

А.Ю. ВОЛОВИК, Д.В. ГАВРІЛОВ, В.С. МОЗГОВИЙ
Вінницький національний технічний університет

РОЗРОБКА МОДЕЛІ ТРАЄКТОРНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ДЛЯ АВІАЦІЙНОЇ ПОСАДКОВОЇ СИСТЕМИ

Об'єкт дослідження являє собою процес перетворення інформаційних сигналів у бортовому радіоканалі системи посадки сантиметрового діапазону під час виконання посадкового маневру. Мета роботи спрямована на створення програмно-керованого оперативного контролю поточної точності та достовірності вимірювань кутів координат на борту повітряного судна шляхом застосування методів оптимальної дискретної фільтрації за умови, що вони сприяють спрощенню технічної реалізації за критерієм «точність – об'єм обчислювальних ресурсів». Запропоновано декілька варіантів практичної реалізації дискретного фільтра Калмана. Достовірність отриманих результатів підтверджена шляхом статистичного моделювання за методом Монте-Карло.

Ключові слова: динамічна система, дискретний фільтр Калмана, метод Монте-Карло, система посадки сантиметрового діапазону.

A.YU. VOLOVIK, D.V. HAVRILOV, V.S. MOZGOVOI
Vinnytsia National Technical University

DEVELOPMENT OF TRAJECTORY SUPERVISION MODEL FOR LANDING AVIATION SYSTEM

The purpose of work is directed to creation of a program-controlled operating control of the current accuracy and reliability of angular data measurements onboard the air vehicle by application of optimum discrete filtering methods provided that they promote simplification of technical implementation by criterion "accuracy - the volume of computing resources". Relevance of such task is defined by the next fact: malfunctions in work of radio engineering devices happen rather infrequently and the most part of time the an angle measurement channel works correctly; introduction of special methods signals processing should not worsen the accuracy of measurements in rated conditions; at emergence of malfunctions it is reasonable to use the principle of heredity and expansion of classical methods functionality of signals processing. The object of research represents process of information signals transformation in an onboard radio channel of a centimetric range landing system during performance of landing manoeuvre. The mathematical model of advanced dynamic process of a change angular position airplane in time which unlike the known results considers not only airplane tactical technical characteristics, and also feature of a flight run on separate trajectory of a landing path is constructed by taking into account a number of simplifications. An opportunity to describe mathematical model of dynamic process by system of the difference vector equations is represented, inasmuch as, angle place data in centimetric range landing systems are updated discretely with a certain frequency. Necessary initial numerical data of a system state vector and complete correlation matrixes are received on the basis of experience of relevant systems practical operation. Minimum necessary order of model is defined. On the basis of Kalman's method the optimum filter for processing of a primary flow of the corner airplane place measurements is synthesized. A priori set model of the airplane movement which carries out forecast function and the adjusting feedback link is its part. The weighed residual is entered into model as perturbation. It allows to consider a Kalman filter not only as computing algorithm, and as the device of digital type tracking which provides minimum possible mean average squared error both in transient and instable the conditions. The analysis of optimum filter efficiency is carried out. Several options of a discrete Kalman filter practical implementation are offered. Two best options are defined by results of comparative analysis. The assessment of their accuracy and computing efficiency is given. Reliability of the received results is confirmed by statistical modelling the Monte-Carlo method.

Keywords: dynamic system, discrete filter of Kalman, Monte-Carlo method, system of landing of centimetric range.

Вступ та постановка задачі

Гарантування безпеки посадки повітряного судна (ПС) завжди являло і являє собою складну технічну проблему. Її актуальність підтверджується майже столітньою історією розвитку авіаційної техніки. Більше того, динаміка розвитку посадочних засобів така, що вимоги до надійності та точності процесу посадки ПС завжди випереджали їх технічні можливості [1]. У цьому сенсі інструментальні системи посадки СП-50, СП-70 та їх закордонний аналог ILS (Instrument Landing System) не є винятком. Так, наприклад, згідно даних Міждержавного Авіаційного Комітету (МАК) та Фонду безпеки польотів США до 85% льотних пригод трапляються на етапах заходу на посадку, приземлення або зльоту [2]. Кардинальне розв'язання вище згаданої проблеми можливе лише за рахунок уведення комплексу заходів, пов'язаних перш за все з чіткою організацією роботи усіх аеродромних служб та оснащенням аеропортів і літаків спеціальною апаратурою, яка допускає автоматизацію процесу посадки ПС за I–III категорією метеорологічних умов ICAO (International Civil Aviation Organization) з високими показниками надійності, а саме імовірність льотної пригоди повинна бути не більшою від регламентованої норми 10^{-7} . Причому інформаційна складова цього комплексу стала настільки важливою, що у квітні 1972 р. у ICAO було прийнято рішення про розгортання пошукових робіт з метою створення нового стандарту системи посадки. Новим стандартом передбачалось виділити для цієї системи радіочастоти у діапазоні 5.05–5.25 ГГц та 15.4–15.7 ГГц. У зв'язку з цим, вона отримала офіційну назву Microwave Landing System – система посадки сантиметрового діапазону [3], і ґрунтувалась на використанні часового способу кодування інформації про куту координату. Навесні 1978 р. новітня система посадки отримала міжнародний статус і де-факто стала стандартом ICAO на перспективу після 2000 року. Тут підвищені точність та достовірність результатів спостережень кутів координат забезпечуються надмірністю формату радіосигналу, новим принципом їх

отримання на борту ПС, та методами обробки радіосигналів, що базуються на використанні сучасних інформаційних технологій. Загально визнаним методом вирішення таких задач є використання фільтрів Калмана. Проте, ефективне застосування методів оптимальної фільтрації передбачає повноту апріорної інформації про стан кутомірної каналу, характеристик діючих збурень та завад, математичну модель динаміки кутових координат ПС при заході на посадку.

Мета роботи спрямована на створення програмно-керованого оперативного контролю поточної точності та достовірності вимірювань кутових координат на борту ПС шляхом застосування методів оптимальної дискретної фільтрації за умови, що вони сприяють спрощенню технічної реалізації за критерієм «точність – об’єм обчислювальних ресурсів». Мотивом для такої постановки задачі може слугувати той факт, що несправності у роботі радіотехнічних пристроїв трапляються відносно нечасто і більшу частину часу кутомірний канал працює коректно. Уведення спеціальних методів обробки сигналів не повинно погіршувати точність вимірювань за наявності номінальних умов, а при появі несправностей доцільно скористатись принципом спадкоємності та розширення функціональних можливостей класичних методів обробки сигналів [4, 5].

