

А.О. СЯСЬКИЙ, Н.В. ШЕВЦОВА  
Рівненський державний гуманітарний університет  
О.Ю. ДЕЙНЕКА

Національний університет водного господарства та природокористування

## МІЖФАЗНИЙ РОЗРІЗ В ОРТОТРОПНІЙ ПЛАСТИНКІ З ПІДСИЛЕНИМ КРУГОВИМ КОНТУРОМ

Пропонується наближений розв'язок задачі про часткове підсилення контуру кругового отвору замкненим пружним ребром за наявності міжфазного розрізу, береги якого в процесі деформації не контактують, в нескінченній ортотропній пластинці, що перебуває в умовах однорідного напруженого стану на нескінченності. Моделюючи підсилювальне ребро замкненим криволінійним стрижнем сталого прямокутного поперечного перерізу, математичну модель задачі побудовано у вигляді системи двох сингулярних інтегральних рівнянь з ядрами Гільберта та трьох диференціальних залежностей для визначення контактних зусиль між ребром і пластинкою для визначення внутрішніх зусиль у підсиленні. Для знаходження початкових параметрів в статично невизначеному ребрі використано канонічні рівняння методу сил. Встановлено структуру шуканих функцій на кінцях розрізу. Наближений розв'язок задачі побудовано методом механічних квадратур і колокації, яким досліджено вплив на напружений стан пластинки і підсилення ортотропії матеріалу пластинки та фізико-геометричних параметрів ребра.

Ключові слова: нескінченна ортотропна пластинка, пружне ребро, міжфазний розріз, контактні зусилля, сингулярні інтегральні рівняння.

A.O. SIASKYI, N.V. SHEVTSOVA  
Rivne State University of Humanities  
O.Y. DEJNEKA

National University of Water Management and Natural Resources, Rivne

## INTERFACIAL INCISION IN ORTHOTROPIC PLATES WITH REINFORCED CIRCULAR CONTOUR

An approximate solution of the mixed contact problem about partial amplification of the contour of a circular opening in an infinite orthotropic plate with by a closed resilient rib is proposed in the presence at the boundary of the material section the interfacial incision, the shores of which do not contact during the deformation. A plate with a reinforced opening is in conditions of uniform stressed state at infinity. The dependencies between the deformations of the contour of the plate and the contact forces are given in the form of integral relations with the Hilbert nucleus. The reinforcing rib is modelled by a closed circular ring of a stable rectangular cross-section. Its stress-strain state is described by the basic equations of the one-dimensional theory of curvilinear rod of large curvature, which are constructed using the hypothesis of plane cross sections. Applying the boundary conditions of the problem in the form of the equality of deformations on the site of the junction of the plate and the rib, the mathematical model of the problem is constructed as a system of singular integral-differential equations for determining the contact forces between the plate and the edge, and the internal forces factors in the amplification. The canonical equations of the method of forces are used to establish initial parameters in the conventional section of a statically-indefinite rib. The structure of the sought after functions at the ends of the section is established. The approximate solution of the problem was constructed by the method of mechanical quadratures and collocation, which investigated the effect on the stress state of the plate and the reinforcement the orthotropy of the material of a plate and the physical-geometric parameters of the ribs.

Keywords: infinite orthotropic plate, resilient rib, interfacial incision, contact forces, singular integral equations.

### Вступ

Ортотропні пластинки з криволінійними отворами, контури яких підсилені тонкими пружними ребрами сталої чи змінної жорсткості, як елементи тонкостінних конструкцій сучасних машин і споруд, широко використовуються в різних галузях інженерної практики.

Задачі про повне підсилення контурів криволінійних отворів ізотропних (ортотропних) пластинок замкненими пружними ребрами детально опрацьовані в науковій літературі для різних моделей підсилювального ребра [1–3].

У процесі виготовлення чи експлуатації пластинок з підсилювальними ребрами жорсткості в них можуть виникнути міжфазні розрізи нульової ширини  $i$ , як потужні концентратори напружень, призвести до руйнування конструкції. За наявності міжфазного розрізу між пластинкою і замкненим пружним ребром задачі про визначення концентрації напружень на межі розділу матеріалів практично не розглядалися. Для ізотропної пластинки з міжфазним розрізом у вигляді дуги кола така задача розглянута в [4].

