], что использование фазовой модуляции в ВОСП требует прецизионной синхронизации, едва ли достижимой при эксплуатации промышленных ВОСП. Этому аспекту мы уделим внимание ниже.

В реально используемых ВОСП значения ЛПСЭ оказываются намного более скромными. Так, для STM-256 линейная скорость передачи составляет 40 Гбит/с в частотном канале шириной 50 ГГц на расстоянии порядка 50 км [12]. Значение ЛПСЭ соответственно 0,4 единицы. Если же за базу взять общую полосу 200 ТГц, то значение ЛПСЭ окажется ничтожно малым. Более корректно рассмотреть частотный план по рекомендациям ITU-T, который вблизи окна прозрачности 1550 нм рекомендует использовать 41 частотный канал шириной 100 ГГц или, соответственно 81 канал шириной 50 ГГц. Тогда значение ЛПСЭ в отнесении к полосе 200 ТГц составит всего 0,008 единицы. Использование решений типа DWDM (по существу, использование нескольких окон прозрачности) принципиально не решает проблемы эффективного использования всей доступной полосы частот в оптическом диапазоне.

О каких теоретически возможных значениях ЛПСЭ может идти речь? Приведем пример весьма грубой модели. Пусть диапазон шириной 200 ТГц разделен на узкополосные частотные каналы шириной 50 ГГц, что дает 4000 каналов. Допустим, что значение коэффициента погонной дисперсии составляет некоторую единую для всех каналов величину порядка 10 пс/(нм·км) (практически это, разумеется, не так: здесь мы учли типичные паспортные значения данного показателя от 3 пс/(нм·км) до 20 пс/(нм·км) [13] и взяли нечто среднее). Положим, что начальная длительность импульсов пренебрежимо мала по сравнению с их удлинением вследствие дисперсии в ОВ, а на стороне приема импульсы селекционируются идеально. И, наконец, положим, что информация передается простейшим бинарным алфавитом сигналов. В такой модели межимпульсный интервал в каждом канале составит 1000 пс, скорость передачи данных в каждом канале будет 1 Гбит/с, а суммарное значение ЛПСЭ будет 0,02 единицы в расчете на 200 ТГц полосы.

Полученное значение ЛПСЭ примерно вдвое больше, чем значение этого показателя для STM-256. При этом мы ничего не сказали о том, какую полосу занимает импульс, несущий информацию. Сильно упрощая реальную ситуацию, предположим, что в общей частотной полосе организовано M узкополосных частотных каналов, а импульсные сигналы имеют общий для всех каналов вид:

$$u(t) = U(t) \exp(j\omega_m t), \quad m = 1 \dots M, \quad (2)$$

где $U(t)$ – низкочастотная составляющая (НЧС) сигнала; ω_m – несущая (центральная) частота m – го канала. Обозначения ω и Ω здесь и далее применяются для угловой частоты, а обозначения $f = \omega/2\pi$ и $F = \Omega/2\pi$ – для циклической частоты. В такой модели максимальная скорость передачи будет определяться:

$$Br_{\max} = M \frac{1}{\Delta T}, \quad M = \frac{\Delta F_{\Sigma}}{\Delta F_1}, \quad (3)$$

где ΔT – длительность НЧС импульса; ΔF_{Σ} – общая ширина полосы для частотных всех каналов; ΔF_1 – ширина полосы каждого из частотных каналов. Положим, что ширина каждого из частотных каналов выбрана таким образом, чтобы в точности соответствовать ширине спектра НЧС импульса (2). Тогда из (3) с очевидностью следует, что оптимальным для данной модели будет сигнал с минимальной базой, чему соответствует критерий оптимальности:

$$\Delta B = \Delta T \cdot \Delta F_1 \rightarrow \min. \quad (4)$$

С учетом особенностей искажения сигналов в ВОСП критерий (4) нуждается в уточнении. При некоторых предположениях можно считать, что энергетический спектр сигнала в ВОСП слабо деформируется по мере распространения сигнала вдоль ОВ [14, 15]. Точнее, форма энергетического спектра остается практически неизменной, тогда как амплитуда понятным образом уменьшается в соответствии с коэффициентом затухания. То есть, ширину спектра сигнала можно считать приблизительно одинаковой на стороне передачи и на стороне приема. Совершенно иная ситуация с длительностью импульса. Принципиально важно учитывать ее увеличение по мере распространения сигнала вдоль ОВ. Поэтому здесь мы будем использовать показатель *приведенной* базы импульса и соответствующий ему критерий:

$$\Delta B(L) = \Delta T(z=L) \cdot \Delta F_1(z=0) \rightarrow \min, \quad (5)$$

где z – расстояние, пройденное импульсом вдоль ОВ; L – длина РУ.

Итак, показатель ЛПСЭ (1) будем применять для сравнительной оценки эффективности ВОСП, а критерий (5) – для сравнительной оценки теоретических сигналов.

3. Методы повышения пропускной способности волоконно-оптических систем передачи

Тема классификации методов данной группы рассматривается во многих работах, включая монографии. Здесь конспективно отметим лишь некоторые моменты.

Среди методов повышения пропускной способности ВОСП обычно рассматриваются [16]:

- метод временного уплотнения (TDM);
- метод частотного уплотнения (FDM);
- метод модового уплотнения (MDM);

- метод уплотнения по поляризации (PDM);
- метод многоволнового уплотнения оптических несущих (WDM).

Специфическими для ВОСП из названной группы методов можно считать MDM, PDM и WDM.

Относительно слабо исследованной остается группа методов сигнального уплотнения, когда повышение пропускной способности достигается использованием алфавита сигналов определенной структуры [16,17]. В частности, в [16] рассмотрен метод полярного разделения сигналов, причем поляриность кодируется разной формой НЧС, а в [17] – сигнализация в виде импульсов Найквиста.

Отдельную группу методов повышения пропускной способности ВОСП составляют способы компенсации или уменьшения дисперсии [18], которая является в данном аспекте решающим фактором ограничения скорости передачи. Алфавиты сигналов, обладающих определенными оптимальными свойствами, с учетом дисперсии рассмотрены в статье [19]. Ни в коей мере не ставя под сомнение ценность разработок различных методов повышения производительности ВОСП, основное внимание уделим группе методов сигнального уплотнения с учетом дисперсионных явлений в ОВ.

4. Обоснование дисперсионной модели

Исчерпывающей моделью преобразований сигналов в ОВ являются уравнения поля, включая уравнения Максвелла [13]. В общем виде здесь эту модель не имеет смысла рассматривать, поэтому перейдем сразу к зависимостям, следующим как частный случай из этой теоретической модели.

Рассмотрим близкую к определенным условиям практической ситуации систему допущений:

- полагаем, что сигнал на входе ОВ имеет приблизительно круговую поляризацию;
- сигнал на входе в ОВ относительно слаб, что позволяет считать нелинейные эффекты типа четырехволнового смешения [20] или фазовой самомодуляции [21] пренебрежимо малыми;
- профиль ОВ по коэффициенту преломления строго ступенчатый;
- оптическое волокно функционирует в одномодовом режиме;
- материал сердцевины ОВ можно считать изотропной средой;
- зависимость коэффициента затухания по частоте в рассматриваемом узком диапазоне можно считать постоянной функцией.

Данные предположения сводят весьма сложную задачу исследования влияния различных видов дисперсии к исследованию влияния собственно материальной дисперсии в сердцевине ОВ на форму оптического сигнала.

В этих предположениях хорошей моделью для узкополосного сигнала с НЧС $U(t, z)$ и несущей частотой ω_0 является решение волнового уравнения

$$u(t, z) = U(t, z)e^{j\omega_0 t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{j\varphi(\omega, t, z)} d\omega, \quad (6)$$

в котором фазу $j\varphi(\omega, t, z)$ мы сразу запишем в нескольких удобных для последующего анализа эквивалентных формах:

$$j\varphi(\omega, t, z) = j[\omega t - k(\omega)z] = j[\omega t - \frac{\omega n(\omega)}{c} z] = j[\omega t - \omega n(\omega)\tau], \quad (7)$$

где $k(\omega)$ – зависимость волнового числа от частоты; z – расстояние, пройденное сигналом вдоль ОВ; $n(\omega)$ – зависимость коэффициента преломления от частоты; c – скорость света в вакууме; τ – «универсальное время» – время, за которое сигнал проходит расстояние z в вакууме.

Если в выражениях (6,7) положить $z = 0$ (точка ввода сигнала в ОВ), то получится, что:

$$u(t, z = 0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (8)$$

Выражение (8) по форме является обратным преобразованием Фурье, тогда функция $g(\omega)$ – спектральная плотность сигнала в момент ввода в ОВ.

Для дальнейшего изложения примем формальные обозначения: $r(x)$ – зависимость некоторого параметра r от другого параметра x (функция); $r^{[m]}(x)$ – производная данной функции порядка m по переменной x (тоже функция); $r_{x_0}^{[m]}$ – значение производной функции $r(x)$ порядка m при некотором определенном значении аргумента x_0 (уже не функция, а конкретное число, возможно комплексное).

Для узкополосного сигнала (6) представим фазу (7) частичной суммой разложения в ряд Тейлора в малой окрестности несущей частоты ω_0 :

$$j\varphi(\omega, t, z) \approx j\Omega t + j\omega_0 t - jk(\omega_0)z - jk_{\omega_0}^{[1]}z\Omega - jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_{\omega_0}^{[m]} \Omega^m, \quad \Omega = \omega - \omega_0, \quad \omega = \Omega + \omega_0, \quad (9)$$

где Ω – небольшая девиация частоты относительно несущей частоты ω_0 ; M – высший порядок учитываемых производных в данной частичной сумме.

Дисперсионная модель (6,7), равно как и представление фазы в линеаризованном виде (9) известны. Однако трактовка этих выражений оказывается разной. Так, в [14] данная модель трактуется с точки зрения анализа физических процессов в ОБ, а в [22] те же формулы рассматриваются как исходные выражения для инженерных расчетов. Здесь мы расставим определенные акценты с точки зрения теории сигналов [23]. Для этого рассмотрим по отдельности компоненты фазы (9) и соответствующие фазовые множители.

Умножим левую и правую части уравнения (6) на $\exp(-j\omega_0 t)$ и выполним линейную замену переменной интегрирования $\Omega = \omega - \omega_0$. Эти операции означают демодуляцию сигнала по частоте, тогда:

$$U(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\Omega) \exp\left(j\Omega t - jk(\omega_0)z - jk_{\omega_0}^{[1]}z\Omega - jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_{\omega_0}^{[m]}\Omega^m\right) d\Omega, \quad (10)$$

где $G(\Omega) = g(\omega - \omega_0)$ – спектральная плотность НЧС сигнала в момент ввода в ОБ.

Далее нас будет интересовать форма НЧС сигнала. Данное понятие применительно к решаемой задаче нуждается в уточнении. В строгом смысле форма комплексного сигнала определяется его вещественной и мнимой частью. Применительно к оптическим сигналам такое разделение представляется ненаблюдаемым. Причина – малая длительность импульсов и быстрая деформация фазового спектра по мере распространения сигнала вдоль ОБ. Поэтому в теоретическом плане под формой сигнала будем понимать характеристики распределения энергии во временной или в частотной области. То есть, основными характеристиками формы являются функции $U^2(t, z)$ и $G^2(\Omega)$ – энергетическая функция во временной области и, соответственно, энергетический спектр. Также в качестве характеристик формы будем рассматривать соответствующие линейные образы $|U(t, z)|$ – модуль сигнала и $|G(\Omega)|$ – модуль спектральной плотности. При этом за условный ноль аргументов этих функций будем принимать энергетический центр сигнала.

С этими уточнениями преобразуем уравнение (10). Сначала воспользуемся теоремой запаздывания [23]:

$$U(t - t_0, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\Omega) \exp\left(j\Omega t - jk(\omega_0)z - jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_{\omega_0}^{[m]}\Omega^m\right) d\Omega, \quad t_0 = k_{\omega_0}^{[1]}z. \quad (11)$$

В силу соотношений (7) запаздывание t_0 можно представить в эквивалентной форме

$$t_0 = \frac{z}{c} [n(\omega_0) + \omega_0 n_{\omega_0}^{[1]}].$$

Учтем, что групповая скорость в среде в малой окрестности несущей частоты выражается:

$$V_{gr} = \frac{c}{n(\omega_0) + \omega_0 n_{\omega_0}^{[1]}}, \quad \text{откуда } t_0 = \frac{z}{V_{gr}}. \quad \text{То есть, запаздывание } t_0 \text{ можно трактовать как перенос}$$

энергетического центра сигнала на расстояние z со скоростью V_{gr} . В нашем определении данное смещение на форму НЧС сигнала не влияет, поэтому дальше этот параметр приравняем нулю. Выполним еще одно тождественное преобразование уравнения (11), умножив обе его части на фазовый коэффициент с показателем $jk(\omega_0)z$:

$$\exp[jk(\omega_0)z]U(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\Omega) \exp\left(j\Omega t - jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_{\omega_0}^{[m]}\Omega^m\right) d\Omega. \quad (12)$$

В уравнении (12) фазовый коэффициент $\exp[jk(\omega_0)z]$ не влияет на форму сигнала в оговоренном выше смысле. В самом деле:

$$\{\exp[jk(\omega_0)z]U(t, z)\}^2 = \exp[jk(\omega_0)z]U(t, z) \cdot \exp[-jk(\omega_0)z]U(t, z) = U^2(t, z). \quad (13)$$

С учетом тождества (13) для исследования формы НЧС сигнала далее принимается модель:

$$U(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\Omega) \exp\left(j\Omega t - jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_{\omega_0}^{[m]}\Omega^m\right) d\Omega. \quad (14)$$

Совершенно иначе приходится учитывать множитель $\exp[jk(\omega_0)z]$ при анализе фазовых характеристик. Дадим приближенную оценку расстояния, на котором данный коэффициент приведет к смене «полярности» всех гармонических составляющих сигнала на противоположные. Для этого решим уравнение $k(\omega_0)z = \pi$ относительно z . С учетом тождеств (7) получим решение в виде:

$$z = \frac{\pi \cdot c}{\omega_0 \cdot n(\omega_0)}. \quad (15)$$

Подставим в уравнение (15) конкретные числовые значения. Значение несущей примем $\omega_0 = 2\pi \cdot 200 \text{ THz}$, а значение показателя преломления будем считать для упрощения расчетов равным 1,5 (на самом деле оно ближе к 1,4, но здесь нам важны порядки). Тогда:

$$z \approx \frac{\pi \cdot 3 \cdot 10^8 [\text{m} / \text{ns}]}{1,5 \cdot 2\pi \cdot 200 \cdot 10^{12} [\text{ns}^{-1}]} = 0,5 \cdot 10^{-6} [i] = 0,5 [i \cdot \text{ns}]. \quad (16)$$

Полученное значение требует с особой осторожностью относиться к теоретическим методам уплотнения ВОСП, основанным на фазовой модуляции, включая QAM-4, не говоря уже о QAM-16. Также представляются практически нереализуемыми методы, требующие высокой точности синхронизации. Положим, что некоторый метод требует регистрации фазы с не очень большой точностью порядка $2\pi/100 [\text{rad}]$. Тогда из выражений типа (16) нетрудно определить, что точность синхронизации по времени должна иметь в относительных единицах порядок $10^{-16} - 10^{-17}$. Для сравнения: стабильность атомных часов имеет порядок $10^{-14} - 10^{-15}$ [24]. С точки зрения задач эксплуатации ВОСП полученные результаты означают, что достаточно слегка задеть патчкорд, чтобы эффективно решить задачу срыва синхронизации. Видимо, с учетом подобных соображений автором [16] предложен метод «полярного» (не поляризационного!) уплотнения ВОСП. При этом «положительная» и «отрицательная» полярность кодируются, по сути, принципиально разными формами НЧС в принятом выше понимании этого термина.

Негативное отношение автора к фазовым методам ни в коей мере не распространяется на способы уплотнения за счет поляризационного мультиплексирования. Исследования в этом направлении (например, [25]) представляются весьма перспективными. Не отрицая ценности таких исследований, мы здесь сосредоточимся на группе методов, названных выше методами сигнального уплотнения.

Основная модель дисперсионной эволюции (14) позволяет конкретизировать такие понятия, как «узкополосный сигнал» или «широкополосный сигнал». В [14] учет производных фазы в данном уравнении не выше второго порядка получил название «дисперсии групповых скоростей», а учет производных более высоких порядков – «дисперсией высших порядков».

С точки зрения решаемой прикладной задачи удобно считать, что:

- если с достаточной в конкретной задаче точностью можно ограничиться случаем «дисперсии групповых скоростей», то такой сигнал будем считать узкополосным;
- если решаемая задача требует учета производных фазы до более высоких разумных порядков (до 3-го или до 5-го) то будем говорить о широкополосном сигнале;
- если сама по себе линеаризация (9) теряет какой бы то ни было прикладной смысл, то в такой ситуации будем говорить о сверхширокополосных системах (не сигналах!) передачи.