Обґрунтування та розробка моделі траєкторних спостережень

Серед вище перерахованих елементів, одним з головних є поняття динамічної моделі, оскільки за її допомогою здійснюється зв’язок між реальною фізичною задачею, у якій будуть використовуватись результати фільтрації та областю математичних абстракції, у якій будується ці результати. Математичну модель прийнято будувати на основі всебічного аналізу поведінки досліджуваного процесу з використанням результатів раніш проведених досліджень. Вона повинна бути достатньо повною, щоб адекватно описувати динаміку процесу, проте і достатньо простою, щоб отримані схеми обробки можливо було реалізувати на практиці [6]. На сьогоднішній день опис динамічних процесів та систем переважно виконується методом простору станів.

Побудову динамічної моделі кута місця ПС при виконанні посадкового маневру почнемо з введення низки спрощень, виділивши у процесі руху чотири послідовно виконуваних ділянки польоту (рис. 1).

1. Ділянка горизонтального польоту 1–2 на висоті приблизно 200 метрів, яка починається з віддалі близько $D_1 = 15000$ м і до $D_2 = 5000$ м по відношенню до місця розташування глісадного радіомаяка. Є підстави вважати [7], що на цій ділянці ПС рухається рівносповільнено, а швидкість польоту спадає приблизно з 150 до 100 м/с.

2. Ділянка планування являє собою рух з вибраним (залежно від класу ПС) кутом нахилу глісади, починаючи з віддалі приблизно $D_2 = 5000$ м до $D_3 = 750$ м зі зниженням висоти від $H_2 = 200$ м до висоти прийняття рішення про приземлення $H_3 = 30$ м з подальшим погашенням швидкості від $V_2 = 100$ м / с до $V_2 = 80$ м/с .

3. Ділянка вирівнювання. На цій ділянці польоту дані від глісадного радіомаяка не використовуються. Вирівнювання здійснюється, чи то за допомогою спеціальної апаратури наведення, чи то з використанням далекоміра, розташованого за злітно-посадковою смугою на віддалі біля 300 метрів від задньої її границі та бортового радіовисотоміра.

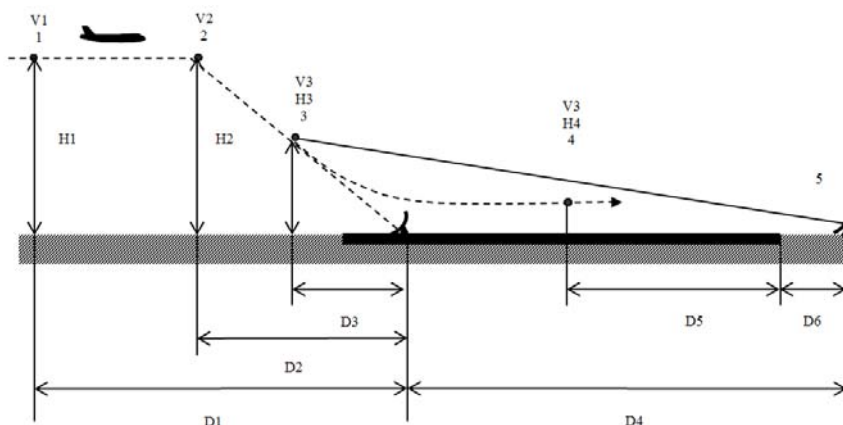


Рис. 1. Ідеалізована траєкторія руху ПС у вертикальній площині в процесі виконання посадкового маневру:
 1–2 – ділянка горизонтального польоту; 2–3 – ділянка планування з заданим кутом нахилу глісади;
 3–4 – ділянка вирівнювання; 4 – точка дотику ЗПС з наступною пробіжкою;
 5 – місце встановлення апаратури наведення для вирівнювання

Виходячи з вищенаведених спрощень, проведемо розрахунок параметрів траєкторії руху ПС за кутом місця, використовуючи наступні співвідношення:

$$\beta(t) = \arctg \frac{H(t)}{D(t)}; \quad \beta'(t) = \frac{H'(t)D(t) - H(t)D'(t)}{H^2(t) + D^2(t)};$$

$$\beta''(t) = \frac{\{[H''(t)D(t) - H(t)D''(t)] - 2[H'(t)D(t) - H(t)D'(t)][H'(t)H(t) + D(t)D'(t)]\}}{H^2(t) + D^2(t)}, \quad (1)$$

де $\beta(t), \beta'(t), \beta''(t)$ – кут місця ПС, швидкість його зміни та прискорення ПС за кутом місця, відповідно; $D(t), D'(t), D''(t)$ – горизонтальна віддаль до глісадного радіомаяка, швидкість її зміни та прискорення ПС у напрямку повздовжньої вісі злітно-посадкової смуги, відповідно; $H(t), H'(t), H''(t)$ – висота польоту ПС, швидкість її зміни та вертикальна складова прискорення, відповідно. Слід зауважити, що на ділянці вирівнювання поточна віддаль визначається по відношенню до місця встановлення елемента наведення для вирівнювання. Характер залежності параметрів траєкторії повітряного судна від часу при виконанні посадкового маневру показано на рис. 2.

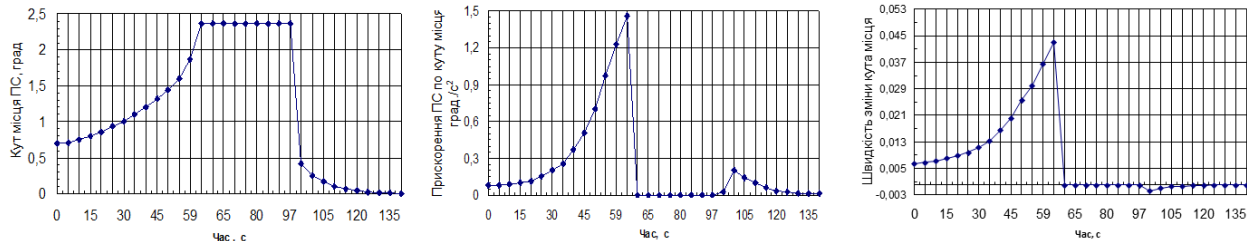


Рис. 2. Характерні зміни параметрів динамічного процесу при заході ПС на посадку

Прийнятність та адекватність побудованих оцінок кутового місцезнаходження ПС значною мірою залежить від того наскільки правильно математична модель відображає найбільш суттєві риси динамічного процесу, що описує зміну кута місця ПС при виконанні посадкового маневру. Звернувшись до рис. 2, неважко помітити, що для спрощеного опису монотонно зростаючої залежності кута місця ПС від часу на ділянці горизонтального польоту, доцільно застосувати динамічну модель другого порядку. Вона є коректною для часових інтервалів, для яких справедливі співвідношення $\sigma_\beta \gg 0,5|\beta''(t)_{\max}|T^2$, де σ_β – середньоквадратична похибка первинних вимірювань кута місця ПС; T – інтервал екстраполяції; $\beta''(t)_{\max}$ – максимально можливе прискорення ПС по куту місця. Питання вибору динамічної моделі на ділянці планування можливо вирішувати з таких міркувань:

1. Перехід до режиму планування, як правило, виконується шляхом виконання відповідного маневру з метою схоплення потрібної глісади, при цьому важлива швидка стабілізація ПС на вибраній траєкторії.

2. Однією з головних небезпек при заході на посадку є турбулентність атмосфери. Сама непередбачувана та небезпечна її форма, так званий «вітровий зсув». Якщо вітровий потік поблизу земної поверхні прямує до низу, то є досить велика імовірність раптової втрати висоти ПС. Єдиним виходом з такого стану є збільшення тяги двигунів з метою швидкого відновлення розташування ПС на заданій глісаді планування [7, 8].

За таких умов використання фільтра першого порядку буде призводити до появи значних динамічних похибок та повільної їх збіжності до ustalених значень. З врахуванням цих обставин доцільно розширити смугу пропускання фільтра за рахунок збільшення порядку динамічної моделі (до другого). Монотонно спадаюча у часі залежність кута місця ПС на етапі вирівнювання також допускає можливість її опису моделлю другого порядку. Проте слід зауважити, що у момент прийняття рішення про приземлення на висоті 30 метрів змінюється підсистема наведення і дані від кутомірного радіоканалу уже не використовуються.

Більш детальний опис математичної моделі динаміки кута місця ПС подамо на прикладі ділянки горизонтального польоту. Згідно прийнятої моделі руху ПС, вважаємо що швидкість зміни кута місця ПС є постійною величиною, але наперед невідомою, невраховані прискорення та вплив атмосферної турбулентності будемо розглядати як збурення номінальної траєкторії. У цьому випадку математична модель може бути описана рівнянням у термінах простору станів [8]:

$$\mathbf{x}'(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{a}(t); \quad (2)$$

де $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ – вектор стану, компонентами якого є значення кута місця ПС $\beta(t)$ та швидкості його зміни $\beta'(t)$, відповідно; $\mathbf{a}(t)$ – випадкове прискорення ПС за кутом місця $\beta''(t)$; $\mathbf{F}(t), \mathbf{G}(t)$ – системні матриці. Оскільки кутові дані у СП сантиметрового діапазону оновлюються дискретно з частотою 40.5 Гц ($T = 0.0247$ с), то рівняння (2) слід привести до різницевого

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k+1, k)\mathbf{w}(k), \quad (3)$$

де $\mathbf{A}(k+1, k)$ – перехідна матриця системи, яка пов'язана з матрицею $\mathbf{F}(t)$ інтегральним співвідношенням

$$\mathbf{A}(k+1, k) = \exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{F}(t)dt\right] = \exp(\mathbf{F}T); \quad T = (t_{k+1} - t_k) - \text{інтервал дискретизації};$$

$$\mathbf{w}(k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_{k+1}, t) \mathbf{G}(t) a(t) dt - \text{дискретний білий шум збурень. З огляду на роботи [7], неважко показати,}$$

що

$$\mathbf{A}(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \tau_k [1 + T/\tau_k + \exp(-T/\tau_k)] \\ 0 & 1 & \tau_k [1 - \exp(-T/\tau_k)] \\ 0 & 0 & \exp(-T/\tau_k) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q}(k) = 2 \frac{\sigma_{\text{KM}}^2}{\tau_k} \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix},$$

де $\mathbf{Q}(k)$ – кореляційна матриця шумів збурень; σ_{KM}^2 – дисперсія випадкового маневру ПС по куту місця, (град/с²)²; τ_k – інтервал кореляції випадкових прискорень, с. За заданого інтервалу дискретизації T ($T \ll 1$), кореляційна матриця $\mathbf{Q}(k)$ шумів збурень може бути суттєво спрощена, наприклад:

– при $T/\tau_k \rightarrow \infty$, що відповідає випадку відсутності корельованих прискорень, перехідна матриця

$\mathbf{A}(k+1, k)$ описує рух з постійною швидкістю;

– при $T/\tau_k \rightarrow 0$, розвинення експоненти у степеневий ряд з утриманням перших трьох членів, дає можливість описувати рівноприскорений рух без збурень;

Необхідні початкові числові дані про вектор $\mathbf{x}(0)$, кореляційні матриці $\mathbf{Q}(k)$ та $\mathbf{R}(k)$ можна отримати на основі набутого практичного досвіду [8]:

1. Для широкого класу ПС діапазон віддалей заходу на посадку коливається у межах 5–25 км, а діапазон посадкових швидкостей 200–500 км/год., можливі прискорення рідко перевищують 0.1–0.25 g [8]. Тоді, як показали розрахунки за формулами (1)–(2), у якості початкових значень параметрів номінальної траєкторії можна прийняти:

- 0.7 град. – початкове значення кута місця ПС;
- 0.0122 град./с – початкове значення швидкості зміни кута місця;
- 0.0002 град./с² – початкове значення прискорення ПС по куту місця;
- верхня межа дисперсії похибок первинних бортових вимірювань кута місця ПС оцінюється величиною у $50 \cdot 10^{-4}$ (град.)².

2. Порядок величини $\mathbf{Q}(k)$ оцінимо на основі формули (2), у яку замість $D''(t)$ слід підставити величину середньоквадратичного прискорення, що визначається як $\sigma_a^2 = a_{\text{max}}^2 (1 + 4q_{\text{max}} - q_0)/3$, де a_{max} – максимальне припустиме прискорення для даного класу ПС; q_0 – ймовірність того, що маневру не буде; q_{max} – ймовірність того, що маневр буде потрібен з прискоренням a_{max} . У інших випадках передбачається, що ПС може приймати будь-які прискорення з діапазону $[-a_{\text{max}}, +a_{\text{max}}]$ з рівномірною густиною розподілу ймовірностей $1 - (2q_{\text{max}} + q_0)/2a_{\text{max}}$. Наприклад на заключному етапі горизонтального польоту $D = 5000$ м при $H = 200$ м; $q_{\text{max}} = 0,1$; $q = 0,5$; $a_{\text{max}} = 0,2g$ дисперсія прискорення по куту місця розрахована на основі формули (2) становить $\sigma^2 = 7 \cdot 10^{-4}$ (град / с²)².