Найбільш повно вплив міжфазних криволінійних тріщин і розрізів вивчено для масивних кусково-однорідних ізотропних та ортотропних пластин. Огляд літературних джерел по цьому питанню наведено в роботах [5, 6].

**Постановка задачі.** Розглянемо нескінченну ортотропну пластинку товщиною  $2h$  з круговим отвором одиничного радіуса. Контур отвору  $\Gamma$  підсилений замкненим пружним кільцем (ребром) сталого прямокутного поперечного перерізу  $2h_0 \times 2\eta$  ( $2h_0$ ,  $2\eta$  – висота і ширина перерізу).

Спільну серединну площину пластинки і ребра віднесемо до декартової  $(x, y)$  і полярної  $(\rho, \lambda)$  систем координат з полюсом в центрі отвору.

Розглянута конструкція перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану, створеного рівномірно розподіленими зусиллями  $p$  і  $q$ , що діють на нескінченності в напрямках координатних осей і

головних осей ортотропії матеріалу пластинки. Зовнішнє навантаження на підсилювальне ребро відсутнє.

Нехай на симетричній відносно осі  $Ox$  ділянці  $[\alpha_0; 2\pi - \alpha_0]$  контуру  $\Gamma$  між пластинкою і ребром виник наскрізний міжфазний розріз, береги якого в процесі деформації не контактують.

**Мета дослідження** – визначення контактних  $T_p$ ,  $S_{p\lambda}$  і кільцевих  $T$  зусиль на контурі  $\Gamma$  в пластинці, компонент напруженого стану в підсиленні та дослідження впливу на ці величини виду навантаження, розмірів розрізу, ортотропії матеріалу пластинки та фізико-геометричних параметрів ребра.

#### Виклад основного матеріалу дослідження

*Основні рівняння задачі.* Умовно відділивши пластинку від ребра, замінюючи при цьому дію одного тіла на інше невідомими контактними зусиллями  $T_p$ ,  $S_{p\lambda}$ , приходимо до першої основної задачі для ортотропної пластинки з круговим отвором і пружного кільця (ребра).

Деформації контуру  $\Gamma$  в пластинці при заданому навантаженні визначаються зі співвідношень [7]

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda &= \frac{1}{2E_x h} \left[ c_1 T_p(\lambda) - \frac{c_2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{p\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{c_2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_p(t) dt - \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_p(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \varepsilon_\lambda^0 \right]; \\ V &= \frac{1}{2E_x h} \left[ c_1 S_{p\lambda}(\lambda) - \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_p(t) dt + \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{p\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{c_4}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_p(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + V^0 \right], \end{aligned} \quad (1)$$

де введено позначення

$$\begin{aligned} c_1 &= \beta_1 \beta_2 - \nu_x; \quad c_2 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \left[ (1 - \beta_1 \beta_2) \cos^2 \lambda - 1 \right]; \quad c_3 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} (1 - \beta_1 \beta_2) \cos \lambda \sin \lambda; \\ c_4 &= \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \left[ (1 - \beta_1 \beta_2) \sin^2 \lambda - 1 \right]; \quad V^0 = \frac{p}{2} (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \sin 2\lambda - \frac{q}{2} (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \beta_1 \beta_2 \sin 2\lambda; \\ \varepsilon_\lambda^0 &= \frac{p}{2} [1 + \beta_1 + \beta_2 - \beta_1 \beta_2 - (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \cos 2\lambda] + \frac{q}{2} [\beta_1 \beta_2 + \beta_1 + \beta_2 - 1 + (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_1 \beta_2) \cos 2\lambda] \beta_1 \beta_2; \end{aligned}$$

$E_x$ ,  $\nu_x$  – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластини в напрямку осі  $Ox$ ;  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  – корені характеристичного рівняння [7];  $\varepsilon_\lambda$ ,  $V$  – відносне видовження контуру  $\Gamma$  і кут повороту нормалі до нього внаслідок деформації.

Якщо контактні зусилля стануть відомі, то кільцеві зусилля  $T_\lambda$  на контурі  $\Gamma$  визначаються за формулою, наведеною в [7].