Выполненные оценки точности моделей позволяют дать оценки ширины полос. Так сигнал в полосе 50-100 ГГц может считаться узкополосным с высокой точностью [11]. Это хорошо согласуется с шагом сетки частот по рекомендациям ITU-T [12]. В полосах частот порядка 200-300 ГГц следует использовать модель широкополосного сигнала (модель «дисперсии высших порядков») [26]. Для более широких полос модель (14) неприменима. Здесь логично использовать технологии FDM и WDM в комплексе с учетом существенной разницы групповых скоростей для сильно разнесенных по частоте несущих [27].

5. Характеристики длительности и ширины спектра оптических сигналов

Поскольку теоретические сигналы не являются одновременно финитными во временной и в частотной области [28], для анализа показателей (4,5) по необходимости приходится использовать некоторые искусственные характеристики длительности и ширины спектра. Главное, чтобы такие характеристики соответствовали принятому способу детектирования и распознавания сигналов на стороне приема. Также такие характеристики должны позволять выполнение сравнительного анализа оптимальности сигналов альтернативной структуры по заданным критериям.

Применительно к бинарному кодированию (0 – нет импульса, 1 – есть импульс в тактовом интервале) и пороговому способу детектирования сигналов простая теоретическая характеристика «длительности импульса на половине высоты» [13] может считаться приемлемой. При использовании сигнальных алфавитов более сложной структуры [19] такая характеристика теряет смысл. На рис. 2 – рис. 6 для наглядности представлены результаты динамического моделирования эволюций формы сигналов, полученные с помощью программы Dispersion. Программа разработана автором и реализована на платформе Free Pascal. Модель реализует случай дисперсии групповых скоростей. Для сравнения на данных рисунках даны результаты моделирования в частном случае: начальная длительность импульсов разной формы приблизительно одинакова, несущая частота соответствует длине волны 850 нм, сердцевина ОВ всюду составлена из чистого кварца (SiO₂), полоса частот занимает примерно интервал 100 ГГц. Центр графиков приведен к условному нулю соответствующего аргумента. Заметим, что выбор других параметров моделирования не сильно влияет на качественную картину.

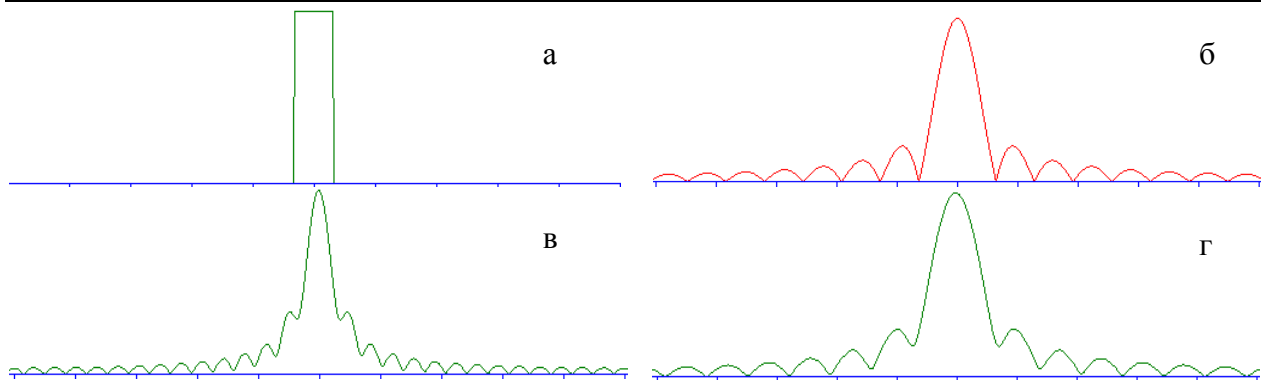


Рис. 2. Дисперсионная эволюция прямоугольного импульса:

а – начальная форма импульса; б – модуль спектральной плотности; в – форма импульса (модуль сигнала) на расстоянии 25 км; г – форма импульса на расстоянии 50 км

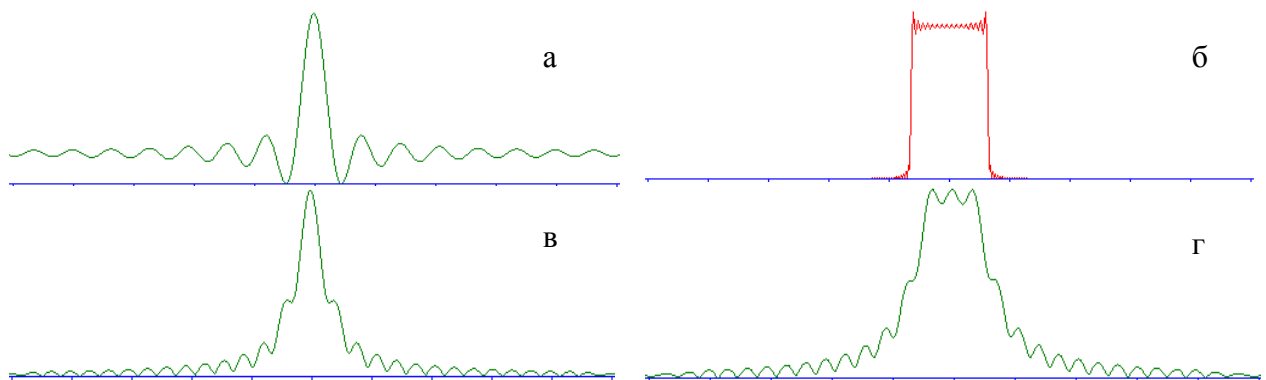


Рис. 3. Дисперсионная эволюция импульса Найквиста-Котельникова:

а – начальная форма импульса; б – модуль спектральной плотности; в – форма импульса (модуль сигнала) на расстоянии 25 км; г – форма импульса на расстоянии 50 км

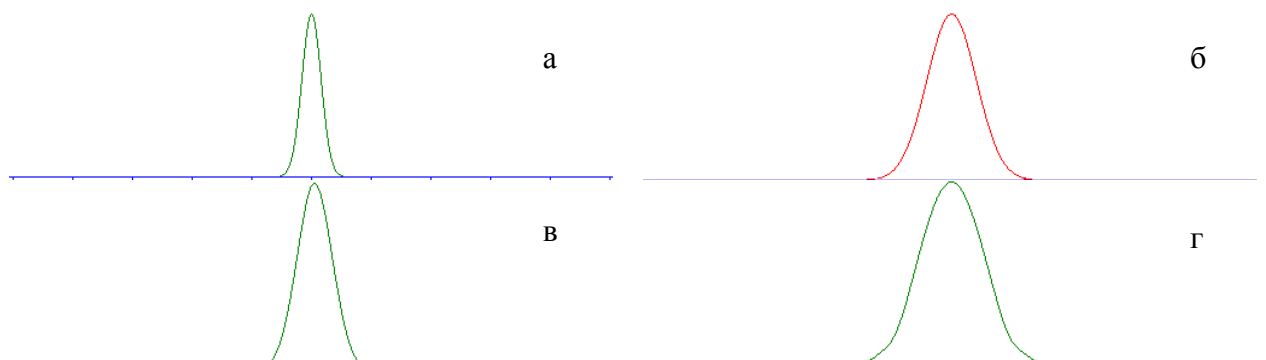


Рис. 4. Дисперсионная эволюция гауссова импульса:

а – начальная форма импульса; б – модуль спектральной плотности; в – форма импульса (модуль сигнала) на расстоянии 25 км; г – форма импульса на расстоянии 50 км

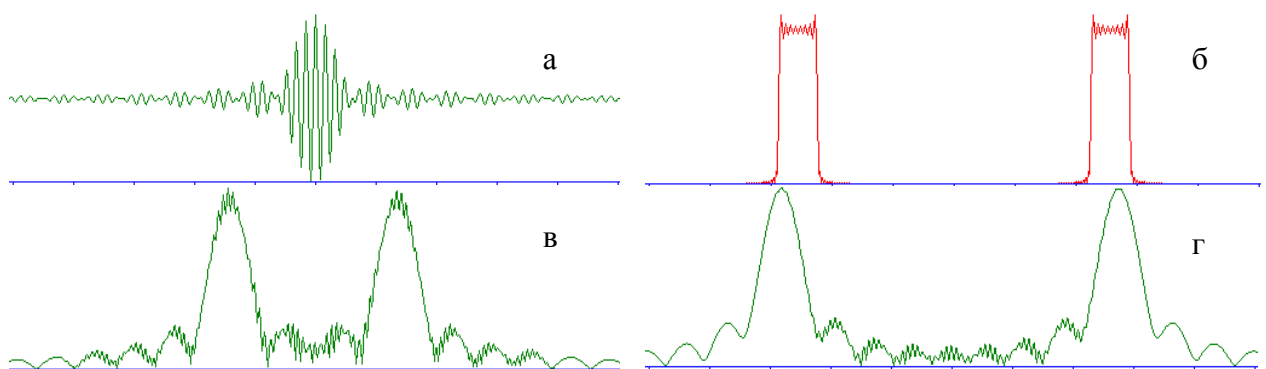


Рис. 5. Дисперсионная эволюция BS-импульса:

а – начальная форма импульса; б – модуль спектральной плотности; в – форма импульса (модуль сигнала) на расстоянии 25 км; г – форма импульса на расстоянии 50 км

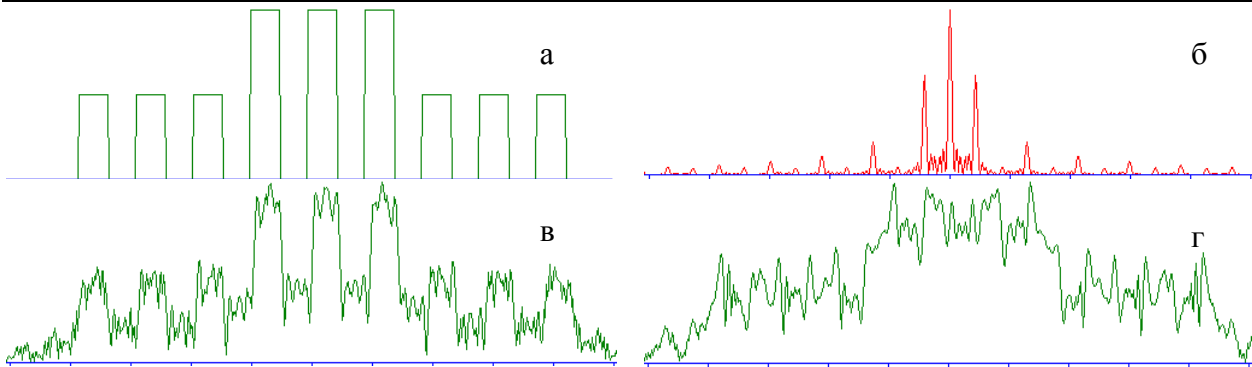


Рис. 6. Дисперсионная эволюция пачки прямоугольных импульсов:

а – начальная форма последовательности; б – модуль спектральной плотности; в – форма сигнала (модуль сигнала) на расстоянии 25 км; г – форма сигнала на расстоянии 50 км

Анализ графиков на рис. 2 – рис. 6 позволяет сделать ряд качественных выводов:

- все импульсы имеют тенденцию к удлинению;
- из приведенных вариантов теоретических сигналов в наименьшей степени изменяется форма гауссова импульса;
- модуль спектральной плотности оказывается устойчивой характеристикой сигнала;
- чем ближе сосредоточен спектр в окрестности «нуля» частот, тем меньше импульс подвержен искажению за счет дисперсии;
- наихудший вариант дает BS-импульс [29] (импульс с «плохим» спектром, где значительная часть энергии сосредоточивается на краях выбранной частотной полосы).

Показателен случай, представленный на рис. 6. Здесь пачка прямоугольных импульсов моделирует сигнал «три точки, три тире, три точки» (сигнал SOS в азбуке Морзе). Здесь, наряду с дисперсионной эволюцией отдельных импульсов, наблюдается межимпульсная интерференция. В итоге сигнал деформируется настолько, что трудно представить метод распознавания во временной области.

Главный вывод из рассмотрения данных графиков: требуются некоторые универсальные для всех приведенных вариантов сигналов характеристики их длительности и ширины спектра, не зависящие от их начальной формы.

В качестве таких характеристик сигнала $u(t)$ применяются [23, 30] эффективная длительность:

$$\Delta T_{eff}^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 u^2(t) dt, \quad E = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt, \quad (17)$$

где E – суммарная энергия сигнала, а также эффективная ширина спектра:

$$\Delta \Omega_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 g^2(\omega) d\omega, \quad g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (18)$$

Выражения (18) дают характеристику ширины спектра в единицах угловой частоты (рад/с). В единицах циклической частоты (Гц) эффективная ширина спектра будет:

$$\Delta F_{eff}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \Delta \Omega_{eff}^2. \quad (19)$$

Соответственно, из выражений (17-19) следуют два определения эффективной базы сигнала:

$$a) \quad \Delta B_{\Omega}^2(u) = \Delta T_{eff}^2 \cdot \Delta \Omega_{eff}^2 \quad b) \quad \Delta B_F^2(u) = \Delta T_{eff}^2 \cdot \Delta F_{eff}^2. \quad (20)$$

С точки зрения решения задач оптимизации по критериям (4,5) оба определения (20 а) и (20 б) оказываются эквивалентными. Докажем даже более общее предложение, которое понадобится далее.

Лемма эквивалентности. Если функция $y^*(x)$ доставляет минимум неотрицательному на множестве вещественных чисел функционалу $\Phi(y)$, то она также доставляет минимум функционалу $\alpha \cdot \Phi^{\beta}(y)$, где α и β – положительные числа. Доказательство данной леммы элементарно следует из свойств алгебры вещественных чисел.

В самом деле, из условий леммы следует, что функция $y^*(x)$ обладает тем свойством, что $\Phi(y^*) \leq \Phi(y)$, где $y(x)$ – любая другая, отличная от $y^*(x)$, функция. Поскольку функционал $\Phi(y)$ принимает неотрицательные значения для любой функции y , то знак приведенного неравенства не изменится, если правую и левую его части (суть – неотрицательные числа) возвести в одинаковую степень, то есть $\Phi^{\beta}(y^*) \leq \Phi^{\beta}(y)$. Также смысл неравенства не изменит умножение его правой и левой части на

некоторое неотрицательное число, откуда: $\alpha \cdot \Phi^\beta(y^*) \leq \alpha \cdot \Phi^\beta(y)$, что и требовалось доказать.

Адекватности характеристик (17-19) даются разные «интуитивные» обоснования. Так, в [23] они выводятся из аналогий с моделями теоретической механики. Приведем более продуктивную аналогию с теоретико-вероятностными представлениями. В качестве примера рассмотрим интерпретации, связанные с показателем (17) и рассмотрим функцию:

$$p(t) = \frac{1}{E} u^2(t), \quad (21)$$

где в условиях решаемой задачи функцию $u^2(t)$ можно понимать как зависимость мощности от времени, а саму функцию $p(t)$ – как нормированную функцию распределения энергии сигнала во временной области. С учетом определения суммарной энергии сигнала в выражениях (17), нетрудно видеть, что:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \frac{E}{E} = 1. \quad (22)$$

Также очевидно, что функция $p(t)$ всюду неотрицательна. С учетом класса рассматриваемых теоретических сигналов, данную функцию можно считать также кусочно-непрерывной. Таким образом, по своим формальным математическим свойствам функция $p(t)$ ничем не отличается от теоретико-вероятностной плотности распределения вероятности [31]. Установим некоторое соответствие математических форм и предметных понятий. Так, момент первого порядка

$$\int_{-\infty}^{\infty} tp(t) dt = M_p \quad (23)$$

на языке теории вероятностей называется «математическим ожиданием», а в нашем понимании – энергетическим центром импульса во временной области, относительно которого мы договорились, что $M_p = 0$. Второй центральный момент

$$\int_{-\infty}^{\infty} (t - M_p)^2 p(t) dt = D_p \quad (24)$$

называется «дисперсией» (далее, чтобы не путать с дисперсией в ОВ будем называть его теоретико-вероятностной дисперсией, сокращенно – ТВ-дисперсией). Сравнение выражений (24) и (17) с учетом условия $M_p = 0$ дает простой результат: $D_p = \Delta T_{eff}^2$. Соответственно, среднее квадратическое отклонение в теоретико-вероятностном смысле также имеет простую связь с показателями в нашем случае: $\sigma = \sqrt{D_p} = \Delta T_{eff}$. Стало быть, для аналитических исследований функций вида $p(t)$ можно применить всю мощь математического аппарата теории вероятностей. В частности, для наших целей продуктивным оказывается неравенство Чебышева [32]. Опуская промежуточные вкладки, сразу запишем следствие из данного неравенства в интегральном виде:

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} p(t) dt > 1 - \frac{D_p}{\varepsilon^2} = 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}, \quad (25)$$

где ε – произвольное положительное число. Часто неравенство (25) рассматривается в частном случае «правила трех сигм» [31], когда полагают $\varepsilon = 3 \cdot \sigma$. Несколько обобщая это правило, рассмотрим неравенство (25) для правила «N сигм»:

$$\int_{-N\sigma}^{N\sigma} p(t) dt > 1 - \frac{\sigma^2}{N^2 \sigma^2} = \frac{N^2 - 1}{N^2}. \quad (26)$$

В наших терминах полученное неравенство означает, что в интервале $\pm N \cdot \Delta T_{eff}$ будет сосредоточено не менее $\frac{N^2 - 1}{N^2} \cdot 100\%$ энергии импульса любой формы. Слова «любой формы» здесь являются ключевыми.