Величина τ_k , може приймати значення від 0.01 до 1 с (для випадкових збурень, обумовлених турбулентністю атмосфери). Якщо покласти $\tau_k = 1$ с, то величина $\mathbf{Q}(k)$ для віддалей $D = 10000$ м і $D = 1000$ м оцінюється у $3.6 \cdot 10^{-8}$ (град. / с²)² та $11.5 \cdot 10^{-4}$ (град./ с²)², відповідно. Отримані результати дозволяють зробити висновок, що на великих віддальях шумами маневру можна знехтувати і використовувати модель руху ПС без збурень. При невеликих віддальях, навпаки, слід користуватися моделлю руху ПС з постійною швидкістю та наявністю шуму маневру, тому що у цьому випадку стохастичні складові прискорення відіграють домінуючу роль. Щодо математичної моделі первинних бортових вимірювань, то її прийнято описувати рівнянням:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \xi(k), \tag{4}$$

де $\mathbf{y}(k)$ – вектор спостережень, $\mathbf{C}(k)$ – матриця спостережень, структура якої визначається типом вимірювальних засобів та їх числом; $\mathbf{x}(k)$ – вектор стану, $\xi(k)$ – похибки первинних вимірювань кутових координат. У загальному випадку похибки первинних вимірювань мають досить складну структуру. Проте похибки одиничних вимірювань завжди містять флуктуаційну складову, дисперсія якої залежить від відношення сигнал / шум на вході радіовимірювального тракту та дискретності надходження посадкових даних. Вважають, що ця складова змінюється випадково, розподілена за нормальним законом з нульовим середнім значенням та кореляційною матрицею, оцінку якої можна отримати скориставшись графіком [4]. Таким чином, з достатньою для практики точністю, математична модель динамічного процесу зміни кутових даних, які надходять з каналу первинних радіовимірювань у систему вторинної обробки, може бути описана системою різницевих векторних рівнянь

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k+1, k)\mathbf{w}(k); \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k), \end{aligned} \quad (5)$$

де $\mathbf{x}(k) = [\mathbf{x}_1(k), \mathbf{x}_2(k)]^T$ – значення кута місця ПС та швидкості його зміни у поточний момент часу k ;
 $\mathbf{A}(k+1, k) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}(k+1, k) = [0 \ 1]^T$, $\mathbf{C}(k) = [1 \ 0]$ – системні матриці;

$\mathbf{w}(k), \mathbf{n}(k)$ – гаусові білі послідовності з нульовим середнім значенням та апіорно заданими кореляційними матрицями $\mathbf{Q}(k), \mathbf{R}(k)$. Системі рівнянь (5) відповідає структура, яка складається з дискретного формуючого фільтра та моделі дискретної вимірювальної системи. У якості апіорних даних можна використовувати результати поточних розрахунків, проведених у цьому підрозділі.

Синтез оптимального фільтра для обробки потоку первинних вимірювань кута місця ПС на основі методу Калмана

За умови повноти апіорної інформації найкращий шлях розв'язання задачі синтезу полягає у знаходженні апостеріорної густини розподілу ймовірностей параметрів, які підлягають фільтрації [10]. Така методика покладена у основу байесового підходу. Знання апостеріорної густини розподілу параметрів, що фільтруються, дозволяє легко визначати їх статистичні оцінки, оптимальні у певному розумінні, наприклад, за мінімальним значенням середньоквадратичної похибки фільтрації. Припустимо, що динамічні властивості фільтрованого параметру – кута місця ПС описуються різницеvim рівнянням (3), а первинні вимірювання кута місця утворюються у відповідності до рівняння (4). За умови гаусової статистики збурень динамічної моделі та шумів за умови повноти апіорної інформації найкращий шлях розв'язання задачі синтезу полягає у знаходженні апостеріорної густини розподілу ймовірностей параметрів, які підлягають фільтрації [10]. Така методика покладена у основу байесового підходу. Знання апостеріорної густини розподілу параметрів, що фільтруються, дозволяє легко визначати їх статистичні оцінки, оптимальні у певному розумінні, наприклад, за мінімальним значенням середньоквадратичної похибки фільтрації. Припустимо, що динамічні властивості фільтрованого параметру – кута місця ПС описуються різницеvim рівнянням (3), а первинні вимірювання кута місця утворюються у відповідності до рівняння (4). За умови гаусової статистики збурень динамічної моделі та шумів вимірювань оптимальна оцінка вектора стану за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки може бути отримана у рекурентній формі на основі поточного $(k+1)$ -го вимірювання та величини оцінки з попереднього k -го такту. Дійсно, використовуючи байесів підхід неважко показати [6], що оптимальна оцінка, яка мінімізує байесів ризик являє собою умовне середнє значення

$$\mathbf{x}_0^*(k+1/k+1) = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^{k+1} \right\} = \int \mathbf{x}(k+1) \mathbf{f} \left[\mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^{k+1} \right] d\mathbf{x}(k+1) \cos^{-1} \theta,$$

де $\mathbf{f} \left[\mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^{k+1} \right]$ – апостеріорна густина розподілу ймовірностей фільтрованого параметру – кута місця $\mathbf{Y}_1^{k+1} = \{y(1), y(2), \dots, y(k+1)\}$ – вектор результатів радіовимірювань кута місця повітряного судна. Беручи до уваги правило Байєса, апостеріорну густину розподілу запишемо у такій формі:

$$\mathbf{f} \left[\mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^{k+1} \right] = \frac{\mathbf{f} \left[\mathbf{y}(k+1) / \mathbf{Y}_1^k, \mathbf{x}(k+1) \right] \mathbf{f} \left[\mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^k \right]}{\mathbf{f} \left[\mathbf{y}(k+1) / \mathbf{Y}_1^k \right]}. \quad (6)$$