Напружено-деформований стан кільця, викликаний контактними зусиллями, опишемо основними рівняннями одновимірної теорії криволінійних стрижнів великої кривини, для яких поверхня сполучення стрижня з пластинкою не співпадає з його серединною поверхнею [8]:

$$\begin{aligned} &\text{- інтегральні рівняння рівноваги частини кільця } [-\pi; \lambda] \\ N(\lambda) &= -N_0 \cos \lambda + f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda; \quad Q(\lambda) = -N_0 \sin \lambda + f_1(\lambda) \sin \lambda - f_2(\lambda) \cos \lambda; \\ L_b(\lambda) &= L_b^0 + (1 - \eta)(1 + \cos \lambda) N_0 - (1 - \eta)(f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda) + \psi(\lambda), \end{aligned} \quad (2)$$

- фізичні залежності Кірхгофа для крайнього поздовжнього волокна кільця, яке співпадає з контуром  $\Gamma$

$$\varepsilon_\lambda^{(c)} = \frac{1}{E_0 F_0} \left( N + \frac{\rho - r_0}{\rho} \frac{R L_b}{\omega_0} \right); \quad \frac{d\theta_b}{d\lambda} = \frac{1}{E_0 F_0} \left( N + \frac{R L_b}{\omega_0} \right). \quad (3)$$

У співвідношеннях (2), (3) введено позначення:  $N$ ,  $Q$ ,  $L_b$  – поздовжня і поперечна сили та згинальний момент, що діють в перерізах кільця і віднесені до його осі;  $N_0$ ,  $L_b^0$  – початкові параметри в умовному розрізі  $\lambda = -\pi$ ;  $\rho = 1$ ,  $R = 1 - \eta$ ,  $r_0$  – радіуси кривини контуру  $\Gamma$ , осевого та нейтрального для чистого згину волокон кільця;  $\varepsilon_\lambda^{(c)}$ ,  $\theta_b$  – відносне видовження зовнішнього крайнього волокна та кут повороту

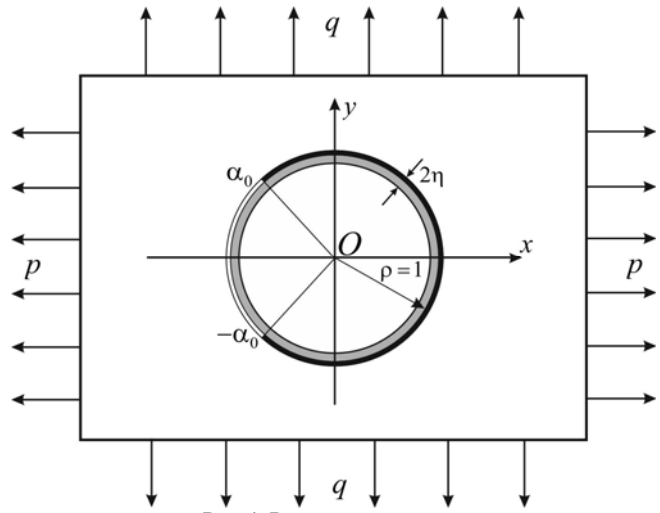


Рис. 1. Розрахункова схема

нормалі до нього;  $E_0 F_0$ ,  $E_0 J_0$  – жорсткості кільця на розтяг (стиск) і згин;  $\omega_0 = \frac{J_0}{F_0}$ ;

$$\psi(\lambda) = -\rho \int_{-\pi}^{\lambda} S_{\rho\lambda}(t) dt; \quad f_1(\lambda) + if_2(\lambda) = i \int_{-\pi}^{\lambda} [T_{\rho}(t) + iS_{\rho\lambda}(t)] e^{it} dt. \quad (4)$$

Крайові умови задачі на ділянці сполучення пластинки і кільця формулюємо у вигляді рівності деформацій їх спільних поздовжніх волокон. За відсутності контакту між берегами розрізу ці умови мають вигляд

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda}^{(c)}; \quad V = \theta_b, \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]; \quad T_{\rho} = S_{\rho\lambda} = 0, \quad \lambda \in [\alpha_0; 2\pi - \alpha_0]. \quad (5)$$

Підставляючи (1), (3) в умови (5) з урахуванням (2), одержимо після певних перетворень