Легко вычислить, что при $N = 3$ в интервале $\pm N \cdot \Delta T_{eff}$ будет сосредоточено не менее 89% энергии любого импульса, при $N = 5$ – не менее 96% энергии, в интервале $N = 7$ – не менее 98% энергии и т.д.

Пользуясь далее правилом «трех сигм» и считая, что примерно 90% энергии будет сосредоточено в полосе $\pm 3 \cdot \Delta T_{eff}$, введем определение *расчетной длительности импульса* (РДС): $\Delta T_p = 6 \cdot \Delta T_{eff}$. Аналогичным образом определяется *расчетная ширина спектра* (РШС) для шкалы угловых частот

$\Delta\Omega_p = 6 \cdot \Delta\Omega_{eff}$ и для шкалы циклических частот $\Delta F_p = 6 \cdot \Delta F_{eff} = \frac{3}{\pi} \Delta\Omega_{eff}$. Соответственно, вводятся определения *расчетной базы импульса* (РБИ) для шкалы угловых частот и для шкалы циклических частот:

$$a) \quad B_{p\Omega} = 36 \cdot \Delta T_{eff} \cdot \Delta\Omega_{eff} \quad b) \quad B_{pF} = \frac{18}{\pi} \cdot \Delta T_{eff} \cdot \Delta\Omega_{eff} \quad (27)$$

Относительные оценки эффективности импульсов на основе критериев (4–5) удобно получать при использовании квадратичных показателей (17-20), тогда как приблизительные значения длительности импульсов и занимаемых ими полос частот дают линейные показатели в виде приведенных выше расчетных характеристик. Лемма эквивалентности показывает, что решение задач оптимизации на основе показателей эффективной базы (20) дает тот же результат, что и на основе РБИ (27).

6. Оптимальные свойства гауссовых импульсов

Целью настоящего пункта является обоснование ряда оптимальных свойств гауссова импульса, который исторически назывался «колокольным» [23]. В общем виде такой импульс задается математической формой:

$$u(t, a, b) = a \cdot \exp(-bt^2), \quad \alpha, \beta > 0. \quad (28)$$

Значение функции (28) в прикладных и теоретических задачах трудно переоценить. Только перечисление таких задач заняло бы увесистый том. Достаточно вспомнить о роли нормального (гауссова) распределения в теории вероятностей и теории случайных процессов [31, 32]. По существу, замкнутые выражения для многомерных случайных величин получаются именно для нормального распределения.

Применимость данной функции обуславливается, видимо, набором ее свойств, которые в совокупности делают ее уникальной. В частности, для теоретических исследований удобно, что данная функция является непрерывной, непрерывно дифференцируемой до любого порядка. В то же время она является компактной в том смысле, что ее «хвосты» очень быстро убывают. Например, «правило трех сигм» для нормального распределения дает примерно 97% вероятности попадания в интервал $\pm 3\sigma$ [31]. Также удобным математическим свойством является устойчивость к интегральным преобразованиям. В частности, спектральная плотность данного импульса (табличный интеграл [33, с. 344])

$$g(\omega, \alpha, \beta) = a \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-bt^2 - j\omega t) dt = \frac{a\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4b}\right) \quad (29)$$

также является гауссовой функцией с параметрами

$$\alpha = a\sqrt{\pi} / \sqrt{b}, \quad \beta = 1/(4b) \quad (30)$$

В силу симметрии операций прямого и обратного преобразования Фурье можно ожидать, что оптимальный по критерию минимума эффективной базы (20) импульс как раз и должен иметь одинаковую математическую форму как во временной, так и в частотной области.

Далее понадобится известное тождество [23, 30], устанавливающее связь между эффективной длительностью сигнала и его спектральной плотностью:

$$\Delta T_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} |g'(\omega)|^2 d\omega, \quad (31)$$

где g' в данном случае обозначает первую производную, а энергия сигнала выражается через его представление во временной области:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = a^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2bt^2) dt = a^2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2b}} \quad (32)$$

и в спектральной области:

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g^2(\omega) d\omega = \frac{\alpha^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2\beta t^2) dt = \frac{\alpha^2}{2\sqrt{2\pi\beta}} \quad (33)$$

Нетрудно видеть, что с учетом параметрических зависимостей (30) определения (32) и (33) дают один и тот же численный результат.

Покажем, что в смысле ведущих критериев (4, 5) гауссов импульс является оптимальным. Отметим, что сравнительный анализ эффективной базы гауссова импульса с базой конкретных импульсов дается во многих работах, в частности, в [23]. Вместе с тем, завершеного аналитического решения автору найти не удалось. Поэтому сформулируем задачу в общем виде.

Пусть дано множество сигналов с одинаковой энергией (без потери общности будем рассматривать сигналы с единичной энергией):

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g^2(\omega) d\omega = 1 \quad (34)$$

и одинаковой эффективной длительностью, которую выразим с использованием тождества (31):

$$\Delta T_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} |g'(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |g'(\omega)|^2 d\omega = T^2. \quad (35)$$

Очевидно, в этих условиях наименьшую базу будет иметь сигнал с минимальной шириной спектра, то есть сигнал, доставляющий минимум функционалу:

$$\frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 g^2(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 g^2(\omega) d\omega \rightarrow \min! \quad (36)$$

Таким образом, условия (34-36) соответствуют постановке *изопериметрической задачи* вариационного исчисления в классической постановке [34]. Поскольку эта задача хорошо изучена, дадим ход ее решения конспективно.

Решение данной задачи с учетом ограничений (34, 35) сводится к эквивалентной задаче оптимизации функционала:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega, g, g') d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} [\omega^2 g^2(\omega) + \lambda_1 g^2(\omega) + \lambda_2 |g'(\omega)|^2] d\omega \rightarrow \min!, \quad (37)$$

где λ_1 и λ_2 – свободные параметры, определяемые из условий (34, 35).

Оптимизация функционала (37) сводится к приравнению нулю его первой вариации, что эквивалентно решению дифференциального уравнения Эйлера, которое в данном случае записывается в общем виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial g} - \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial g'} \right) = 0, \quad (38)$$

которое после несложных преобразований приводится к виду:

$$\frac{\partial^2 g(\omega)}{\partial \omega^2} - \frac{(\omega^2 + \lambda_1)}{\lambda_2} g(\omega) = 0. \quad (39)$$

Интересно, что в классической монографии [23] сформулирована аналогичная вариационная задача и даже получено дифференциальное уравнение, аналогичное (39). Почему-то после этого А.А. Харкевич ограничился параметрическим решением и вывел нижнюю числовую грань значений эффективной базы сигнала, остановившись за пол шага до получения решения в замкнутом аналитическом виде. На самом деле общее решение уравнения (39) можно найти в справочной литературе. Мы для этих целей воспользуемся современными технологиями: многофункциональным онлайн калькулятором [35]. Общее решение получается в форме:

$$g(\omega) = C_1 D_{\frac{1}{2}(-a\sqrt{b}-1)} \left(\omega \sqrt{2\sqrt[4]{b}} \right) + C_2 D_{\frac{1}{2}(a\sqrt{b}-1)} \left(j\omega \sqrt{2\sqrt[4]{b}} \right), \quad (40)$$

где $a = \lambda_1$, $b = 1/\lambda_2$, D – функции параболического цилиндра (например, [36, с. 1078]). Функции параболического цилиндра не выражаются в элементарных функциях, и анализ полученного решения оказывается довольно сложным. Может, это и остановило окончательное решение задачи в [23], поскольку функцию (40) легче запомнить, чем понять. К тому же создание реального генератора функций параболического цилиндра представляется задачей увлекательной, но едва ли разрешимой.

Чтобы радикально упростить ситуацию, будем искать не общее, а *частное* решение уравнения (40). Это решение будем искать как раз в виде функции (29). Прямая подстановка данной функции в уравнение (40) дает обыкновенное алгебраическое уравнение:

$$\left(4\alpha\beta^2 - \frac{1}{\lambda_2} \right) \omega^2 \exp(-\beta\omega^2) - \left(2\alpha\beta + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \exp(-\beta\omega^2) = 0, \quad (41)$$

которое при любом значении частоты ω удовлетворяется, если выполнена система условий:

$$\begin{cases} 4\alpha\beta^2 - \frac{1}{\lambda_2} = 0 \\ 2\alpha\beta + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 0 \end{cases}. \quad (42)$$

Система уравнений (42) имеет единственное решение:

$$\alpha = \lambda_1^2 / \lambda_2, \quad \beta = -1 / \lambda_1 \quad (43)$$

или, что тождественно, решение относительно свободных коэффициентов функционала (37):

$$\lambda_1 = -1 / \beta, \quad \lambda_2 = 1 / (\alpha\beta^2). \quad (44)$$

Таким образом показано, что сигнал с гауссовой спектральной плотностью является оптимальным по критерию минимальной эффективной базы по крайней мере на множестве функций, которые не имеют существенных особенностей первой производной спектральной плотности. С учетом сохранения гауссовой формы в прямом и обратном преобразовании Фурье тем самым показано, что гауссов импульс обладает наименьшей эффективной базой. Заметим, что здесь мы не утверждаем, что гауссов сигнал является в этом смысле единственным. В силу Леммы эквивалентности тем самым получено решение задачи оптимизации и по линейному критерию (4).

Покажем, что и при выполнении ряда не стеснительных предположений гауссов импульс является также оптимальным с точки зрения критерия приведенной базы (5), учитывающего возможную деформацию сигнала на стороне приема.

Для этого уточним выражение (31) применительно к дисперсионной модели (14), из которой непосредственно следует, что на стороне приема (на расстоянии z от точки ввода сигнала в ОБ) спектральная плотность определяется выражением:

$$g(\Omega, z) = G(\Omega) \exp\left(-jz \sum_{m=2}^M \frac{1}{m!} k_{\omega 0}^{[m]} \Omega^m\right) = G(\Omega) \exp[-jz \varphi(\Omega)], \quad (45)$$

где $G(\Omega)$ – спектральная плотность в момент ввода сигнала в ОБ.

Покажем, что спектральная плотность является устойчивой по отношению к материальной дисперсии характеристикой сигнала. В самом деле, из выражения (45) непосредственно следует, что

$$g^2(\Omega, z) = G(\Omega) \exp[-jz \varphi(\Omega)] \cdot G(\Omega) \exp[jz \varphi(\Omega)] = G^2(\Omega). \quad (46)$$

Следствие из тождества (46):

$$\Omega^2 g^2(\Omega, z) = \Omega^2 G^2(\Omega), \quad (47)$$

откуда, в свою очередь, следует:

$$\frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 g^2(\Omega, z) d\Omega = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G^2(\Omega) d\Omega, \quad (48)$$

то есть, материальная дисперсия не изменяет эффективную ширину спектра.

Из выражения (45) получим выражение для производной функции g :

$$g'(\Omega, z) = G'(\Omega) \exp[-jz \varphi(\Omega)] - jz \varphi'(\Omega) G(\Omega) \exp[-jz \varphi(\Omega)], \quad (49)$$

откуда

$$[g'(\Omega, z)]^2 = [G'(\Omega)]^2 + z^2 [\varphi'(\Omega)]^2 G^2(\Omega), \quad \varphi'(\Omega) = \sum_{m=2}^M \frac{1}{(m-1)!} k_{\omega 0}^{[m]} \Omega^{m-1}. \quad (50)$$

Ограничимся случаем узкополосного сигнала, когда $M = 2$ (т.е. случаем «дисперсии групповых скоростей»). Обозначим $k_{\omega 0}^{[2]} = K$. Тогда в выражение для производной фазы (50) запишется в виде:

$$[g'(\Omega, z)]^2 = [G'(\Omega)]^2 + z^2 K^2 \Omega^2 G^2(\Omega). \quad (51)$$

Сформулируем вариационную задачу для этого случая. В отличие от задачи (34-36) с учетом тождеств (46-48) в качестве устойчивых характеристик примем ограничения энергии и эффективной ширины спектра в момент ввода в ОБ:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\Omega) d\Omega = 1, \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G^2(\Omega) d\Omega = F^2, \quad (52)$$

а минимизировать будем эффективную длительность импульса на стороне приема:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [g'(\Omega, z)]^2 d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [G'(\Omega)]^2 + z^2 K^2 \Omega^2 G^2(\Omega) \} d\Omega \rightarrow \min! \quad (53)$$

Тем самым, условия (52) и критерий (53) снова сводят решаемую задачу к изопериметрической задаче вариационного исчисления. Соответственно, сводим ее к приравнению нулю первой вариации функционала:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [(G')^2 + z^2 K^2 \Omega^2 G^2 + \gamma \Omega^2 G^2 + \mu G^2] d\Omega, \quad (54)$$

где γ и μ – свободные параметры, определяемые из условий (52). Дифференциальное уравнение Эйлера (38) в данном случае приводится к виду:

$$\frac{\partial^2 G(\Omega)}{\partial \Omega^2} - (\gamma + z^2 K^2) \Omega^2 G(\Omega) - \mu G(\Omega) = 0. \quad (55)$$

Полагая в уравнении (55)

$$(\gamma + z^2 K^2) = \frac{1}{\lambda_1}, \quad \mu = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

видим, что оно по форме свелось к уравнению (39) и, следовательно, имеет с точностью до параметров те же функциональные решения, что и уравнение (39).

Таким образом, показано, что гауссов импульс обладает свойством минимума эффективной базы на стороне приема в условиях дисперсии групповых скоростей. Отсюда следует, что в данных условиях он удовлетворяет критерию минимума приведенной базы (5). Также очевидным следствием является его минимальное расширение вследствие эффекта материальной дисперсии в узкополосном канале передачи.

7. Сравнение дисперсионных эволюций гауссова импульса и импульса Найквиста

Анализ оптимальных свойств Гауссова импульса оказался бы неполным без сравнения с импульсами другой формы. Идти по стандартному пути сравнения с другими типичными теоретическими сигналами (прямоугольным, треугольным и т.п.) представляется напрасной тратой времени. В качестве импульса для сравнения лучше взять такую функцию, которая заведомо обладает другими оптимальными свойствами.

В качестве такой функции мы выберем импульс Найквиста, поскольку глубоко разработана теория собственно для данного импульса [28]. Кроме того, разработан метод [17] воспроизведения с определенной точностью частного вида такого сигнала с НЧС в виде импульса Найквиста-Котельникова:

$$U_N(t) = A \cdot \text{sinc}(\pi t / T) = A \frac{\sin(\pi t / T)}{\pi t / T}. \quad (56)$$

спектральная плотность которого [23]:

$$G_N(\Omega) = B \cdot \text{rect}[-\pi / T, +\pi / T], \quad B = A \cdot T, \quad (57)$$

где

$$\text{rect}[a, b] = \begin{cases} 0, & \Omega < a \\ 1, & a \leq \Omega \leq b \\ 0, & \Omega > b \end{cases}. \quad (58)$$

Заметим, что замена знаков строгого неравенства в определении (58) на знаки нестрогого неравенства с точки зрения последующего интегрирования принципиально ничего не меняет. Иногда в этом определении функция дополняется промежуточными значениями 1/2 в точках разрыва a и b , но это тоже от лукавого: разрыв все равно оказывается неустранимым.

Импульс Найквиста обладает оптимальными свойствами селективности по различным критериям. Не все из этих критериев представляют одинаковый интерес в задачах оптимизации ВОСП. В частности, удовлетворение первому критерию Найквиста [28] требует почти идеальной синхронизации. Сомнения в возможности таковой применительно к ВОСП мы сформулировали в п. 4 настоящей работы. С другой стороны, тождество (13) позволяет говорить об устойчивости энергетического спектра сигналов в ВОСП. В этом смысле сигнал (56) обладает *идеальной* селективностью в частотной области, чем и интересен для сравнительного анализа. К сожалению, в цитированной выше работе [17] аспект влияния дисперсии на эволюцию формы импульса Найквиста-Котельникова не рассмотрен. Частично ликвидируем этот пробел.

Ограничимся здесь рассмотрением случая дисперсии групповых скоростей. Тогда выражение для эффективной длительности НЧС импульса (37) с учетом формулы для производной фазы (51) можно представить в виде суммы двух интегралов:

$$\Delta T_{eff}^2(z) = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} [g'(\Omega, z)]^2 d\Omega = I_1 + I_2, \quad (59)$$

где

$$I_1 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} [G'(\Omega)]^2 d\Omega, \quad I_2 = \frac{z^2 K^2}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G^2(\Omega) d\Omega. \quad (60)$$

Анализ выражений (60) показывает, что интеграл I_1 – эффективная длительность сигнала в момент его ввода в ОВ (при $z = 0$), а интеграл I_2 – приращение его эффективной длительности на расстоянии z от точки ввода.