Оскільки дискретні випадкові процеси (5) є процесами Маркова, а густини розподілу, які входять до правої частини (6) вважаються гаусовими і з відповідними параметрами:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} \left[\mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^k \right] &= \mathbf{N} \left[\mathbf{x}_0^*(k+1/k); \mathbf{P}(k+1/k) \right]; \\ \mathbf{f} \left[\mathbf{y}(k+1) / \mathbf{Y}_1^k, \mathbf{x}(k+1) \right] &= \mathbf{N} \left[\mathbf{C}(k+1)\mathbf{x}(k+1); \mathbf{R}(k+1) \right]; \\ \mathbf{f} \left[\mathbf{y}(k+1) / \mathbf{Y}_1^k \right] &= \mathbf{N} \left[\mathbf{C}(k+1)\mathbf{x}_0^*(k+1/k); \mathbf{C}(k+1)\mathbf{P}(k+1/k)\mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1) \right]; \end{aligned}$$

де $\mathbf{x}_0^*(k+1/k) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}_0^*(k/k)$ – екстрапольована оцінка, яка отримана з попереднього такту роботи пристрою оцінювання; $\mathbf{N}(a, b)$ – нормальна густина розподілу ймовірностей з параметрами \mathbf{a} та \mathbf{b} ; $\mathbf{P}(k+1/k) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{P}(k/k)\mathbf{A}^T(k+1, k) + \mathbf{B}(k+1, k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{B}^T(k+1, k)$ – кореляційна матриця похибок екстраполяції.

Процедура обчислення параметрів апостеріорного розподілу, які є по суті оптимальними поточними оцінками $\mathbf{x}_0^*(k+1/k+1)$ кута місця ПС та їх точності $\mathbf{P}(k+1/k+1)$, складається з перемноження вищенаведених нормальних густин розподілу та виділення у результуючому добутку матричного повного квадрата [9]. Опускаючи прості, але досить громіздкі проміжні перетворення, отримуємо систему рекурентних різницеvim рівнянь, які описують оптимальну за Калманом процедуру фільтрації потоку первинних радіовимірювань кута місця повітряного судна

$$\mathbf{x}_0^*(k+1/k+1) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}_0^*(k/k) + \mathbf{K}(k+1) \left[\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1)\mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}_0^*(k/k) \right]; \quad (7)$$

$$\mathbf{P}(k+1/k) = \mathbf{A}(k+1,k) \mathbf{P}(k/k) \mathbf{A}^T(k+1,k) + \mathbf{B}(k+1,k) \mathbf{Q}(k) \mathbf{B}^T(k+1,k); \quad (8)$$

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}(k/k+1) \mathbf{C}^T(k+1) [\mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k/k+1) \mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1)]^{-1}; \quad (9)$$

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = \text{Cov}\{\mathbf{x}(k+1) / \mathbf{Y}_1^{k+1}\} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1) \mathbf{C}(k+1)] \mathbf{P}(k+1/k). \quad (10)$$

Щодо виразів (7)–(10), то вони потребують додаткових коментарів:

1. Рівняння (7) описує рекурентний механізм формування поточної оцінки $\mathbf{x}_0^*(k+1/k+1)$ кута місця ПС і тим самим визначає структуру пристрою обробки потоку первинних вимірювань. Вона зображена на рис.3. До складу входять оптимальний матричний екстраполятор, оптимальний матричний дискримінатор та блок обчислень матричного коефіцієнта передачі. Оптимальний матричний екстраполятор має дві складові частини. Перша частина екстраполятора для обчислення екстрапольованої оцінки $\mathbf{A}(k+1,k) \mathbf{x}_0^*(k/k)$ використовує математичну модель динамічного процесу (3), який описує зміну у часі кута місця ПС при виконанні посадочного маневру. Друга частина екстраполятора використовує інформаційну модель радіовимірювального тракту і на її виході формується прогнозоване значення результату вимірювань кута місця ПС $\mathbf{y}^*(k+1/k)$.

2. Якість роботи першої частини екстраполятора визначається виразом (8). Діагональні елементи кореляційної матриці $\mathbf{P}(k+1/k)$ являють собою дисперсії похибок екстраполяції компонент вектора стану $\mathbf{x}(k)$ на $k+1$ -й момент часу. Якість роботи другої частини екстраполятора визначається виразом $\mathbf{P}[\mathbf{y}(k+1/k)] = \mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}(k+1/k) \mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R}(k+1)$ [25], а діагональні елементи кореляційної матриці $\mathbf{P}[\mathbf{y}(k+1/k)]$ визначають точність прогнозування результату радіовимірювань $\mathbf{y}(k)$ на $k+1$ -й момент часу.

3. Рівняння (9) визначає рекурентну процедуру обчислення матричного коефіцієнта фільтра Калмана, який безпосередньо залежить від точності екстрапольованої оцінки $\mathbf{x}_0^*(k+1/k)$.

4. Рекурентне рівняння для кореляційної матриці похибок фільтрації (10) характеризує поточну точність оптимального пристрою обробки результатів радіовимірювань кута місця ПС.

5. У сучасних радіонавігаційних системах обробка інформації в пілотажно-навігаційних комплексах та системах керування польотом зазвичай виконується за допомогою бортового обчислювального комплексу, побудованого на основі системи мікро-ЕОМ, поєднаних у мережу [10]. У зв'язку з цим рекурентна форма рівнянь оптимальної дискретної фільтрації (7)–(10) якнайкраще відповідає потребам цифрової обробки радіосигналів і може бути успішно реалізована на практиці у вигляді комплексу відповідних програм. Процедура фільтрації починає працювати з введення апріорних даних $\mathbf{x}(0/0)$ та $\mathbf{P}(0/0)$ і виконується у чотири такти у такій послідовності :

$$\mathbf{P}(k+1/k) \rightarrow \mathbf{K}(k+1) \rightarrow \mathbf{P}(k+1/k+1) \rightarrow \mathbf{x}_0^*(k+1/k+1).$$

Не зайве ще раз наголосити, що згідно рис. 3 до складу оптимального фільтра входить апріорно задана модель руху ПС, яка виконує функцію прогнозу та корегувальна ланка зворотного зв'язку, причому у модель у якості збурення вводиться зважена нев'язка. Це дозволяє розглядати фільтр Калмана не тільки як обчислювач