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2E_x h} \left[ c_1 T_{\rho}(\lambda) - \frac{c_2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{c_2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_{\rho}(t) dt - \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_{\rho}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \varepsilon_{\lambda}^0 \right] = \\ & = \frac{1}{E_0 F_0} \left\{ -N_0 \cos \lambda + f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda + \right. \\ & \left. + \frac{\rho - \eta_0}{\rho} \frac{R}{\omega_0} \left[ L_b^0 + (1-\eta)N_0 - (1-\eta)(-N_0 \cos \lambda + f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda) + \psi(\lambda) \right] \right\}; \\ & \frac{1}{2E_x h} \left[ c_1 S_{\rho\lambda}(\lambda) - \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_{\rho}(t) dt + \frac{c_3}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \frac{c_4}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_{\rho}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + V^0 \right] = \\ & = \frac{1}{E_0 F_0} \int_{-\pi}^{\lambda} \left\{ -N_0 \cos \lambda + f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda + \right. \\ & \left. + \frac{R}{\omega_0} \left[ L_b^0 + (1-\eta)N_0 - (1-\eta)(-N_0 \cos \lambda + f_1(\lambda) \cos \lambda + f_2(\lambda) \sin \lambda) + \psi(\lambda) \right] \right\} d\lambda; \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]. \end{aligned} \quad (6)$$

Систему сингулярних інтегральних рівнянь (6) доповнюємо залежностями (4), перетвореними до вигляду

$$T_{\rho}(\lambda) = -f_1'(\lambda) \sin \lambda + f_2'(\lambda) \cos \lambda; \quad S_{\rho\lambda}(\lambda) = -f_1'(\lambda) \cos \lambda - f_2'(\lambda) \sin \lambda; \quad (7)$$

$$\frac{d\psi}{d\lambda} = -S_{\rho\lambda}(\lambda); \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0] \quad (8)$$

та канонічними рівняннями методу сил [8] для визначення сталих  $N_0$ ,  $L_b^0$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left[ N(\lambda) + \frac{1-\eta}{\omega_0} L_b(\lambda) \right] d\lambda = 0; \quad \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \left( \frac{(1-\eta)^2}{\omega_0} - 1 \right) \cos \lambda L_b(\lambda) - 2\mu(1+\nu_0) \sin \lambda Q(\lambda) \right] d\lambda = 0. \quad (9)$$

Тут  $\nu_0$  – коефіцієнт Пуассона матеріалу кільця,  $\mu = 1.2$ .

Співвідношення (6)-(9) визначають математичну модель поставленої задачі та слугують для визначення функцій  $T_{\rho}(\lambda)$ ,  $S_{\rho\lambda}(\lambda)$ ,  $f_1(\lambda)$ ,  $f_2(\lambda)$ ,  $\psi(\lambda)$  і початкових параметрів  $N_0$ ,  $L_b^0$ . При  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  вони визначають математичну модель задачі для ізотропної пластинки з круговим отвором [4].

*Наближений розв'язок задачі.* Точний розв'язок системи (6)-(9) знайти не вдається. Для її наближеного розв'язання необхідно встановити структуру шуканих функцій в околі кінців ділянки сполучення пластинки і кільця.

Оскільки навантаження на кільце зрівноважене, то на підставі позначень (4) для функцій  $f_1(\lambda)$ ,  $f_2(\lambda)$ ,  $\psi(\lambda)$  можна зробити висновок, що

$$f_1(\pm\alpha_0) = f_2(\pm\alpha_0) = \psi(\pm\alpha_0) = 0. \quad (10)$$

Характеристична частина системи (6), яка визначає структуру контактних зусиль  $T_{\rho}(\lambda)$ ,  $S_{\rho\lambda}(\lambda)$ , має такий же вигляд як і для задачі про часткове підсилення контуру кругового отвору абсолютно жорстким кільцем. Це означає, що на кінцях ділянки сполучення пластинки і пружного ребра контактні зусилля мають кореневу особливість, на яку накладається локальна осциляція. Нехтуючи впливом осциляції, наближений розв'язок задачі можна знайти методом механічних квадратур і колокації. Квадратурні формули цього

методу для сингулярних і регулярних інтегралів та інтегралів зі змінною верхньою межею наведені в роботах [7, 9].