Сделаем удобное с математической точки зрения и логичное с практической точки зрения предположение, что $I_2 \gg I_1$. Это означает, что начальная длительность сигнала пренебрежимо мала по сравнению с его расширением вследствие дисперсионных искажений. Такое предположение вполне согласуется с выбранным порядком длин РУ (100-300 км). Тогда будем считать, что $\Delta T_{eff}^2(z) \approx I_2$. С математической точки зрения разделение на два интеграла (60) позволяет включить в рассмотрение группу сигналов с вырожденной производной $G'(\Omega)$ спектральной плотности. Именно, такой случай характерен для импульса Найквиста-Котельникова (56), у которого производная спектральной плотности (57) вырождается в пару δ -функций Дирака в точках $\pm \pi / T$. Не забудем, что эти функции Дирака в

соответствие с выражением (60) надо будет суметь возвести в квадрат, что породит математического монстра, с которым не ясно, что делать.

Представление (60) дает возможность сравнения дисперсионного удлинения различных импульсов в следующей постановке задачи. Полагаем, что импульсы $U_N(t)$ и $U_G(t)$ со спектральными плотностями соответственно $G_N(\Omega)$ и $G_G(\Omega)$ имеют одинаковую энергию E (без нарушения общности полагаем $E = 1$) и одинаковую начальную длительность (одинаковое значение интеграла I_1 или иной способ вычисления начальной длительности). В этих условиях определяем отношение функционалов

$$I_2(G_N)/I_2(G_G), \tag{61}$$

которое в [29] названо «квадратичным показателем относительной дисперсии» (КПОД). Данный показатель удобен тем, что позволяет приблизительно оценить, во сколько раз эффективная длительность импульса $U_N(t)$ окажется больше (или меньше), чем эффективная длительность импульса $U_G(t)$ вследствие дисперсионного искажения.

Функционал I_2 удобен тем, что в нем явным образом разделены свойства среды и свойства импульса. При этом дисперсионный коэффициент, выраженный через производные коэффициента преломления $n(\omega)$, скорость света в вакууме c и расстояние z , пройденное импульсом вдоль ОВ

$$z^2 K^2 = z^2 (k_{\omega 0}^{[2]})^2 = z^2 \frac{1}{c^2} \left(2 \frac{\partial n(\omega)}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0} + \frac{\omega_0^2 \partial^2 n(\omega)}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_0} \right)$$

не зависит от спектральной плотности импульса $G(\Omega)$. В свою очередь, интеграл $\frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G^2(\Omega) d\Omega$ – эффективная ширина спектра импульса в момент ввода в ОВ не зависит от расстояния z и от свойств среды распространения. Тем самым КПОД – отношение эффективной ширины спектра двух разных сигналов в момент ввода в ОВ.

Поскольку в относительных величинах (61) абсолютные масштабы не играют роли, положим в определении (56) параметр $T = \pi$, тогда из выражения для спектральной плотности следует, что:

$$G_N = B \text{rect}[-1,1], \quad E = \frac{1}{\pi} B^2 = 1 \Rightarrow B = \sqrt{\pi}, \quad AT = B \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{\pi}}. \tag{62}$$

Для того чтобы «сравнивать сравнимое» с учетом трагической неопределенности интеграла I_1 для спектральной плотности вида [57], определим начальную длительность импульса Найквиста-Котельникова по правилу «трех сигм». Для этого найдем эффективную длительность путем взятия интеграла

$$\Delta T_N^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 U_N^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \frac{\sin^2(t)}{t^2} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(t) dt, \tag{63}$$

который расходится и, следовательно, не берется. Выйдем из очевидного тупика опять-таки с помощью правила «трех сигм». В качестве начальной длительности определим такой интервал времени, в котором для импульса Найквиста-Котельникова и для гауссова импульса сосредоточено примерно 97% энергии. Для гауссова импульса это как раз соответствует правилу «трех сигм», а для импульса Найквиста-Котельникова аналогичное условие можно вывести из энергетической функции вида $\sin^2(t)/t^2$. С учетом четности данной функции рассмотрим положительную полуось аргумента. За 100 % «энергии» примем значение табличного интеграла [33]:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(t)}{t^2} dt = \frac{\pi}{2}. \tag{64}$$

Ограничимся исследованием интервалов времени, соответствующим нулям функции $\sin^2(t)/t^2$. Задача, таким образом, сводится к приближенному решению уравнения:

$$I(m) = \int_0^{m\pi} \frac{\sin^2(t)}{t^2} dt \approx 0,97 \frac{\pi}{2}, \quad m = 1, 2, \dots \tag{65}$$

Интеграл в уравнении (65) не выражается в элементарных функциях. Поэтому приведем ряд значений этого интеграла, определенных численными методами (таблица 1).

Анализ таблицы 1 показывает, что оптимальным в смысле решения уравнения (65) является значение $m = 3$. Соответственно, начальную длительность сигнала (56) с учетом масштабирования (62) положим приблизительно равной 6π (считаем, что основная часть энергии сигнала заключена в интервале $\pm 3\pi$).

Значения интеграла в формуле (65)

m	∞	1	2	3	4	5
$I(m)$	1,57079	1,41815	1,49216	1,51803	1,53113	1,53903
$100 \cdot I(m) / I(\infty)$	100	90,28	94,99	96,64	97,47	97,98

В сопоставимых единицах начальную длительность гауссова импульса (28) получим в виде правила «трех сигм», где параметр «сигма» должен быть в этом случае равен π . С учетом требования равенства энергий $E = 1$ и с использованием табличных интегралов [33] получим систему уравнений для гауссова импульса:

$$\begin{cases} E = \int_{-\infty}^{\infty} U_G^2(t) dt = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-bt^2) dt = a^2 \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2b}} = 1 \\ \Delta T_G^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 U_G^2(t) dt = a^2 \frac{\sqrt{\pi}}{4b\sqrt{2b}} = \pi^2 \end{cases}, \quad (66)$$

решение которой запишем в виде:

$$a^2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}}, \quad b = \frac{1}{4\pi^2}.$$

Из выражений для спектральной плотности гауссова импульса после некоторых преобразований получим эффективную ширину спектра в данном случае:

$$\Delta\Omega_G^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_G^2(\Omega) d\Omega = \frac{a^2 \pi}{\sqrt{b}\sqrt{2\pi}} = 1. \quad (67)$$

Аналогично, для эффективной ширины спектра импульса Найквиста-Котельникова с учетом значений параметров (62) получим:

$$\Delta\Omega_N^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_N^2(\Omega) d\Omega = \frac{B^2}{2\pi} \int_{-1}^1 \Omega^2 d\Omega = \frac{2}{3} \pi. \quad (68)$$

Вычисление КПОД (61) в данном случае дает:

$$I_2(G_N) / I_2(G_G) = \Delta\Omega_N^2 / \Delta\Omega_G^2 = \frac{2}{3} \pi \approx 2. \quad (69)$$

Итак, в соответствии с КПОД импульс Найквиста-Котельникова примерно вдвое «хуже» гауссова импульса. В единицах линейного масштаба это означает, что увеличение длительности первого из них примерно в 1,5 раза больше, чем второго. Соответственно, и скорость передачи данных гауссовыми импульсами в соответствии с этими оценками может быть в 1,5 выше, чем скорость передачи импульсами Найквиста-Котельникова в ВОСП.

Являются ли полученные результаты (67-69) «приговором» импульсу Найквиста и однозначным аргументом в пользу выбора гауссова импульса? Конечно, нет. Здесь мы рассмотрели сравнительные характеристики только в смысле одного из показателей. Практически более значимыми могут оказаться совершенно иные соображения. Кроме того, из различных видов импульсов, удовлетворяющих критериям Найквиста, мы рассмотрели простейший случай. Сигнал вида (56) с точки зрения устойчивости по отношению к дисперсии представляет некоторый «нейтральный случай» (в [29] он назван сигналом с нейтральным спектром, NS-сигналом). Качественно можно говорить, что сигналы с унимодальным спектром менее подвержены удлинению за счет воздействия дисперсии, чем NS-сигналы. Худший случай – сигналы с бимодальным спектром (рис. 5). Поэтому можно ожидать, что импульс Найквиста, например, со спектральной плотностью в виде «приподнятого косинуса» [28] при больших значениях коэффициента сглаживания даст лучшие значения КПОД. Но этот вопрос выходит за рамки данной работы.

8. Сигнальные системы импульсов равного дисперсионного удлинения

Общий смысл методов сигнального уплотнения заключается в использовании алфавита сигналов с разными НЧС:

$$U_1(t), U_2(t), \dots, U_M(t). \quad (70)$$

Возможность передачи одного из возможных сигналов алфавита (70) в одном межимпульсном интервале (далее – такт) дает возможность увеличить скорость передачи в $\log_2(M)$ раз по сравнению с бинарным кодированием типа «нет импульса в такте – ноль», «есть импульс в такте – единица».

Для любой системы передачи сигналы алфавита (70) должны подчиняться очевидным требованиям:

а) должна быть возможность их физического воспроизведения (реализации) хотя бы с какой-то точностью, достаточной в рамках решаемой практической задачи;

б) сигналы алфавита должны быть различимы на стороне приема хотя бы с некоторой достаточной в конкретном случае вероятностью;

в) сигналы алфавита должны не катастрофически влиять на сигнальные потоки в других каналах или системах передачи;

г) сигналы алфавита должны не очень-то сильно влиять друг на друга, иначе говоря, межимпульсная интерференция должна быть достаточно малой.

Требования экономической или энергетической эффективности также являются важными, но их выполнение связано с рассмотрением конкретных практических задач. Применительно к рассматриваемым типам ВОСП, сочетающих реализацию методов TDM, FDM и WDM, требование в) сводится к тому, чтобы сигналы алфавита (70) были достаточно компактны в спектральной области, иначе говоря, чтобы расчетная ширина их спектра была не намного больше выделенной частотной полосы канала передачи. Выполнение требования г) для ВОСП имеет специфику, обусловленную дисперсионными эффектами в ОБ.

В самом деле, скорость передачи данных будет обратно пропорциональна длительности такта, который, в свою очередь, будет зависеть от максимальной длительности сигналов алфавита (70) на стороне приема. Таким образом, скорость передачи будет ограничиваться именно тем сигналом, который имеет максимальное увеличение длительности под влиянием дисперсии в ОБ. Следовательно, «хорошим» алфавитом сигналов можно считать такой, для которого в условиях дисперсии групповых скоростей функционал I_2 (60) будет иметь приблизительно одинаковое значение для всех сигналов.

Теоретически множество таких алфавитов сигналов является бесконечным. Мы будем руководствоваться интуитивным правилом: сигналы алфавита должны иметь приблизительно одинаковую математическую форму. Это правило косвенно следует из требования а): если сигнал некоторой формы можно воспроизвести с достаточной точностью, то, скорее всего, и близкие по форме сигналы также можно воспроизвести.

В общем виде алфавит (70) будем рассматривать в виде параметрического семейства:

$$u_m(t) = U_m(t) \exp(j\omega_0 t), \quad U_m(t) = A_m(t, \bar{A}_{m,L}) \cos(\Omega_{d,m}),$$

$$\bar{A}_{m,L} = \langle \alpha_{m,1}, \alpha_{m,2}, \dots, \alpha_{m,L} \rangle, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (71)$$

где $U_m(t)$ – НЧС сигнала; ω_0 – центральная частота спектра излучения лазера (несущая); A_m – огибающая НЧС сигнала; $\bar{A}_{m,L}$ – вектор параметров; $\Omega_{d,m}$ – параметр отстройки от несущей (поднесущая); M – общее количество различных сигналов алфавита.

В модели дисперсии групповых скоростей задача синтеза сигналов семейства (71) сводится к поиску набора функций, удовлетворяющих следующим условиям:

1. Условие существования прямого и обратного преобразования Фурье

$$G_m(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_m(t) \exp(-j\Omega t) dt, \quad U_m(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_m(\Omega) \exp(j\Omega t) d\Omega, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (72)$$

2. Условие равенства и ограниченности энергий

$$E_m = \int_{-\infty}^{\infty} U_m^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_m^2(\Omega) d\Omega = E, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (73)$$

Выполнение этого условия соответствует, в том числе, требованию относительной малости мощности импульса, что предотвращает нелинейные эффекты.

3. Условие равенства дисперсионного удлинения сигналов, следующее из выражений (60, 61)

$$D_m = \frac{1}{2\pi E_m} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_m^2(\Omega) d\Omega = D, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (74)$$

4. Условие различимости в спектральной области: существует некоторая метрика R в пространстве функций $G(\Omega)$, что для любой пары сигналов семейства (71) выполняется условие:

$$R[G_l(\Omega), G_k(\Omega)] > 0, \quad l, k = 1, 2, \dots, M. \quad (75)$$

Условиям (72-75) удовлетворяет бесконечное множество алфавитов сигналов. Аналитические выражения для НЧС в форме импульсов Найквиста-Котельникова и для НЧС в форме гауссова импульса получены в работе [19]. Там же доказано следующее предложение, позволяющее существенно расширить алфавит сигналов, если найдена некоторая система функций, удовлетворяющая условиям (72-75).

Теорема 1. Пусть дана система сигналов $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$ с ортогональными спектральными плотностями $\{G_1, G_2, \dots, G_M\}$, все сигналы которой удовлетворяют условиям равной энергии $E_m = E$ (73), и для всех сигналов выполнено условие равенства дисперсионного удлинения $D_m = D$ (74). Тогда любая функция из линейного многообразия, натянутого на эти функции:

$$W = \alpha_1 U_1 + \alpha_2 U_2 + \dots + \alpha_M U_M \quad (76)$$

будет иметь то же значение дисперсионного функционала D , что и каждая из этих НЧС.

Эта Теорема позволяет существенно расширить алфавит сигналов, если найдена базовая система функций (71). Условия Теоремы 1 сводят ее применимость к случаю, когда НЧС сигналов выбирается на множестве импульсов Найквиста. Докажем аналогичное предложение в более конструктивной форме.

Теорема 2. Пусть дана система сигналов $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$ с ортогональными спектральными плотностями $\{G_1, G_2, \dots, G_M\}$, все сигналы которой удовлетворяют условиям равной энергии $E_m = E$ (73), и для всех сигналов выполнено условие равенства дисперсионного удлинения $D_m = D$ (74). Тогда любая функция из линейного многообразия, натянутого на эти функции:

$$W = \alpha_1 U_1 + \alpha_2 U_2 + \dots + \alpha_M U_M \quad (77)$$

при условии, что сумма квадратов коэффициентов

$$A = \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 = 1 \quad (78)$$

обладает следующими свойствами:

а) она имеет то же значение энергии, что и каждая из функций системы $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$;

б) она имеет то же значение дисперсионного удлинения, что и каждая из функций системы $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$.

Для доказательства следствия а) используем свойство линейности преобразования Фурье. Спектральная плотность G_W функции W будет:

$$G_W = \alpha_1 G_1 + \alpha_2 G_2 + \dots + \alpha_M G_M,$$

откуда энергия суммарного сигнала W :

$$E_W = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_W^2 d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^M (\alpha_m G_m)^2 d\Omega = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_m^2 d\Omega + \frac{1}{\pi} \sum_{k \neq l} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega. \quad (79)$$

Второе слагаемое в конечном выражении формулы (79) тождественно равно нулю вследствие ортогональности функций $\{G_1, G_2, \dots, G_M\}$. Тогда

$$E_W = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_m^2 d\Omega = \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_m^2 d\Omega = E \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 = E,$$

что и требовалось доказать.

Доказательство следствия б) аналогично.

Теоремы 1 и 2 могут применяться для сигнального уплотнения ВОСП также и в случаях, когда условие ортогональности нарушается незначительно. Так, для неотрицательных вещественных функций $\{G_1, G_2, \dots, G_M\}$ условия приближительной ортогональности применительно к решаемой задаче можно сформулировать в виде системы неравенств:

$$\begin{cases} \max(k, l) \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega \ll 1 \\ \max(k, l) \frac{1}{2\pi D} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_k G_l d\Omega \ll 1 \end{cases} \quad (80)$$

При значительных перекрытиях носителей спектральных плотностей условия (80) не выполняются. Такой случай может быть характерен для гауссовых импульсов с близкими поднесущими Ω_d по определениям (71). В данной ситуации задача получения вторичного алфавита вида (77) из первичного алфавита сигналов, определяемого условиями (72-75) решается, вообще говоря, численными методами. Полезной при этом может оказаться следующая теорема существования решений.