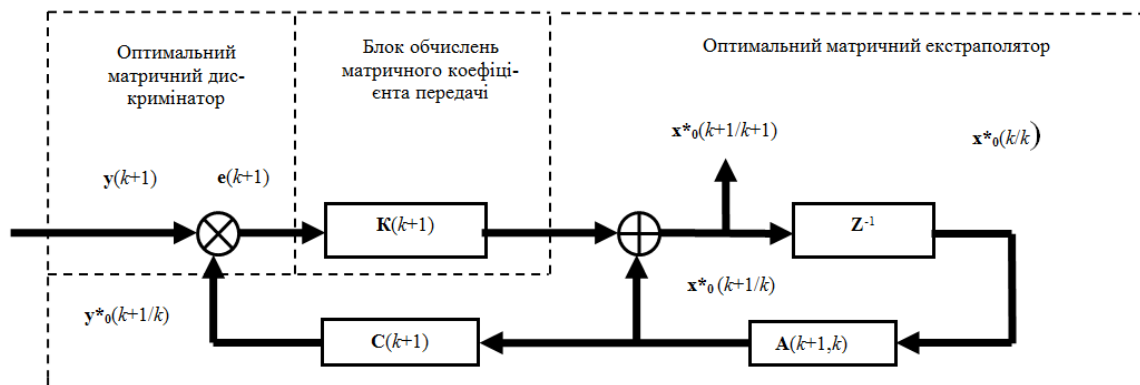


Рис. 3. Оптимальна за Калманом структура пристрою обробки потоку первинних радіовимірювань кута місця ПС

Не зайве ще раз наголосити, що згідно рис. 3 до складу оптимального фільтра входить апріорно задана модель руху ПС, яка виконує функцію прогнозу та корегувальна ланка зворотного зв'язку, причому у модель у якості збурення вводиться зважена нев'язка. Це дозволяє розглядати фільтр Калмана не тільки як обчислювальний алгоритм, а як пристрій стеження цифрового типу, що забезпечує мінімально можливу середньоквадратичну похибку як у перехідному, так і в усталеному режимах.

Аналіз ефективності оптимального фільтра за критерієм «точність – об'єм обчислювальних ресурсів». Методика виконання обчислювального експерименту. У процесі реалізації оптимального фільтра

за методом Калмана одним з найважливіших етапів є забезпечення його стійкості, тобто досягнення усталених значень похибок фільтрації. Основними чинниками відхилення реальних похибок фільтра від їх розрахованих значень можуть бути: відмінність запропонованих математичних моделей досліджуваних процесів від реально діючих; неадекватне встановлення початкових даних; неточності, допущені у апріорних даних щодо статистичних характеристик діючих збурень та шумів; похибки обчислювального характеру, що пов'язані з обмеженнями розрядної сітки та тощо. У низці випадків вказані фактори призводять до розбіжності результатів фільтрації порівняно з фактичними змінами інформаційних параметрів кутових сигналів у посадковій системі. У тому разі, коли оптимальний фільтр реалізується у вигляді спеціалізованого обчислювального пристрою з використанням мікро – ЕОМ, то постає задача вибору її типу ще на етапі технічного проектування. При цьому необхідно урахувати окрім апаратних та програмних затрат ще й особливості методу обробки посадкових даних, архітектуру системи посадки та надмірності, закладені у стандарті формату радіосигналу. Дослідження що виконуються у даному підрозділі мають за мету:

- дати кількісну оцінку точності та достовірності результатів, отриманих за допомогою фільтра Калмана;
- провести аналіз витрат лічильного часу та об'єму пам'яті, необхідних для практичної реалізації алгоритму фільтрації та на основі проведеного аналізу виробити рекомендації щодо вибору найбільш прийнятної структури пристрою обробки за умови регламентованої точності та практичних зручностей.

У основу методології даних досліджень покладено метод цифрового статистичного моделювання. Можливість прорахунків різних варіантів однієї і тієї ж задачі шляхом зміни початкових умов без реконструкції математичної моделі пристрою обробки зближує метод цифрового статистичного моделювання з натурним фізичним експериментом. Однією з переваг такого моделювання є те, що його можна використовувати на більш ранніх етапах технічного проектування, коли ще не усі лабораторні макети у наявності. Статистичне моделювання роботи оптимального фільтра Калмана виконувалось для ділянки горизонтального польоту з використанням математичних моделей (5). Для номінальних умов польоту точність первинних вимірювань визначалась кореляційною матрицею

$E\{\mathbf{n}(k+1)\mathbf{n}(k+1)^T\} = \mathbf{R}(k+1) = 0,0036$. Необхідні шумові послідовності $\mathbf{w}(k), \mathbf{n}(k)$ було отримано за допомогою датчиків випадкових чисел, розподілених за нормальним законом розподілу з нульовими середніми значеннями та заданими кореляційними матрицями $\mathbf{Q}(k) = 0,0001, \mathbf{R}(k+1) = 0,0036$. Початкове значення вектора стану $\mathbf{x}(0)$ у кожній реалізації приймалось випадковим, у той час як початкова оцінка $\mathbf{x}^*(0/0)$ кута місця ПС оставалась незмінною на протязі усього експерименту. Оцінка ефективності роботи оптимального фільтра виконувалась шляхом порівняння відповідних статистичних характеристик точності з характеристиками точності розрахованими за формулою (10). Вищезгадані статистичні характеристики обчислювались на основі багаторазової імітації роботи досліджуваного пристрою, а потім імовірнісне усереднення за множиною замінялось обчисленням середньоарифметичних значень за формулами:

$$E\{[\Delta\mathbf{x}(k) - \overline{\Delta\mathbf{x}(k)}][\Delta\mathbf{x}(k) - \overline{\Delta\mathbf{x}(k)}]^T\} \approx \overline{\{\Delta\mathbf{x}(k)\}^2} - [\overline{\Delta\mathbf{x}(k)}]^2 \quad E\{\Delta\mathbf{x}(k)\} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\mathbf{x}_i^*(k/k) - \mathbf{x}_i(k)] = \overline{\{\Delta\mathbf{x}(k)\}};$$

$$E\{\Delta\mathbf{x}(k) \Delta\mathbf{x}(k)^T\} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{[\mathbf{x}_i^*(k/k) - \mathbf{x}_i(k)][\mathbf{x}_i^*(k/k) - \mathbf{x}_i(k)]^T\} = \overline{\{\Delta\mathbf{x}^2(k)\}}$$

Контроль результатів статистичного моделювання оцінювався двома параметрами: достовірністю отриманих оцінок η та шириною довірчого інтервалу Δ . При проведенні статистичних експериментів достовірність оцінювання прийнято задавати зі стандартного ряду 0.9, 0.95, 0.99, 0.999. Тоді величину довірчого інтервалу можна розрахувати за формулою

$$\left[\mathbf{P}^*(k/k)^{1/2} \right] (1 - \Delta) < \left[\mathbf{P}(k/k)^{1/2} \right] (1 + \Delta),$$