Результати числового розрахунку зусиль  $T_\rho$ ,  $S_{\rho\lambda}$ ,  $T_\lambda$  на контурі  $\Gamma$  в пластинці та величин  $\sigma_*^{(1)}$ ,  $\sigma_*^{(2)}$ ,  $\tau_*$  в кільці, визначених за формулами [8]

$$\begin{aligned} \sigma_*^{(1)} &= \frac{1}{F_0} \left( N + \frac{\rho - r_0}{\rho} \frac{RL_b}{\omega_0} \right) \text{ при } \rho = 1; & \sigma_*^{(2)} &= \frac{1}{F_0} \left( N + \frac{\rho - r_0}{\rho} \frac{RL_b}{\omega_0} \right) \text{ при } \rho = 1 - 2\eta; \\ \tau_* &= \frac{3Q}{2F_0} \text{ при } \rho = 1 - \eta, \end{aligned} \tag{11}$$

наведені на рис. 2-4.

Розрахунки проведені для таких параметрів пластинки і кільця:  $E_0/\sqrt{E_x E_y} = 5$ ;  $h_0/h = 4/3$ ;  $h_0/\eta = 3$ ;  $2\eta/\rho = 0.1$ ;  $\alpha_0 = 2\pi/3$ ;  $p = 1$ ;  $q = 0$ . Характеристики ортотропних матеріалів і лінії, які відповідають цим матеріалам, наведено в таблиці 1.

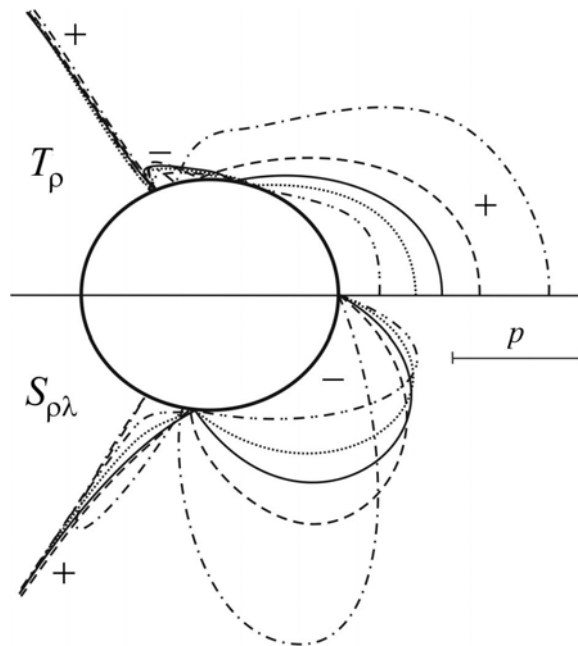


Рис. 2. Розподіл контактних зусиль  $T_\rho$ ,  $S_{\rho\lambda}$  на ділянці сполучення пластинки і кільця

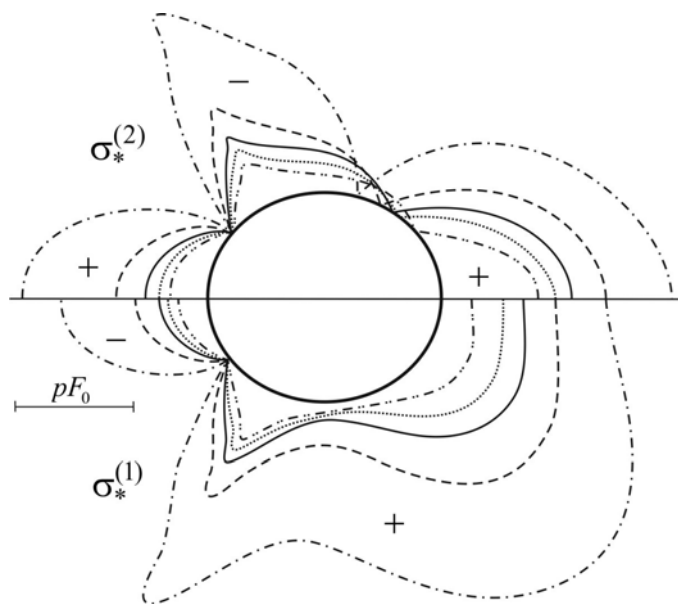


Рис. 3. Розподіл нормальних напружень  $\sigma_*$  в зовнішньому (нижня частина) і внутрішньому (верхня частина) поздовжніх волокнах кільця