Теорема 3. Пусть дана система сигналов $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$ с неотрицательными вещественными спектральными плотностями $\{G_1, G_2, \dots, G_M\}$, все сигналы которой удовлетворяют условиям равной энергии $E_m = E$ (73), и для всех сигналов выполнено условие равенства дисперсионного удлинения $D_m = D$ (74). Тогда для существования такого набора значений коэффициентов $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M\}$ линейного многообразия (77), удовлетворяющего условиям баланса энергии $E_W = E$ и баланса функционала дисперсионного удлинения $D_W = D$ достаточно выполнения условия баланса параметра

неортогональности:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_k G_l d\Omega = \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega, \quad \forall k, l. \quad (81)$$

Для доказательства воспользуемся выражением (79), освобождаясь от множителя $1/2\pi$. После тождественных преобразований в условиях Теоремы запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} E \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 + 2 \sum_{k \neq l} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega = E \\ D \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 + 2 \sum_{k \neq l} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_k G_l d\Omega = D \end{cases} \quad (82)$$

Во втором уравнении системы (82) интеграл по теореме о среднем можно представить в виде:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 G_k G_l d\Omega = \gamma_{k,l} \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega,$$

где $\gamma_{k,l}$ – некоторое число. Но по условию баланса параметра неортогональности (81) $\gamma_{k,l} = \mu, \quad \forall k, l$.

Тогда из системы уравнений (82) после несложных преобразований получим одно уравнение:

$$\frac{2}{E} \sum_{k \neq l} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega = \frac{2\mu}{D} \sum_{k \neq l} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} G_k G_l d\Omega \Rightarrow D = \mu E, \quad (83)$$

но из условия (81) следует, что при совпадении $k = l$ для любого сигнала из множества $\{U_1, U_2, \dots, U_M\}$ с одинаковой энергией уравнение (83) обращается в тождество. Теорема доказана.

Приведем конкретное параметрическое решение задачи синтеза алфавита (71) применительно к семейству гауссовых сигналов. Низкочастотные составляющие сигнала с гауссовыми огибающими (28) представим в такой форме:

$$U_m(t, z = 0) = \frac{1}{\sigma_m \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma_m^2}\right) \cos(\Omega_{d,m} t). \quad (84)$$

В терминах теории вероятностей [31] параметр σ_m – средне квадратическое отклонение (СКО) огибающей НЧС. Примеры функций (84) и фрагментов их дисперсионных эволюций даны на рис. 7. Из этого рисунка, а также из выражений для дисперсионных функционалов (60) следует неформальное правило уравнивания дисперсионного удлинения импульсов: чем выше частота подмодуляции $\Omega_{d,m}$, тем уже должны быть составляющие спектра в окрестностях частот $\omega_0 \pm \Omega_{d,m}$. Соответственно, тем больше должна быть начальная длительность импульса. Пользуясь этим правилом, выполним промежуточные преобразования.

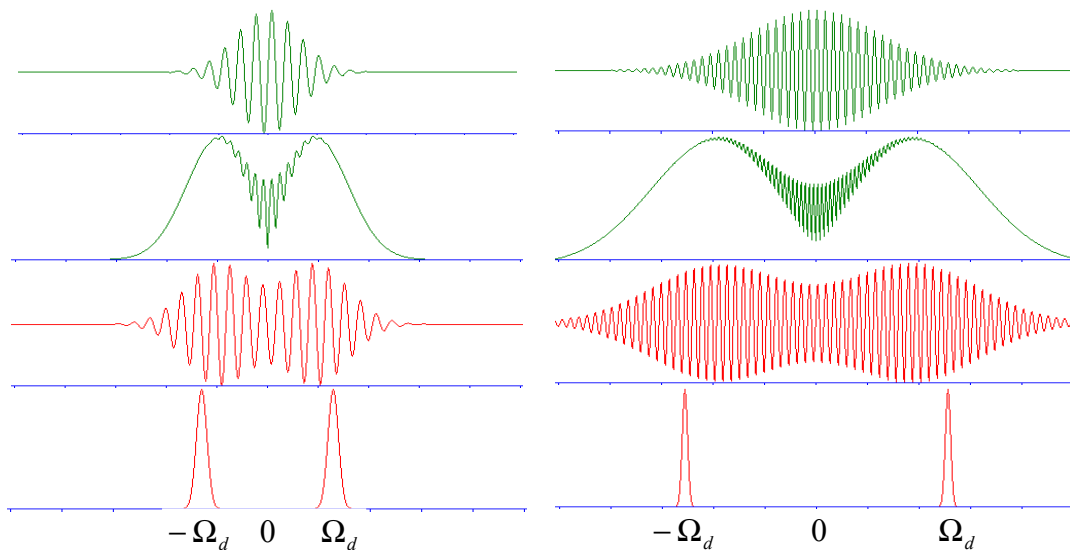


Рис. 7. Дисперсионная эволюция гауссовых импульсов с частотной модуляцией
Сверху вниз: начальная форма НЧС сигнала; модуль сигнала на расстоянии 25 км от точки ввода в ОВ;
вещественная часть сигнала на расстоянии 25 км от точки ввода в ОВ; модуль спектральной плотности
сигнала на расстоянии 50 км

Используя табличные интегралы [33] и применяя теорему модуляции, получим выражение для спектральной плотности и энергетического спектра:

$$G_m(\Omega) = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{\sigma_m^2(\Omega \pm \Omega_{d,m})^2}{2}\right], \quad G_m^2(\Omega) = \frac{1}{4} \exp\left[-\sigma_m^2(\Omega \pm \Omega_{d,m})^2\right]. \quad (85)$$

Далее ограничимся рассмотрением только положительной части спектров на частоте $\omega_0 + \Omega_{d,m}$ в силу симметрии получаемых решений. Равное дисперсионное удлинение импульсов с НЧС (84) будет определяться системой уравнений:

$$D_m = \frac{\exp(\Omega_{d,m}^2 \sigma_m^2) \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 \exp(-\sigma_m^2 \Omega^2 + 2\sigma_m^2 \Omega \Omega_{d,m}) d\Omega}{\exp(\Omega_{d,m}^2 \sigma_m^2) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\sigma_m^2 \Omega^2 + 2\sigma_m^2 \Omega \Omega_{d,m}) d\Omega} = D, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (86)$$

Используя табличные интегралы для уравнений (86), после тождественных преобразований приведем их к виду:

$$D_m = \frac{4\sigma_m^4 \Omega_{d,m}^2 + 2\sigma_m^2}{4\sigma_m^4} = \Omega_{d,m}^2 + \frac{1}{2\sigma_m^2} = D. \quad (87)$$

Как видим, полученная система уравнений (87) хорошо согласуется с ранее сделанными предположениями. В самом деле, чем больше значение параметра $\Omega_{d,m}^2$, тем больше должно быть значение параметра σ_m^2 , что означает: в частотной области «боковушки» спектра должны быть более узкими, а во временной области импульс должен быть более протяженным. Также эти уравнения хорошо согласуются с условием (81) баланса параметра неортогональности.

Можно рассматривать различные системы функций, удовлетворяющих условиям (87). Остановимся на достаточно общем случае, когда шкала поднесущих частот строится по правилу $\Omega_{d,m} = \Omega_{d,1} \sqrt{f(m)}$, где $f(m)$ – монотонно возрастающая функция, причем $f(1) = 1$. Также положим, что СКО огибающей НЧС во временной области для импульса порядка 1 определяется зависимостью: $\sigma_1^2 = 1/(2\alpha \Omega_{d,1}^2)$. Тогда из уравнений (87) следует, что СКО огибающей импульса порядка m во временной области должно удовлетворять условию:

$$f(m)\Omega_{d,1}^2 \sigma_m^2 + \frac{1}{2\sigma_m^2} = \Omega_{d,1}^2 + \alpha \Omega_{d,1}^2 \Rightarrow \sigma_m^2 = \frac{1}{2\Omega_{d,1}^2 [1 + \alpha - f(m)]}. \quad (88)$$

Решение уравнений вида (88) имеет смысл, если $1 + \alpha - f(m) > 0$. С учетом ранее сделанных предположений это условие выполняется, если для наибольшего порядка импульса выполнено $\alpha = f(M)$. Подбор параметра α и системы функций $f(m)$ требует, вообще говоря, решения непростой вариационной задачи оптимизации. Ограничимся частным случаем, пользуясь известным соотношением для СКО гауссова импульса (84) во временной области σ и в частотной области $\zeta = 1/\sigma$. Из уравнений (28) следует, что СКО модулей спектральной плотности должны удовлетворять уравнениям:

$$\zeta_m = \Omega_{d,1} \sqrt{2[1 + f(M) - f(m)]}. \quad (89)$$

При этом надо соблюсти некоторый баланс между распределением поднесущих в частотной области (они не должны располагаться слишком плотно), начальной длительностью импульсов и шириной спектра. Не идеальным, но компромиссным представляется вариант, когда $f(m) = m$. Расчеты параметров сигналов для этого случая и для циклической частоты $F_1 = \Omega_{d,1} / 2\pi = 20 \text{ ГГц}$ при $M = 8$ даны в таблице 2.

Таблица 2

Параметры системы гауссовых импульсов равного дисперсионного удлинения

m	$F_m, \text{ ГГц}$	$\Omega_m, 2\pi \cdot 10^9 \text{ рад/с}$	$\sqrt{2[1 + f(M) - f(m)]}$	$\zeta_m / 2\pi, \text{ ГГц}$	$\sigma_m, \text{ нс}$
1	2,0000E+01	1,2566E+02	4,0000E+00	8,0000E+01	1,2500E+01
2	2,8284E+01	1,7771E+02	3,7417E+00	7,4833E+01	1,3363E+01
3	3,4641E+01	2,1765E+02	3,4641E+00	6,9282E+01	1,4434E+01
4	4,0000E+01	2,5132E+02	3,1623E+00	6,3246E+01	1,5811E+01
5	4,4721E+01	2,8098E+02	2,8284E+00	5,6569E+01	1,7678E+01
6	4,8990E+01	3,0780E+02	2,4495E+00	4,8990E+01	2,0412E+01
7	5,2915E+01	3,3247E+02	2,0000E+00	4,0000E+01	2,5000E+01
8	5,6569E+01	3,5542E+02	1,4142E+00	2,8284E+01	3,5355E+01

Анализ табл. 2 показывает, что центральные частоты НЧС импульсов разнесены с достаточно большим для частотной фильтрации шагом. Во временной области ширина начальных импульсов также является сбалансированной: по уровню 0,5 от амплитуды этот параметр изменится менее чем на порядок. Также заметим, что система параметров по таблице 2 для случая дисперсии групповых скоростей не зависит от материала ОВ и от несущей ω_0 .

9. Методы воспроизведения гауссовых импульсов в оптическом диапазоне

Методика формирования оптических сигналов с НЧС заданной формы дана в работах [37-39]. Здесь приведем коротко основные положения. Проблема управления формой сигнала применительно к ВОСП имеет главный аспект: быстродействие. Считается [16], что STM-256 – предельный уровень STM, который еще допускает управление формой сигналов с помощью электронных устройств. Полупроводниковые элементы оказываются неэффективными из-за недопустимо большой длительности переходных процессов. Поэтому для формирования НЧС сигналов малой длительности принципиально использование в основном оптических компонентов [22]. Поскольку управление такими оптическими компонентами, как оптические усилители все равно осуществляется электронными устройствами, желательно параметры таких устройств перестраивать не чаще, чем один раз в течение такта. Примерно такой подход к формированию импульсов Найквиста рассмотрен в работе [17]. При этом авторы работы предлагают управлять начальной формой сигнала за счет формирования его спектральных характеристик, а распознавание сигналов на стороне приема осуществлять во временной области. Мы пойдем инверсным путем: формирование НЧС сигнала будем осуществлять во временной области, а его распознавание на стороне приема – в частотной области. Аргументом в пользу такого подхода является устойчивость энергетического спектра оптических сигналов.

Реализация алфавита сигналов (84) требует управления параметрами амплитуды для обеспечения условия равенства энергий, частотой поднесущей $\Omega_{d,m}$ и параметром начальной длительности импульса σ_m . Наиболее проблематичным здесь представляется именно управление длительностью импульса. Источник излучения (лазер) дает на выходе импульс определенной формы, который легко усилить или ослабить с помощью, например, аттенуаторов или усилителей Фарби-Пьеро [12], но уж никак не растянуть или сжать по длительности. Общая схема устройства, реализующего принцип управления формой НЧС, дана на рис. 8.

Принципиально важной для реализации предлагаемого принципа управления формой НЧС является начальная форма сигнала, которая задается характеристиками электромагнитного поля импульса лазера (ИЛ). В данной статье ограничимся случаем, когда форма ИЛ моделируется опять-таки гауссовой функцией. Разные лазеры дают ИЛ приблизительно такой формы с длительностью от 3 фс до 300 пс [40]. К сожалению, конкретный тип лазера дает импульс только определенной длительности.

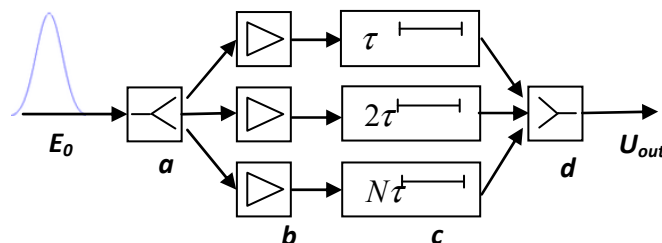


Рис. 8. Принципиальная схема устройства воспроизведения оптического сигнала с НЧС заданной формы

E_0 – импульс лазера (ИЛ); а – оптический демультиплексор (сплиттер); б – оптические усилители; с – прецизионные линии задержки; d – оптический мультиплексор (сумматор); U_{out} – оптический сигнал на выходе устройства

Устройства, построенные по принципу рис. 8 позволяют решать задачу управления несколькими параметрами НЧС оптических сигналов, в том числе и их начальной длительностью. По крайней мере, это справедливо, если ИЛ имеет форму гауссова импульса. Общая идея заключается в том, что гауссов импульс можно использовать как некоторый аналог функции отсчетов по теореме Найквиста-Котельникова [41]. Данное положение иллюстрирует рис. 9, где показана аппроксимация прямоугольного импульса суммой сдвинутых гауссовых импульсов.

Как видно из рис. 9, уже при небольшом количестве отсчетов в виде гауссовых импульсов (порядка 64) спектр сигнала воспроизводится практически идеально. Прямоугольный импульс является одним из самых «неудобных» с точки зрения точности аппроксимации гауссовыми импульсами из-за краевых эффектов на его границах. Но если есть возможность аппроксимации гауссовыми импульсами прямоугольного импульса, то отсюда следует, что эти же гауссовы импульсы можно использовать для аппроксимации *любой* гладкой функции. Это положение непосредственно следует из определения интеграла Римана.

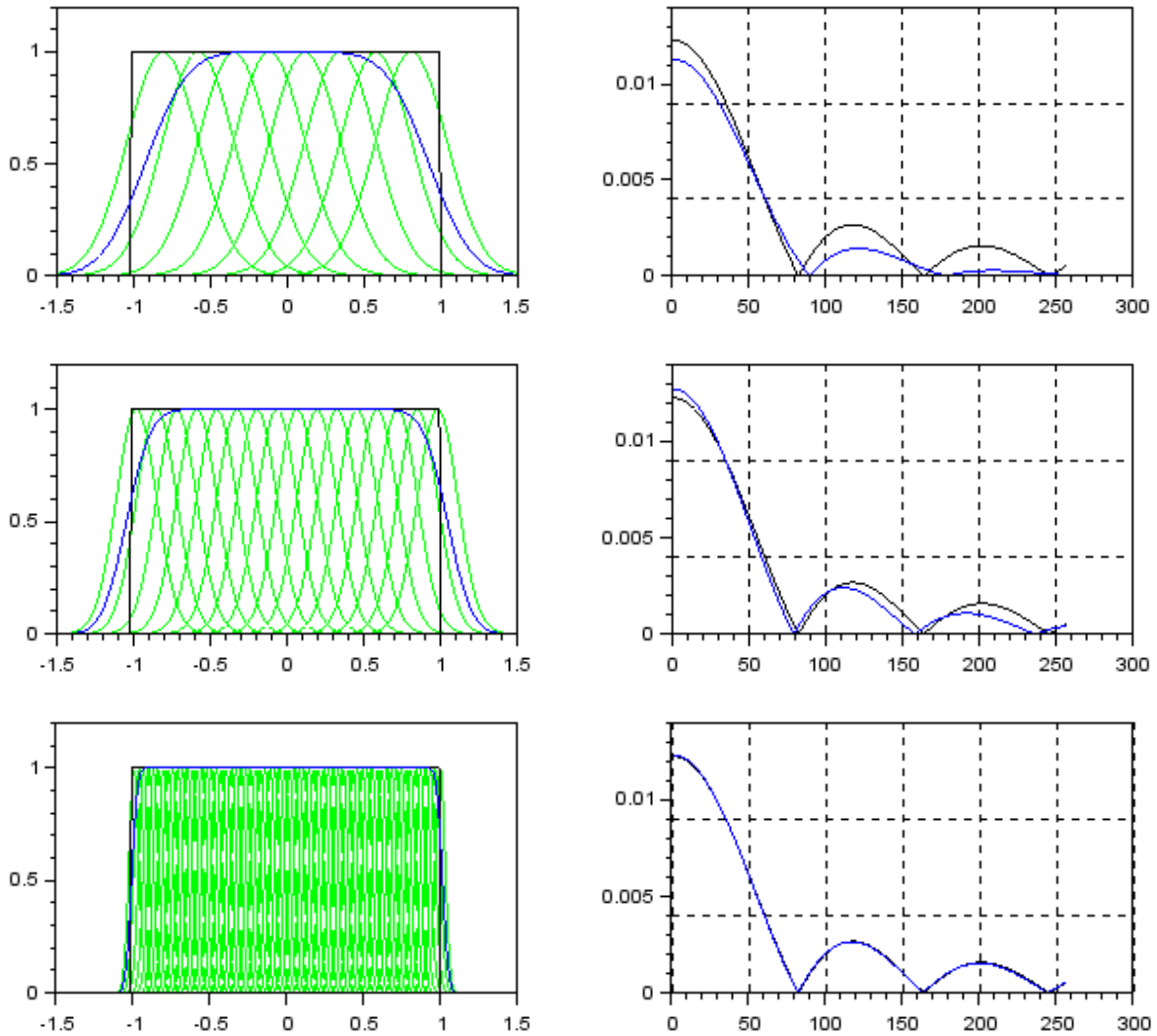


Рис. 9. Аппроксимация прямоугольного импульса пачками импульсов гауссовой формы
 Слева – аппроксимация во временной области, справа – аппроксимация в частотной области.
 Сверху вниз: аппроксимация 8-ю гауссовыми импульсами, аппроксимация 16-ю гауссовыми импульсами, аппроксимация 64-я гауссовыми импульсами

Доказательство возможности аппроксимации гладких функций последовательностями гауссовых импульсов одинаковой длительности основано на следующем предложении [37].