де $\mathbf{P}^*(k/k)^{1/2}, \mathbf{P}(k/k)^{1/2}$ – вибіркове та генеральне середньоквадратичне значення, відповідно; Δ – ширина довірчого інтервалу, яка залежить від об'єму вибірки N і достовірності η ; для потреб практичних обчислень використовувались табульовані значення функції $\Delta = \varphi(\eta, N)$ [10]. За умови апріорно заданих величин η і Δ за допомогою табл. 4 [10] можна знайти об'єм вибірки, який гарантує задану достовірність. Наприклад, при $\eta = 0.95$ і $\Delta = 20\%$, необхідний об'єм вибірки N становить не менше 50. Для подальшого моделювання прийємо $N = 50$. Це означатиме, що при даному об'ємі вибірки довірчий інтервал шириною 2Δ накрис теоретичне значення середньоквадратичної похибки оцінювання (генеральне середньоквадратичне) з ймовірністю 0.95. У якості апріорних даних були взяті результати наведені у табл. 1, притаманні вимірюванням, що виконуються у СП сантиметрового діапазону. У відповідності до виразів (7)–(10) на рис. 4 відображені результати статистичного моделювання, які підтверджують коректність роботи датчиків випадкових чисел, правильність розрахунків довірчого інтервалу та достовірність отриманих статистичних даних. Дійсно співставлення результатів рекурентних обчислень за формулою (10) та їх статистичного аналога, отриманого методом Монте-Карло показує, що довірчий інтервал у вигляді смуги

шириною $\pm 20\%$ від теоретичного значення $P_{11}(k/k)$ покриває теоретичну криву з імовірністю близькою до 0.95. Це дозволяє упевнитись у працездатності запропонованої методики.

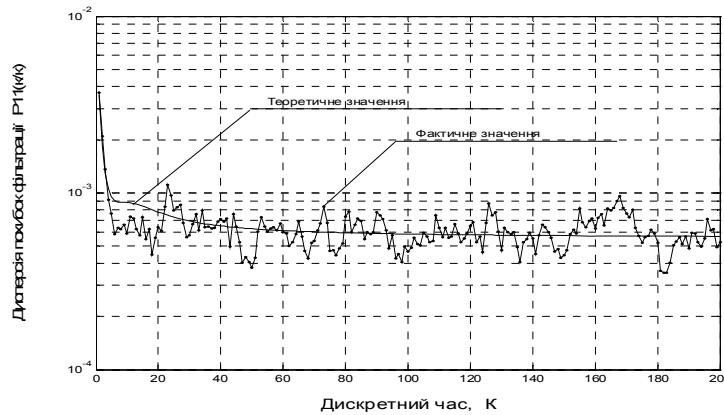


Рис. 4. Результат моделювання точності оцінювання кута місця ПС за методом Монте-Карло

На рис. 5 представлені результати фільтрації потоку первинних спостережень кута місця ПС для ділянки горизонтального польоту. Оскільки фільтр Калмана є системою з параметрами, які змінюються у часі, то матриця передачі оптимального фільтра перераховувалась на кожному кроці у відповідності з рекурентним рівнянням (9).

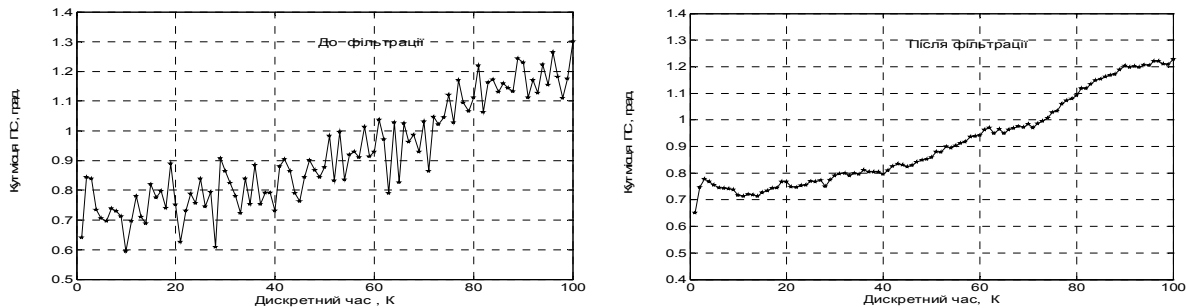


Рис. 5. Результати фільтрації потоку первинних вимірювань кута місця ПС

Оцінка обчислювальних ресурсів. Аналіз літературних джерел [7, 11, 12] показує, що оптимальний фільтр Калмана допускає декілька варіантів технічної реалізації у вигляді певної обчислювальної структури.

1. Структура за першим варіантом є традиційною. Оптимальний фільтр реалізується у рекурентній формі і у повному обсязі, вимагає помірних обчислювальних витрат з точки зору числа елементарних операцій додавання та множення з плаваючою крапкою. Проте, у пам'яті необхідно зберігати системні матриці $A(k+1,k)$, $B(k+1,k)$, $C(k)$, $Q(k)$, $R(k)$ для усіх $k=0,1$. Також у оперативній пам'яті повинні зберігатися результати поточних обчислень оцінок $x^*(k/k)$, $P(k/k)$ з попереднього такту.

$$x_0^*(k+1/k) = A(k+1,k)x_0^*(k/k); \tag{11}$$

$$x_0^*(k+1/k+1) = x_0^*(k+1/k) + K(k+1)[y(k) - C(k)x_0^*(k+1/k)]; \tag{12}$$

$$P(k+1/k) = A(k+1,k)P(k/k)A^T(k+1,k) + B(k)Q(k)B^T(k); \tag{13}$$

$$K(k+1) = P(k+1/k)C^T(k)[C(k)P(k+1/k)C^T(k) + R(k)]^{-1}; \tag{14}$$

$$P(k+1/k+1) = [I - K(k+1)C(k)]P(k+1/k). \tag{15}$$

2. У цьому варіанті передбачається, що матриця передачі фільтра може бути довільною, її значення обчислюються заздалегідь для усіх $k=0,1$ з яких-небудь інших міркувань і заносяться у постійну пам'ять. Таким чином рівняння (14) анулюється. Якщо фільтр залишається стійким, то перестає бути оптимальним, проте коваріаційну матрицю похибок фільтрації можна розраховувати за формулою (19). Форма рівнянь (16)–(19) описує якісні показники оцінювання для довільного лінійного фільтра.