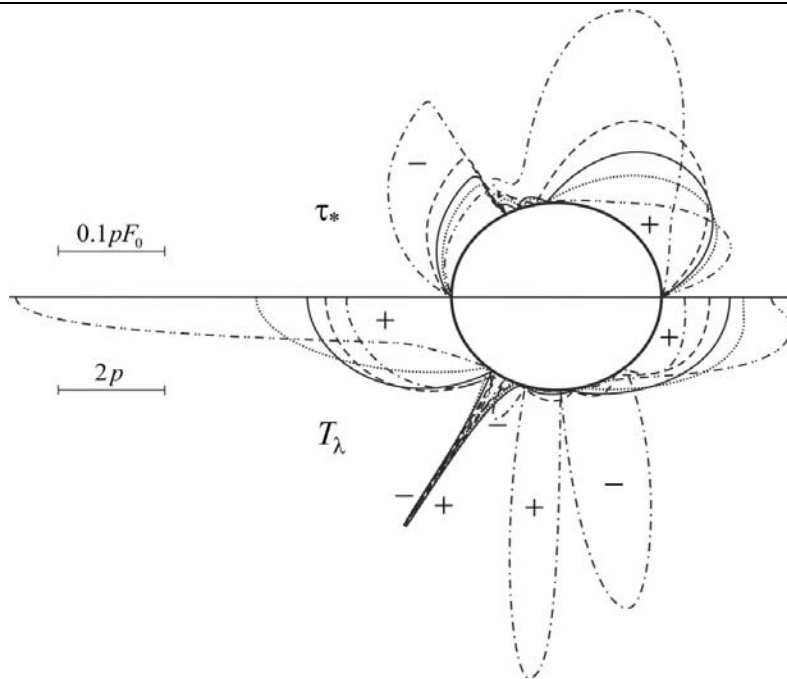


Рис. 4. Розподіл найбільших дотичних  $\tau_*$  напружень в осьовому волокні кільця (верхня частина) та кільцевих зусиль  $T_\lambda$  на контурі  $\Gamma$  (нижня частина)

Таблиця 1

Характеристики досліджуваних матеріалів

Матеріал пластинки	$\beta_1$	$\beta_2$	$\nu_x$	$E_x/E_y$	Лінії
ізотропний матеріал	1	1	0.300	1	—————
скло-епоксид	2.2712	0.7626	0.250	3	-----
графіт-епоксид	6.9992	0.7144	0.250	25	- · - · - · -
епоксид-скло	0.4400	1.3100	0.083	1/3	.....
епоксид-графіт	0.1430	1.4010	0.010	1/25	- · · - · ·

**Висновки**

- Аналізуючи одержані результати, приходимо до таких висновків:
- для всіх розглянутих ортотропних матеріалів поперечні сили значно менші від інших силових факторів у підсиленні, тому при інженерних розрахунках ними можна знехтувати;
  - ортотропія матеріалу пластинки суттєво впливає на розподіл компонент напруженого стану в пластинці і кільці. При збільшенні відношення  $E_x/E_y$  всі розрахункові величини крім  $T_\lambda$  різко зростають;
  - в околі торців міжфазного розрізу нормальні напруження в крайніх поздовжніх волокнах кільця різко змінюють знаки, залишаючись обмеженими, а контактні і кільцеві зусилля приймають необмежені значення, що свідчить про наявність в цих зонах локальних пластичних деформацій.

**Література**

1. Мартынович Т.Л. Контактные взаимодействия пластин с упругими элементами / Т.Л. Мартынович, В.Е. Юринец. – Львов : Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1984. – 160 с.
2. Божидарнік В.В. Механіка руйнування, міцність і довговічність неперервно-армованих композитів / В.В. Божидарнік, О.Є. Андрейків, Г.Т. Сулим. – Луцьк : Надстир'я, 2007. – Т. 2. – 422 с.
3. Сулим Г.Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями / Г.Т. Сулим. – Львів : Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. – 716 с.
4. Сяський А.О. Дослідження впливу міжфазної тріщини на міцність ізотропної пластинки з підкріпленням круговим отвором / А.О. Сяський, Н.В. Шевцова // Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних методів та інформаційних технологій : матеріали Міжнародної наукової конференції. – Рівне : Червінко А.В., 2018. – С. 250–251.
5. Говоруха В.Б. Моделі та методи механіки руйнування п'єзокерамічних тіл з міжфазними тріщинами / В.Б. Говоруха, В.В. Лобода. – Дніпропетровськ : Видавництво Дніпропетровського національного університету, 2013. – 252 с.