Теорема 4 (об аппроксимации единицы). При определенном выборе параметров A, τ, σ последовательность функций

$$f_M(t) = A \sum_{-M}^M \exp \left[-\frac{(t - m\tau)^2}{2\sigma^2} \right] \tag{89}$$

поточечно сходится к функции $f(t) = \text{rect}[-1,1]$ при $M \rightarrow \infty$.

Из поточечной сходимости следует сходимость в метриках L_1 и L_2 в выражении (89) при неограниченном возрастании числа отсчетов M . Из теоремы 4 следует, что для НЧС сигнала общего вида имеет местно сходимость на интервале $\pm \Delta T$:

$$U_M(t) = A \sum_{-M}^M U(m\tau) \exp \left[-\frac{(t - m\tau)^2}{2\sigma^2} \right] \rightarrow U(t), \quad M\tau = \Delta T, \tag{90}$$

где A – размерностный коэффициент, выбираемый из условий минимума ошибки аппроксимации, а также из условия баланса энергий.

Скорость сходимости рядов (90) зависит от свойств аппроксимируемой функции $U(t)$, а также от выбора параметров импульсов отсчетов. Расчеты показывают, что хороший вариант выбора параметра $\sigma = \Delta T / M$. Для такого варианта аппроксимация различных функций при $M = 13$ дана на рис. 10.

Оценки точности аппроксимации для функций, представленных на рис. 10 даны в таблице 3, из которой видно, что лучшее приближение при любом количестве импульсов отсчетов получается опять-таки

для гауссовой функции.

Таблица 3

Относительные ошибки аппроксимации различных функций гауссовыми импульсами отсчетов

M	$\text{rect}[-1,1](1-t^2)$	$\text{rect}[-1.5,1.5]\text{sinc}(2\pi)$	$\exp(-4t^2)$
10	8,0379E-03	7,9372E-02	4,8660E-03
50	7,6528E-05	1,6681E-04	2,0916E-05
100	4,2279E-05	1,0716E-04	1,5541E-05

Реализация принципа воспроизведения сигналов, показанная на рис. 8, требует выполнения условия ограничения РШС сигнала. Действительно, на входе устройства ИЛ должны иметь весьма короткую длительность, следовательно, значительную ширину в спектральной области. Положим, что длительность ИЛ приблизительно в 100 раз меньше, чем РДС аппроксимируемого сигнала (таблица 3). Соответственно, РШС ИЛ на входе устройства будет приблизительно в 100 раз больше, чем допускает ширина полосы пропускания канала передачи. Аппроксимация рядом (90) с точки зрения теории сигналов означает, что функция $U(t)$ приближается пачкой импульсов гауссовой формы, амплитуды которых модулируются значениями функции $U(t)$ в точках $\pm m\tau, m = 0, 1, \dots, M$. Можно ли утверждать, что при соответствующем выборе параметров аппроксимирующего ряда (90) его РШС будет в допустимых границах? В частных случаях можно, что мы сейчас покажем на примере гауссова сигнала.

Далее понадобится следующее вспомогательное предложение.

Лемма о квадрате суммы. Пусть имеется сумма неотрицательных чисел $Q = a_1 + a_2 + \dots + a_M$,

$a_m \geq 0, m = 1, \dots, M$. Тогда найдется такое число $\gamma: 1 \leq \gamma \leq 2$, что $Q^2 = \gamma \sum_{m=1}^M a_m^2$.

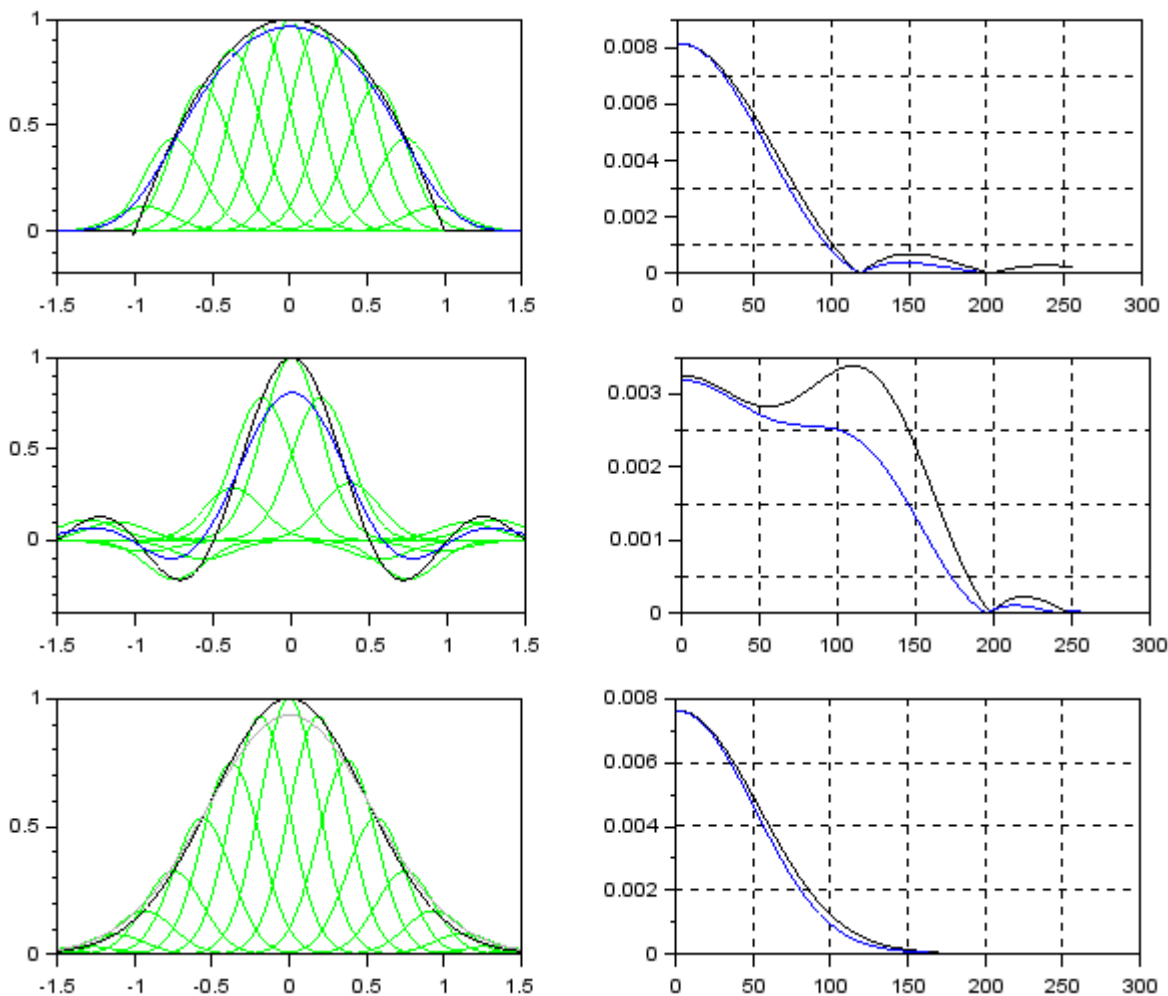


Рис. 10. Аппроксимация 13-ю гауссовыми импульсами различных функций

Слева – аппроксимация во временной области, справа – аппроксимация в частотной области;

сверху вниз аппроксимируемые функции: $\text{rect}[-1,1](1-t^2)$, $\text{rect}[-1.5,1.5]\text{sinc}(2\pi)$, $\exp(-4t^2)$

В самом деле, из неравенства Юнга следует, что $Q^2 \leq 2 \sum_{m=1}^M a_m^2$. С другой стороны, очевидно, что

$$Q^2 \geq \sum_{m=1}^M a_m^2 Q^2, \text{ то есть } \sum_{m=1}^M a_m^2 \leq Q^2 \leq 2 \sum_{m=1}^M a_m^2, \text{ что и доказывает лемму.}$$

Положим, что сигнал гауссовой формы аппроксимируется рядом (90) взвешенных гауссовых импульсов (модулированной пачкой коротких импульсов лазера). Аппроксимация выполняется на интервале $\pm \Delta T$. Параметры аппроксимируемого сигнала выбираются по правилу « N сигм», $N \geq 3$. Соответственно, параметр β аппроксимируемого сигнала

$$U(t) = B \exp\left(-\frac{t^2}{2\beta^2}\right) \quad (91)$$

отвечает условию $\beta = \Delta T / N$. Пусть функция отсчетов (в прикладном плане – импульс лазера) дана в виде: $u_0(t) = A \exp(-t^2 / 2\sigma^2)$. Тогда аппроксимирующий ряд имеет, соответственно, вид:

$$U_M(t) = \sum_{m=-M}^M U(m\tau)u_0(t-m\tau) = AB \sum_{m=-M}^M \exp\left(\frac{m^2\tau^2}{\beta^2}\right) \exp\left[-\frac{(t-m\tau)^2}{\sigma^2}\right], \quad (92)$$

где τ – относительный шаг линий задержки по рис. 8. В данной модели $\tau = \Delta T / M$. При этом $M \gg N$. Далее принимаем для импульсов отсчетов параметр $\sigma = \tau$. В этих условиях справедливо следующее предложение.

Теорема 5 (о сжатии спектров). В сформулированных выше условиях аппроксимируемый сигнал $U(t)$ и аппроксиманта $U_M(t)$ имеют одну и ту же эффективную ширину спектра, если их энергии одинаковы. Докажем это предложение.

Применяя табличные интегралы [33,36] получаем выражение для энергии сигнала $U(t)$:

$$E_U = \int_{-\infty}^{\infty} U^2(t)dt = \frac{B^2\sqrt{\pi}}{\beta}. \quad (93)$$

Применяя Лемму о квадрате суммы, получим после несложных тождественных преобразований выражение для энергии аппроксиманты:

$$E_M = \int_{-\infty}^{\infty} U_M^2(t)dt = \frac{A^2 B^2 \sqrt{\pi}}{\sigma} \gamma Q, \quad 1 \leq \gamma \leq 2, \quad Q = \sum_{m=-M}^M \exp\left(-\frac{m^2\sigma^2}{\beta^2}\right). \quad (94)$$

С учетом сформулированных условий параметры аппроксимируемого сигнала $U(t)$ и импульса отсчетов $u_0(t)$ находятся в соответствии: $\beta = \frac{M}{N} \sigma$, $\sigma = \frac{N}{M} \beta$. Тогда выражение (94) можно представить в виде:

$$E_M = \frac{A^2 B^2 \sqrt{\pi}}{\beta} \frac{M}{N} \gamma Q, \quad 1 \leq \gamma \leq 2, \quad Q = \sum_{m=-M}^M \exp\left(-\frac{m^2 N^2}{M^2}\right). \quad (95)$$

Сравнивая выражения для энергий (93) и (95) получим, что условие их равенства $E_U = E_M$ требует, чтобы размерностный коэффициент A отвечал требованию:

$$A^2 = \frac{N}{M} \frac{1}{\gamma Q}. \quad (96)$$

Далее, не снижая общности доказательства, будем полагать энергии единичными: $E_U = E_M = 1$. Тогда спектральная плотность и эффективная ширина спектра для сигнала $U(t)$ будут:

$$G_U(\omega) = B\beta\sqrt{2\pi} \exp\left(-\frac{\omega^2\beta^2}{2}\right), \quad \Delta\Omega_U^2 = \frac{B^2\sqrt{\pi}}{2\beta}. \quad (97)$$

Для аппроксиманты с учетом теоремы запаздывания получим выражение для спектральной плотности:

$$G_M = AB\sigma\sqrt{2\pi} \exp\left(-\frac{\omega^2\sigma^2}{2}\right) \sum_{m=-M}^M \exp(-j\omega m\sigma) \exp\left(-\frac{m^2 N^2}{2M^2}\right). \quad (98)$$

Применяя лемму о квадрате суммы, получим из выражения (98) формулу для эффективной ширины спектра аппроксиманты:

$$\Delta\Omega_M^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_M^2(\omega) d\omega = \frac{A^2 B^2 \sqrt{\pi}}{2\sigma^2} \gamma Q = \frac{B^2 \sqrt{\pi}}{2\beta} A^2 \frac{M}{N} \gamma Q, \quad Q = \sum_{m=-M}^M \exp\left(-\frac{m^2 N^2}{M^2}\right). \quad (99)$$

Сравнивая выражения (97) и (99) и учитывая условие равенства энергий (96) получим, что $\Delta\Omega_M^2 = \Delta\Omega_U^2$. Тем самым, теорема доказана.

Прикладной смысл теоремы 5 заключается в том, что имеется принципиальная возможность пачками импульсов с весьма широким спектром формировать суммарный сигнал по схеме рис. 8 с достаточно узким спектром для передачи по узкополосным каналам.

Проблематичным, однако, оказывается реализация системы линий задержки с прецизионным шагом. Здесь важен анализ параметров. Если положить, как это обычно и делается, что база импульса имеет порядок единицы, то для сигнала в полосе порядка 100 ГГц начальная длительность импульса будет иметь порядок 10 пс. Для гауссова импульса, как показано выше, база еще меньше. То есть, мы говорим о начальных длительностях оптических импульсов порядка 1-10 пс. При аппроксимации заданной формы сигнала с большой точностью (табл. 3) надо использовать 50-100 импульсов отсчетов. Соответственно, относительная задержка τ должна иметь порядок 10-100 фс.

Один из возможных методов реализации таких систем линий задержки дан в работах [38, 39]. Суть метода заключается в использовании линий задержки в виде коротких отрезков ОВ одинаковой физической длины с различными параметрами сердцевины. Точнее, с разной групповой скоростью распространения сигнала в ОВ. Данного результата можно достичь прецизионным легированием состава сердцевины ОВ различными добавками. Для определения концентрации добавок важным является решения задачи установления зависимости групповой скорости, как от состава материала сердцевины ОВ, так и от частоты. В качестве исходных данных использована трехчленная формула Селмейера для коэффициента преломления [43]. Графики зависимостей группового коэффициента преломления и групповой скорости для разных составов материала ОВ представлены на рис. 11 и рис. 12.

В данном случае рассматривается только легирование основного состава SiO₂ добавками двуокиси германия GeO₂. Метод структурной идентификации по малой выборке [42] двухпараметрической зависимости группового коэффициента преломления от частоты и концентрации легирующих добавок дает в данном случае следующую модель:

$$n_{gr}(\omega, \mu) = 1,5035E+00 - 6,6031E-05 \cdot \omega + 3,2447E-08 \cdot \omega^2 - 4,6630E-12 \cdot \omega^3 + \\ + (1,2998E-01 + 2,1283E-05 \cdot \omega + 7,6240E-09 \cdot \omega^2 + 1,9426E-12 \cdot \omega^3) \mu + \\ + (-7,0069E-01 + 8,7468E-04 \cdot \omega - 3,8480E-07 \cdot \omega^2 + 6,1189E-11 \cdot \omega^3) \mu^2, \quad (100)$$

где значения частоты ω имеют размерность Трад/с, а параметр μ концентрации GeO₂ берется как массовая доля (процентное содержание, разделенное на 100).