6. Мартиняк Р.М. Контактні задачі термопружності для міжфазних тріщин в біматеріальних тілах / Мартиняк Р.М., Середницька Х.І. – Львів : Растр-7, 2017. – 168 с.
7. Сяський А.О. Контактна взаємодія розімкнених стрижнів змінної жорсткості з еліптичним отвором нескінченної ортотропної пластинки / А.О. Сяський, Ю.В. Батишкіна // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2004. – Т. 9, № 3. – С. 1–24.
8. Сяський А. Застосування методу сил для статичного розрахунку замкнених криволінійних стрижнів / А. Сяський, Н. Шевцова // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2015. – Т. 79, № 3. – С. 24–30.
9. Сяський А.А. Упругое равновесие пластинки с частично подкрепленным отверстием / А.А. Сяський // Прикл. математика и механика. – 1986. – Т. 50, № 2. – С. 247–254.

#### References

1. Martynovych T.L. Kontaktnye vzaimodeystviya plastyn s uprugimy elementamy / T.L. Martynovych, V.E. Yurynets. – Lvov: Vyshcha shkola. Yzd-vo pry Lvov. un-te, 1984. – 160 s.
2. Bozhydamnik V.V. Mekhanika ruinuвання, mitsnist i dovhovichnist neperervno-armovanykh kompozytiv / V.V. Bozhydamnik, O.YE. Andreykiv, H.T. Sulym. – Lutsk: Nadstyria, 2007. – Volume 2. – 422 s.
3. Sulym H.T. Osnovy matematychnoyi teoriiy termopruzhnoyi rivnovahy deformivnykh tverdyykh til z tonkymy vkluchennyamy / H.T. Sulym. – Lviv: Doslidno-vydavnychy tsestr NTSH, 2007. – 716 s.
4. Syaskyy A.O. Doslidzhennia vplyvu mizhfaznoyi trishchyny na mitsnist izotropnoyi plastynky z pidkriplenym kruhovym otvorom / Syaskyy A.O., Shevtsova N.V. // Suchasni problemy matematychnoho modelyuvannya, obchyslyvalnykh metodiv ta informatsiynykh tekhnolohiy: Materialy Mizhnarodnoyi naukovoyi konferentsiyi. – Rivne: Chervinko A.V., 2018. – S. 250-251.
5. Hovorukha V.B. Modeli ta metody mekhaniky ruinuвання pyezokeramichnykh til z mizhfaznymy trishchynamy / V.B. Hovorukha, V.V. Loboda. – Dnipropetrovsk: Vydavnytstvo Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu, 2013. – 252 s.
6. Martyniak R.M. Kontaktni zadachi termopruzhnosti dlya mizhfaznykh trishchyn v bimaterialnykh tilakh / Martyniak R.M., Serednytska KH.I. – Lviv: Rastr-7, 2017. – 168 s.
7. Siaskyi A. Kontaktna vzaiemodiia rozimknykh stryzhniv zminnoi zhorstkosti z eliptychnym otvorom neskinchennoi ortotropnoi plastynky / A. Siaskyi, Yu. Batyshkina // Visnyk Ternopilskoho natsionalnoho universytetu. – 2004. Volume 9, Part 3. – S. 17–24.
8. Siaskyi A. Zastosuvannya metodu syl dlya statychnoho rozrakhunku zamknykh kryvoliniynykh stryzhniv / A. Siaskyi, N. Shevtsova // Visnyk Ternopilskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. – 2015. – Volume 79, Part 3. – S. 24-30.
9. Siaskyi A.A. Upruhoe ravnovesye plastynky s chastychno podkreplennym otverstyem / A.A. Siaskyi // Prykl. matematika y mekhanika. – 1986. – Volume 50, Part 2. – S. 247-254.

Рецензія/Peer review : 25.9.2018 р.

Надрукована/Printed : 20.9.2018 р.  
Рецензент: д.т.н., проф. Бомба А.Я.