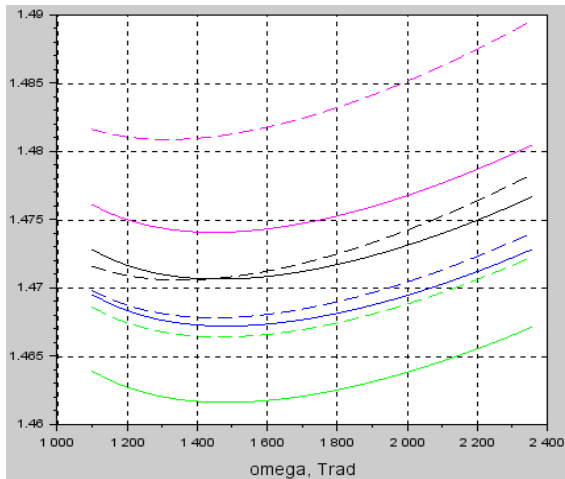


Рис. 11. Зависимость группового коэффициента преломления от частоты и содержания примеси GeO₂ (чем выше график, тем больше содержание примеси: 0%, 3,1%, 3,5%, 4,1%, 5,8%, 7,0%, 7,9%, 13,5%)

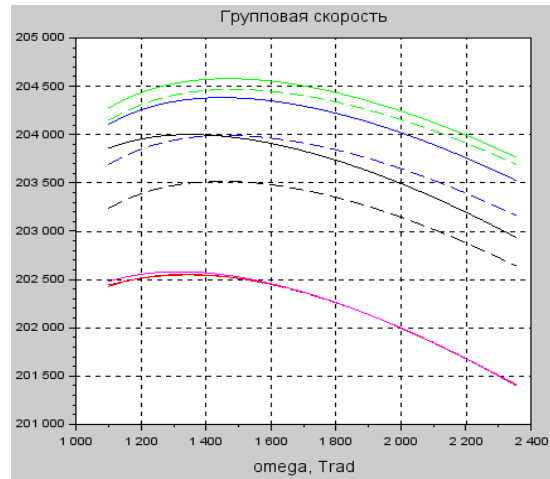


Рис. 12. Зависимость групповой скорости от частоты и содержания примеси GeO₂ (чем ниже график, тем больше содержание примеси: 0%, 3,1%, 3,5%, 4,1%, 5,8%, 7,0%, 7,9%, 13,5%)

Положим, что все линии задержки имеют одинаковую длину L , а шаг задержки τ регулируется легирующими добавками. С учетом порядков величин в формуле (100) можно ограничиться линеаризованной зависимостью относительного шага приращения задержки:

$$\tau = \frac{L}{c} n_{gr}(\omega_0, \mu_0 + \Delta\mu) - \frac{L}{c} n_{gr}(\omega_0, \mu_0) \approx \frac{L}{c} \frac{dn_{gr}(\omega_0, \mu_0)}{d\mu} \Delta\mu, \quad (101)$$

где ω_0 – фиксированная частота; μ_0 – центральное значение концентрации легирующих добавок; $\Delta\mu$ – малое приращение концентрации относительно центрального значения.

Для конкретного примера положим центральное значение концентрации 5% ($\mu_0 = 0,05$). После дифференцирования зависимости (100) получим расчетную формулу:

$$\tau(\omega_0, \mu_0) = (5,9912E-02 + 1,0875E-04 \cdot \omega_0 - 3,0856E-08 \cdot \omega_0^2 + 8,0615E-12 \cdot \omega_0^3) \cdot \Delta\mu. \quad (102)$$

Результаты расчетов по формуле (102) приведены в таблицах 4 и 5. Анализ этих таблиц показывает следующее. Требуемый шаг τ задержек 100 фс (10^{-13} с) обеспечивается на длине линий порядка 0,3 м приращением концентрации GeO₂ порядка 1%. Точность легирования при этом должна составлять 0,01%.

Таблица 4

Значения шага задержки τ для длины волны 1530 нм ($\omega_0 = 1232$ Трад/с)

$\Delta\mu$	Шаг задержки на длине линий L , м				
	0,03	0,1	0,3	1,0	3,0
0,01	1,6213E-13	5,4044E-13	1,6213E-12	5,4044E-12	1,6213E-11
0,001	1,6213E-14	5,4044E-14	1,6213E-13	5,4044E-13	1,6213E-12
0,0001	1,6213E-15	5,4044E-15	1,6213E-14	5,4044E-14	1,6213E-13
0,00001	1,6213E-16	5,4044E-16	1,6213E-15	5,4044E-15	1,6213E-14

Таблица 5

Значения шага задержки τ для длины волны 1570 нм ($\omega_0 = 1911$ Трад/с)

$\Delta\mu$	Шаг задержки на длине линий L , м				
	0,03	0,1	0,3	1,0	3,0
0,01	1,5995E-13	5,3317E-13	1,5995E-12	5,3317E-12	1,5995E-11
0,001	1,5995E-14	5,3317E-14	1,5995E-13	5,3317E-13	1,5995E-12
0,0001	1,5995E-15	5,3317E-15	1,5995E-14	5,3317E-14	1,5995E-13
0,00001	1,5995E-16	5,3317E-16	1,5995E-15	5,3317E-15	1,5995E-14

Такие параметры вполне достижимы при существующей технологии изготовления ОВ методом осаждения из газообразной смеси. В таблицах 4 и 5 даны значения для длин волн, отличающихся на 40 нм. В окрестности окна прозрачности 1550 нм это соответствует ширине полосы 4ТГц. В эту полосу полностью укладывается 40 частотных каналов шириной 100 ГГц по частотному плану G.692 [12]. При этом для крайних значений длин волн различие шага задержки не превышает 2%. Таким образом, предлагаемый метод обеспечивает достаточную широкополосность в области отдельной несущей.

10. Метод распознавания оптических сигналов в частотной области

Тождество (45) показывает, что энергетический спектр является устойчивой характеристикой оптического сигнала по отношению к материальной дисперсии. Конечно, форма энергетического спектра на стороне приема будет зависеть и от неравномерности коэффициента затухания по частоте. Более того, показано, что неравномерность коэффициента затухания приводит к дополнительному увеличению длительности оптического импульса [11]. Ограничиваясь рассмотрением узкополосной ВОСП, будем пренебрегать этими эффектами.

Идея метода распознавания сигналов в частотной области сводится к сравнению спектра сигнала на входе приемного устройства с опорным спектром [15]. Принципиальная схема устройства, реализующего данный метод, дана на рис. 13.

На рис. 13 компонент в виде дифракционной решетки (ДР) показан условно. На самом деле необходим компонент, выделяющий составляющие энергетического спектра с очень высокой разрешающей способностью.

Ориентировочно можно считать, что в окне прозрачности 1550 нм полоса частот 100 ГГц канала STM-16 соответствует полосе в области длин волн порядка 1 нм. Для различения спектров разных ОИ требуется разрешающая способность, которая позволила бы выделить 50...100 энергетических компонент спектра. То есть, разрешающая способность устройства, названного на рис. 13 ДР, должна иметь порядок 0,01 нм, или примерно 10 пм.

Даже прецизионные ДР с количеством линий порядка 10000 на один миллиметр далеки от возможности такого разрешения. В то же время, принципиальная возможность решения данной задачи уже обеспечена технологически. Например, серийно выпускаемый портативный спектрометр [44] обеспечивает разрешающую способность порядка 15 пм. Таким образом, принципиальная возможность разрешения алфавитов сигналов по таблице 2 существует при современном уровне развития техники.

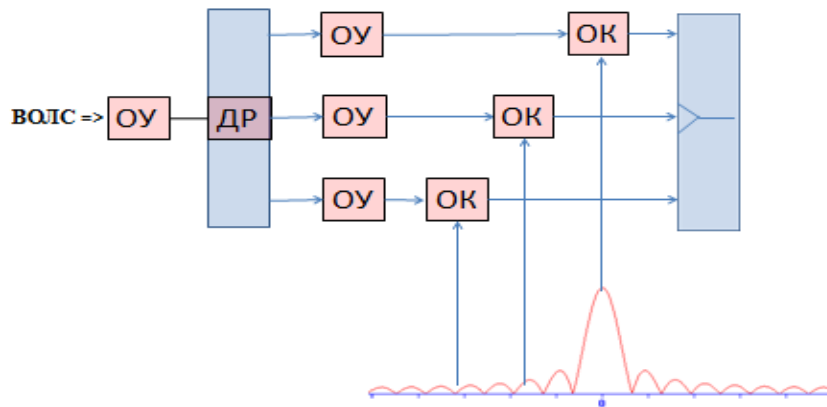


Рис. 13. Принцип различия ОИ в частотной области:
 ОУ – оптический усилитель; ОК – оптический компаратор; ДР – дифракционная решетка

11. Передача алфавитов оптических сигналов в сверхширокополосных системах

Применение метода сигнального уплотнения в сверхширокополосных системах передачи, когда используется весь доступный оптический диапазон от 0,8 мкм до 1,8 мкм (приблизительно от 165 ТГц до 375 ТГц) требует учета эффекта существенной относительной задержки энергетических центров импульсов за счет разницы групповых скоростей. В модели зависимости коэффициента преломления от частоты групповая скорость определяется:

$$V_{gr}(\omega) = c / n_{gr}(\omega), \quad n_{gr}(\omega) = n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}, \quad (103)$$

где $n_{gr}(\omega)$ – зависимость группового показателя преломления от частоты.

В линейном приближении относительная задержка энергетических центров импульсов с разнесенными несущими на величину $\Delta\omega$ на расстоянии z будет определяться выражением:

$$\Delta t(z, \Delta\omega, \omega_0) = z \left(\frac{1}{V_{gr}(\omega_0)} - \frac{1}{V_{gr}(\omega_0 + \Delta\omega)} \right) \approx z \Delta\omega dV(\omega_0), \quad dV(\omega_0) = \frac{1}{V_{gr}^2(\omega_0)} \frac{dV_{gr}(\omega_0)}{d\omega}, \quad (104)$$

где $dV(\omega_0)$ – удельный коэффициент дисперсии групповых скоростей (УКДГС)

Пример зависимости УКДГС для одного из вариантов состава кварцевого стекла представлен на рис. 14. Анализ этого графика показывает, что порядок УКДГС может достигать по модулю значений 10...40 пс/(ТГц*км), то есть порядка 1...4 единиц в расчете на ширину узкополосного частотного канала шириной 100 ТГц, что дает для средних частот диапазона примерно 0,8...3,6 пс/(нм*км). По сравнению с типичными значениями материальной дисперсии 3...20 пс/(нм*км) [13] это значение можно считать малым.

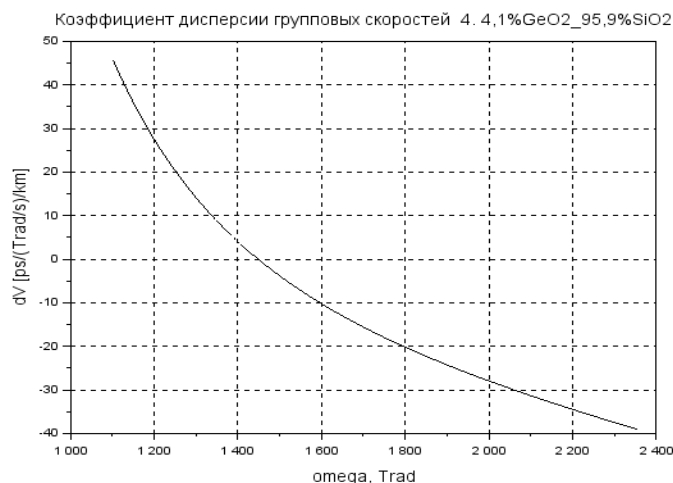


Рис. 14. Зависимость УКДГС от частоты

В то же время, в случае разнесения несущих частот на 10...100 ТГц эффект «гонок» за счет разницы групповых скоростей оказывается преобладающим с точки зрения скорости передачи информации.

Учет этого эффекта в сверхширокополосных системах передачи очевидно требует:

- организации различных логических каналов для существенно различных несущих;
- промежуточной буферизации в точках регенерации потоков данных, передаваемых в различных

логических каналах с разной групповой скоростью;

- или, как вариант, продления логических каналов по всей трассе передачи.

Теоретически возможен способ передачи данных из разных логических каналов с чередованием несущих на последующих регенерационных участках. Однако такой способ на практике потребует приблизительно равных длин регенерационных участков, что едва ли осуществимо для уже созданных систем передачи.

Вместе с тем, имеется возможность уравнивания дисперсий в зеркальных частотных каналах, которые могут быть объединены в один логический канал передачи. При этом спектральную плотность в одном логическом канале можно удвоить (рис. 15). Здесь линия 1 – изолиния равных групповых скоростей; линии 2 и 3 – абсциссы зеркальных частот равных групповых скоростей.

Уплотнение сигнальным методом требует решения принципиально разных задач для узкополосных сигналов и сигналов, значительно разнесенных по частоте. Практическая реализация предлагаемых решений (разработка канального плана и сигнального плана) требует также учета неравномерности коэффициента затухания по частоте и других существенных факторов.

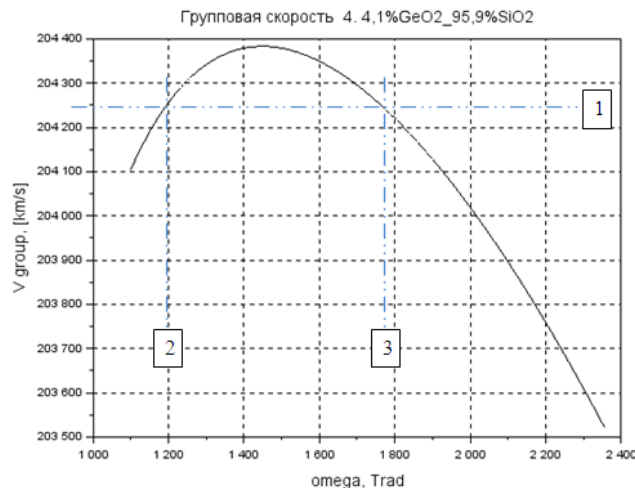


Рис. 15. Зависимость групповой скорости от частоты

Интересно, что эффект «гонок» групповых скоростей можно использовать для повышения энергетической эффективности ВОСП. В самом деле, суммирование энергий импульсов на стороне передачи из большого числа частотных каналов может привести к недопустимым эффектам на входе в ОВ. Могут сказаться нелинейные эффекты, а мгновенная мощность вообще может оказаться столь большой, что волокно просто расплавится. Идея уменьшения этих эффектов сводится к распределению импульсов из разных логических каналов во временной области таким образом, чтобы на стороне передачи импульсы в одном такте были разнесены так, чтобы на сторону приема они пришли бы примерно в один момент времени. Поскольку на стороне приема энергия суммарного сигнала пренебрежимо мала по сравнению с его энергией на стороне передачи, такой метод может дать положительные эффекты в реальных ВОСП.

Заключение

В заключение следует поклониться гению великого ученого Карла Фридриха Гаусса (1777-1855), который, кроме математических открытий сделал, пожалуй, первое изобретение в области электросвязи – изобрел электрический телеграф. Мы же здесь представляем довольно скромные результаты, основанные на его теоретических представлениях. К таким результатам, возможно, обладающим свойством небольшой научной новизны, отнесем:

- введены и обоснованы показатели расчетной длительности импульса, расчетной ширины спектра и расчетной базы импульса;
- дано доказательство минимальности базы гауссова импульса;
- введен и обоснован показатель приведенной базы, который учитывает устойчивость энергетического спектра сигнала к материальной дисперсии;
- дано доказательство минимальности приведенной базы гауссова импульса;
- дан сравнительный анализ дисперсионного удлинения гауссовых импульсов и импульсов Найквиста-Котельникова;
- показан конкретный вариант сигнального уплотнения ВОСП с использованием алфавитов гауссовых импульсов с амплитудной модуляцией и частотной манипуляцией;
- дано доказательство теорем, обосновывающих возможность формирования вторичных алфавитов сигналов на основе первичных алфавитов, что позволяет существенно увеличить спектральную эффективность ВОСП;
- дано доказательство теоремы о сжатии спектра пачки гауссовых импульсов;
- обоснована принципиальная возможность повышения скорости передачи данных ВОСП примерно в 8 раз при использовании существующих ЛКС;

- разработан метод синтеза моделей зависимостей различных функций коэффициента преломления от частоты и состава легирующих добавок;
- показана принципиальная возможность реализации метода распознавания оптических сигналов в частотной области;
- показана возможность передачи данных в сверхширокополосных ВОСП с учетом эффекта «гонок» групповых скоростей.

Автор выражает благодарность своим коллегам-соавторам, которые приняли участие в ряде цитируемых публикаций, выполнив расчеты с использованием платформы SciLab.

Литература

1. BigData шагает по планете. Количество данных в мире удваивается каждые два года [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://rg.ru/2013/05/14/infa-site.html>.
2. Информационный взрыв [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://ru.wikipedia.org/wiki/Информационный_взрыв.
3. Информация по Шеннону [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://economy-ru.info/info/192695>.
4. Total Traffic Statistics. Live statistics showing total aggregate volume of all parties connected to AMS-IX. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://stats.ams-ix.net/index.html>.
5. Оптокон Украина: SDH / PDH / E1 оборудование [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://optokon.ua/catalog/sdh-pdh-e1>.
6. Скидин А.С. Разработка эффективных методов кодирования для повышения пропускной способности современных линий волоконно-оптической связи : дисс. ... канд. физ.-мат. наук / А.С. Скидин [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.dissercat.com/content/razrabotka-effektivnykh-metodov-kodirovaniya-dlya-povysheniya-propusknoi-sposobnosti-sovreme>.
7. Патент РФ № 0002572363 Волоконно-оптическая система связи [Электронный ресурс / В.И. Терешков, О.Е. Наний, В.В. Гайнов, А.Г. Новиков. – 10.01.2016. – Режим доступа : <https://edrid.ru/rid/216.013.9f16.html>.
8. Тихвинский В.О. Спектральная эффективность систем мобильной связи [Электронный ресурс] / В.О. Тихвинский, С.В. Терентьев, В.И. Минаев. – Режим доступа : <https://refdb.ru/look/1684753.html>.
9. 20 Tbit/s transmission over 6860 km with sub-Nyquist channel spacing / J. Cai, C.R. Davidson, A. Lucero et al. // *Journal of Lightwave Technology*. – 2012. – Vol. 30. – P. 651–657.
10. Установлен новый рекорд скорости передачи данных по оптоволокну [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://www.dailytechinfo.org/infotech/10161-ustanovlen-novyuy-rekord-po-skorosti-peredachi-dannyh-po-optovoknu.html>.
11. Одегов Н.А. Операторы дисперсии и согласованные оптические сигналы / Н.А. Одегов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2017. – № 5. – С. 211–220.
12. Макаров Т.В. Когерентные волоконно-оптические системы передачи / Макаров Т.В. – Одесса : ОНАС им. А.С. Попова, 2009. – 220 с.
13. Бондаренко О.В. Волоконно-оптические кабели. Теоретические основы, конструирование и расчет, технология производства и эксплуатация : монография. / О.В. Бондаренко, Д.В. Иоргачев, А.Ф. Данченко, А.В. Усов. – Одесса : Астропринт, 2000. – 536 с.
14. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика / Агравал Г. – М. : Мир, 1996. – 323 с.
15. Одегов М.А. Метод розрізнення оптичних сигналів в частотній області / М.А. Одегов, О.П. Младінов // Матеріали 72-ї наук.-техн. конференції професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів, 13-15 грудня 2017 р., Одеса. – С. 53–55.
16. Скларов О.К. Волоконно-оптические сети и системы связи / О.К. Скларов. – М. : СОЛОН-пресс, 2009. – 272 с.
17. Marcelo A. S. Optical sinc-shaped Nyquist pulses of exceptional quality / Marcelo A. Soto., Mehdi Alem, Mohammad Amin Shoaie, Armand Vedadi, Camille-Sophie Bres, Luc Thevenaz & Thomas Schneider – *NATURE COMMUNICATIONS* | 4:2898 | DOI: 10.1038/ncomms3898: Macmillan Publishers Limited – 2013, pp. 1–11.
18. Бурдин В.А. Компенсация хроматической дисперсии на регенерационных участках линий передачи сетей связи / В.А. Бурдин // *Электросвязь*. – 2006. – № 7. – С. 28–33. – ISSN 0013-5771
19. Одегов Н.А. Передача информации оптическими импульсами равной дисперсии / Н.А. Одегов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2017. – № 2. – С. 28–38.
20. Staschuk O. Method of determining the length of the amplifying section by four-wave mixing for the line based on the standard fiber / O. Staschuk, D. Bahachuk, I. Slobodianiuk, O. Yurieva // *Proceedings of the O.S. Popov ONAT*. – Odessa, 2017. – № 2. – С. 39–47.
21. Решетникова О.С. Оценка влияния фазовой самомодуляции на качество каналов ВОСП СРК с прямой модуляцией / О.С. Решетникова // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2012. – № 1. – С. 158–166.
22. Корнейчук В.И. Оптические системы передачи / В.И. Корнейчук, Т.В. Макаров, И.П. Панфилов. – Київ : Техніка, 1994. – 388 с.
23. Харкевич А.А. Спектры и анализ / А.А. Харкевич. – М. : Книжный дом «ЛИБКОМ», 2009. – 240 с.

24. Атомные часы [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://ru.wikipedia.org/wiki/>.
25. Мазур А.Д. Оценка параметров качества оптической системы передачи с поляризационным мультиплексированием / А.Д. Мазур, В.В. Педяш // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2018. – № 1. – С. 61–67.
26. Одегов Н.А. Передача информации оптическими импульсами равной длительности в условиях дисперсии высших порядков / Н.А. Одегов // Проблемы инфокоммуникаций. – Минск : Белорусская государственная академия связи, 2018. – № 1. – С. 5–12.
27. Одегов Н.А. Сверхширокополосная передача информации в волоконно-оптических линиях сигналами равной дисперсии / Н.А. Одегов // Матеріали 72-ї наук.-техн. конференції професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів 13-15 грудня 2017 р., Одеса. – С. 57–60.
28. Сукачев Э.А. Введение в теорию сигналов Найквиста / Э.А. Сукачев. – Одесса : Освіта України, 2016. – 108 с.
29. Одегов Н.А. Тестовые сигналы и показатели в задачах исследования материальной дисперсии / Н.А. Одегов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова – 2017. – № 1. – С. 124–131.
30. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов / Варакин Л.Е. – М. : Советское радио, 1970. – 376 с.
31. Вентцель Е.С. Теория вероятностей : учеб. для вузов / Вентцель Е.С. – 6-е изд. стер. – М. : Высшая школа, 1999. – 576 с.
32. Ширяев А.Н. Вероятность / Ширяев А.Н. – М. : Наука, 1980. – 576 с.
33. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Элементарные функции / Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. – М. : Наука, 1981. – 800 с.
34. Иванов В.А. Теория оптимальных систем автоматического управления / В.А. Иванов, Н.В. Фельдин. – М. : Наука, 1981. – 336 с.
35. Дифференциальные уравнения онлайн [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://math24.biz/differential_equation.
36. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М. : ГИФМЛ, 1963. – 1100 с.
37. Odegov N.A. Formation of a low-frequency component of an optical signal by pulses of a gaussian form / N.A. Odegov, D.M. Stepanov // Information and Telecommunication Sciences, 2018, Volume 9, Number 1: National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» – P. 26–33. – ISSN 2312-4121
38. Odegov N.A. Formation of picosecond optical pulses of the assigned structure using precision lines of delay // N.A. Odegov, I.V. Starenkiy, V.V. Kostjuk ISSN 0131-8675 / Proceeding of the O.S. Popov ONAT. – 2018. – № 1. – P. 34–43.
39. Одегов Н.А. Методика синтеза моделей зависимостей дисперсионных характеристик от частоты и состава оптического волокна / Н.А. Одегов, А.А. Грушенко, В.В. Костюк, Р.С. Резник Р.С. // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2018. – № 1. – С. 68–76.
40. Теория синхронизации мод [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://laserportal.ru/content_890.
41. Котельников В. А. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи / В.А. Котельников // Всесоюзный энергетический комитет : материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. – 1933.
42. Левин С.Ф. Интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций методом максимума компактности / С.Ф. Левин, Н.А. Одегов. – М. : АН СССР. – Вопросы кибернетики, ВК – 94, 1982. – С. 71–77.
43. Гауэр Дж. Оптические системы связи / Дж. Гауэр. – М. : Радио и связь, 1989. – 504 с.
44. Компактный спектрометр для контроля длины волны лазеров и диодов. Модель S150 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <https://solarlaser.com/ru/products/compact-spectrometers/compact-spectrometer-for-laser-wl-measurement-model-s150/>

References

1. BigData shagaet po planete. Kolichestvo dannyx v mire udvaivaetsya kazhdye dva goda [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://rg.ru/2013/05/14/infa-site.html>.
2. Informacionnyj vzryv [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Informacionnyj_vzryv](https://ru.wikipedia.org/wiki/Informacionnyj_vzryv).
3. Informaciya po Shennonu [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <http://economy-ru.info/info/192695>.
4. Total Traffic Statistics. Live statistics showing total aggregate volume of all parties connected to AMS-IX. [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://stats.ams-ix.net/index.html>.
5. Optokon Ukraina: SDH / PDH / E1 oborudovanie [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <http://optokon.ua/catalog/sdh-pdh-e1>.
6. Skidin A.S. Razrabotka effektivnykh metodov kodirovaniya dlya povysheniya propusknok sposobnosti sovremennykh liniy volokonno-opticheskoy svyazi / A.S. Skidin // Diss. kand. fiz.-mat. nauk [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <http://www.dissercat.com/content/razrabotka-effektivnykh-metodov-kodirovaniya-dlya-povysheniya-propusknok-sposobnosti-sovreme>.
7. Treshnikov V.I. Volokonno-opticheskaya sistema svyazi / V.I. Tereshkov, O.E. Nanij, V.V. Gajnov, A.G. Novikov // Patent RF № 0002572363 ot 10.01.2016 [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://edrid.ru/rid/216.013.9f16.html>.
8. Tixvinskij V.O. Spektralnaya effektivnost sistem mobilnoj svyazi V.O. Tixvinskij, S.V. Terentev, V.I. Minaev – [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://refdb.ru/look/1684753.html>.
9. 20 Tbit/s transmission over 6860 km with sub-Nyquist channel spacing / J. Cai, C.R. Davidson, A. Lucero et al. // Journal of Lightwave Technology. – 2012. – Vol. 30. – P. 651–657.

10. Ustanovlen novyj rekord skorosti peredachi dannyx po optovoloknu [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://www.dailytechinfo.org/infotech/10161-ustanovlen-novyj-rekord-po-skorosti-peredachi-dannyh-po-optovoloknu.html>.
11. Odegov N.A. Operatory dispersii i soglasovannye opticheskie signaly / N.A. Odegov // Herald of Khmelnytskyi National University. - 2017. - № 5. - S. 211-220.
12. Makarov T.V. Kogerentnye volokonno-opticheskie sistemy peredachi / Makarov T.V. – Odessa: ONAS im. A.S. Popova, 2009. – 220 s.
13. Bondarenko O.V. Volokonno-opticheskie kabeli. Teoreticheskie osnovy, konstruirovaniye i raschet, tekhnologiya proizvodstva i ekspluatatsiya: monografiya. / O.V. Bondarenko, D.V. Iorgachev, A.F. Danchenko, A.V. Usov. – Odessa, Astroprint, 2000. – 536 c.
14. Agraval G. Nelinejnaya volokonnaya optika / Agraval G. – M.: Mir, 1996. – 323 s.
15. Odegov M.A. Metod rozrznennya optichnix signaliv v chastotnij oblasti / M.A. Odegov, O.P. Mladinov // Materiali 72-ї nauk.-tehn. konferencii profesorsko-vikladackogo skladu, naukovciv, aspirantiv ta studentiv 13-15 grudnya 2017 r., Odessa. - S. 53 - 55.
16. Sklyarov O.K. Volokonno-opticheskie seti i sistemy svyazi / O.K. Sklyarov // M.: SOLON-press, 2009. – 272 s.
17. Marcelo A. S. Optical sinc-shaped Nyquist pulses of exceptional quality // Marcelo A. Soto., Mehdi Alem, Mohammad Amin Shoaie, Armand Vedadi, Camille-Sophie Bres, Luc Thevenaz & Thomas Schneider – NATURE COMMUNICATIONS | 4:2898 | DOI: 10.1038/ncomms3898: Macmillan Publishers Limited – 2013, pp. 1 – 11.
18. Burdin V.A. Kompensatsiya xromaticheskoy dispersii na regeneracionnyx uchastkax linij peredachi setej svyazi / Burdin V.A. // ISSN 0013-5771 // Elektrosvyaz. – № 7. – 2006. – S. 28–33.
19. Odegov M.A. Peredacha informacii opticheskimi impulsami ravnoj dispersii / N.A. Odegov // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova – 2017. – № 2. – S. 28–38.
20. Staschuk O. Method of determining the length of the amplifying section by four-wave mixing for the line based on the standard fiber / O. Staschuk, D. Bahachuk, I. Slobodianiuk, O. Yurivna // Proceedings of the O.S. Popov ONAT. – Odessa, 2017. – №2 – S. 39 – 47.
21. Reshetnikova O.S. Ocenka vliyaniya fazovoj samomoduljacii na kachestvo kanalov VOSP SRK s pryamoj moduljaciej // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova – 2012, – № 1 – С. 158–166.
22. Kornejchuk V.I. Opticheskie sistemy peredachi / V.I. Kornejchuk, T.V. Makarov, I.P. Panfilov // Kiiiv: Texnika, 1994. – 388 s.
23. Xarkevich A.A. Spektry i analiz / A.A. Xarkevich // M.: Knizhnyj dom «LIBKOM», 2009. – 240 s.
24. Atomnye chasy [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: https://ru.wikipedia.org/wiki/Atomnye_chasy.
25. Mazur A.D. Ocenka parametrov kachestva opticheskoy sistemy peredachi s polarizacionnym multipleksirovaniem / A.D. Mazur, V.V. Pedyash // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova – 2018, № 1 – С. 61–67.
26. Odegov N.A. Peredacha informacii opticheskimi impulsami ravnoj dlitelnosti v usloviyax dispersii vysshix poryadkov / N.A. Odegov // Problemy infokommunikacij – Minsk: Belorusskaya gosudarstvennaya akademiya svyazi – 2018. – №1 – S. 5–12.
27. Odegov N.A. Sverxshirokopolosnaya peredacha informacii v volokonno-opticheskix liniyax signalami ravnoj dispersii / N.A. Odegov // Materiali 72-ї nauk.-tehn. konferencii profesorsko-vikladackogo skladu, naukovciv, aspirantiv ta studentiv 13-15 grudnya 2017 r., Odessa. - S. 57 - 60.
28. Sukachev E.A. Vvedenie v teoriyu signalov Najkvista / E.A. Sukachev // Odessa: Osvita Ukraini, 2016. – 108 s.
29. Odegov N.A. Testovye signaly i pokazateli v zadachax issledovaniya materialnoj dispersii / N.A. Odegov // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova – 2017, № 1 – S. 124 – 131.
30. Varakin L.E. Teoriya slozhnyx signalov. – M.: Sovetskoe radio, 1970. – 376 s.
31. Ventcel E.S. Teoriya veroyatnostej: Ucheb. dlya vuzov. – 6-e izd. ster. – M.: Vysshaya shkola, 1999. — 576 c.
32. Shiryayev A.N. Veroyatnost. – M.: Nauka, 1980. – 576 s.
33. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. Integraly i ryady. Elementarnye funkcii. – M: Nauka, 1981. – 800 s.
34. Ivanov V.A. Teoriya optimalnyx sistem avtomaticheskogo upravleniya / V.A. Ivanov, N.V. Feldin // M.: Nauka, 1981. – 336 s.
35. Differentsialnye uravneniya onlajn [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: https://math24.biz/differential_equation.
36. Gradshtejn I.S. Tablicy integralov, summ, ryadov i proizvedenij / I.S. Gradshtejn, I.M. Ryzhik. – M: GIFML, 1963. – 1100 s.
37. Odegov N.A. Formation of a low-frequency component of an optical signal by pulses of a gaussian form / N.A. Odegov, D.M. Stepanov // ISSN 2312-4121, Information and Telecommunication Sciences, 2018, Volume 9, Number 1: National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» – P. 26 – 33.
38. Odegov N.A. Formation of picosecond optical pulses of the assigned structure using precision lines of delay // N.A. Odegov, I.V. Starenkiy, V.V. Kostjuk ISSN 0131-8675 / Proceeding of the O.S. Popov ONAT. – №1, 2018. – Odessa. – P. 34 – 43.
39. Odegov N.A. Metodika sinteza modelej zavisimostej dispersionnyx charakteristik ot chastoty i sostava opticheskogo volokna / N.A. Odegov, A.A. Grushenko, V.V. Kostyuk, R.S. Reznik R.S. // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova – 2018, № 1 – S. 68 – 76.
40. Teoriya sinxronizacii mod [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: http://laser-portal.ru/content_890.
41. Kotelnikov, V. A. O propusknoj sposobnosti efira i provoloki v elektrosvyazi / V.A. Kotelnikov // Vsesoyuznyj energeticheskij komitet: Materialy k I Vsesoyuznomu sezdru po voprosam texnicheskoy rekonstrukcii dela svyazi i razvitiya slabotochnoj promyshlennosti. — 1933.
42. Levin S.F. Interpoljacionnaya filtratsiya statisticheskix charakteristik sluchajnyx funkcij metodom maksimuma kompaktnosti / S.F. Levin, N.A. Odegov. – M.: AN SSSR. – Voprosy kibernetiki, VK – 94, 1982. – S. 71 – 77.
43. Gauer Dzh. Opticheskie sistemy svyazi / Dzh. Gauer. – M.: Radio i svyaz, 1989. – 504 s.
44. Kompaktnyj spektrometr dlya kontrolya dliny volny lazerov i diodov. Model S150 [Elektronnyj resurs] – Rezhim dostupa: <https://solarlaser.com/ru/products/compact-spectrometers/compact-spectrometer-for-laser-wl-measurement-model-s150/>

onick_64@ukr.net
ORCID 0000-0001-5526-2487

Рецензія/Peer review : 25.9.2018 р.

Надрукована/Printed : 19.9.2018 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Троцишин І.В.