$$x_0^*(k+1/k) = A(k+1,k)x_0^*(k/k); \tag{16}$$

$$x_0^*(k+1/k+1) = x_0^*(k+1/k) + K(k+1)[y(k) - C(k)x_0^*(k+1/k)]; \tag{17}$$

$$P(k+1/k) = A(k+1,k)P(k/k)A^T(k+1,k) + B(k)Q(k)B^T(k); \tag{18}$$

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C}(k+1)]\mathbf{P}(k+1/k)[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C}(k+1)]^T + \mathbf{K}(k+1)\mathbf{R}(k+1)\mathbf{K}^T(k+1). \quad (19)$$

3. Форма реалізації оптимального фільтра Калмана, яка виражається сукупністю рівнянь (20)–(23) не дає будь-яких обчислювальних переваг порівняно з попередніми варіантами. Її головним недоліком є те, що матрицю передачі оптимального фільтра фактично доводиться обчислювати двічі, один раз при обчисленні коваріаційної матриці похибок фільтрації $\mathbf{P}(k+1/k+1)$ у рівнянні (22) і другий раз при обчисленні за формулою (21). Проте з іншої сторони, коли виконується аналіз лише якісних показників процесу фільтрації, безвідносно поведінки матриці передачі оптимального фільтра, то є можливість позмінно використовувати рівняння (22)–(23) для отримання матриць $\mathbf{P}(k+1/k+1)$ та $\mathbf{P}(k+1/k)$ для $k = 0, 1$. Нарешті, якщо досліджується поведінка лише однієї коваріаційної матриці похибок фільтрації, то можливе додаткове спрощення за рахунок підстановки виразу (23) у рівняння (22). Результатом такої операції буде матричне співвідношення першого порядку між матрицями $\mathbf{P}(k+1/k+1)$ та $\mathbf{P}(k+1/k)$, що надзвичайно зручно при теоретичних дослідженнях. Доцільно ще раз наголосити, що в обчислювальному сенсі ця форма представлення алгоритму роботи оптимального фільтра малоприваблива, оскільки потребує трьох найбільш трудомістких операцій – обернення матриць розміру $(n \times n)$.

$$\mathbf{x}_0^*(k+1/k) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}_0^*(k/k); \quad (20)$$

$$\mathbf{x}_0^*(k+1/k+1) = \mathbf{x}_0^*(k+1/k) + \mathbf{P}(k+1/k+1)\mathbf{C}^T(k+1)\mathbf{R}^{-1}(k+1)[\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}(k+1)\mathbf{x}_0^*(k+1/k)]; \quad (21)$$

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = [\mathbf{P}^{-1}(k+1/k) + \mathbf{C}^T(k+1)\mathbf{R}^{-1}(k+1)\mathbf{C}(k+1)]^{-1}; \quad (22)$$

$$\mathbf{P}(k+1/k) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{P}(k/k)\mathbf{A}^T(k+1) + \mathbf{B}(k+1)\mathbf{Q}(k)\mathbf{B}^T(k+1). \quad (23)$$

4. Остання форма рівнянь оптимального фільтра являє собою гранично спрощену – укорочену форму реалізації фільтра Калмана за методом прямого програмування і реалізує, по-суті, систему стеження розімкненого типу: $\mathbf{x}_0^*(k+1/k) = \mathbf{A}(k+1, k)\mathbf{x}_0^*(k/k)$; $\mathbf{x}_0^*(k+1/k+1) = \mathbf{x}_0^*(k+1/k) + \mathbf{K}(k+1)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}(k)\mathbf{x}_0^*(k+1/k)]$.

Тут матриця передачі $\mathbf{K}(k)$ обчислюється лише на основі апріорних даних для усіх $k = 0, 1, \dots$, а її значення разом з матрицями $\mathbf{A}(k+1, k)$, $\mathbf{C}(k+1)$ заносяться у постійну пам'ять. У оперативній пам'яті залишається лише оцінка $\mathbf{x}_0^*(k+1/k)$. Робота схеми фільтрації може бути ефективною за умови наявності високоякісної моделі динамічного процесу та незмінності умов експлуатації. У протилежному разі збіжність оцінок не гарантується. Таким чином, з практичної точки зору, найбільш прийнятними варіантами залишаються варіанти за номерами 1 та 4. Для них виконаємо оцінку обчислювальної ефективності. За міру складності практичної реалізації схеми фільтрації приймемо число необхідних арифметичних операцій множення та додавання двох чисел з плаваючою комою. При цьому передбачається, що розмірність динамічної системи – n , а каналу спостережень – m апріорно відомі.

$$K_M = \frac{M_1(n, m) - M_4(n, m)}{M_1(n, m)} 100\% = \frac{3n^3 + 2n^2 + 2nm^2 + m^3}{3n^3 + 2n^2 + 2nm^2 + m^3 + n^2 + 2nm} 100\%; \quad (24)$$

$$K_S = \frac{S_1(n, m) - S_4(n, m)}{S_1(n, m)} 100\% = \frac{3n^3 + 2n^2(m-1) + m^3 + 2nm(m-1)}{3n^3 + 2n^2m + 2nm^2 + m^3 - n^2 - n} 100\%. \quad (25)$$

Аналізуючи результати розрахунків неважко помітити, що варіант за номером 4 здатен забезпечити значну економію обчислювальних ресурсів, але за рахунок втрати гарантії збіжності отриманих оцінок через схильність до накопичення першо-початкових похибок, обумовлених неточністю математичної моделі та недостовірністю апріорних даних відносно статистичних характеристик діючих збурень та шумів. Наприклад, для фільтрів кутомірного каналу, що розглядалися у попередньому підрозділі при $n = 2$, $m = 1$, ця економія, згідно з (24), (25), досягала величин $K_M = 82\%$ і $K_S = 80\%$ відповідно. Проте слід зауважити, що у деяких випадках за наявності жорстких обмежень на час обробки результатів спостережень та високоякісної динамічної моделі, вказана заміна може бути цілком прийнятною.

Висновки

1. На основі результатів виконаних досліджень можна стверджувати, що використання надмірності апаратних та програмних засобів разом з надзвичайно високою тактовою частотою сучасних мікропроцесорних пристроїв є перспективним напрямком підвищення точності, контролю достовірності та цілісності посадкових даних у процесі їх спеціальної обробки на шляху побудови високонадійної радіотехнічної системи посадки сантиметрового діапазону на перспективу після 2000 року. Загально визнаним методом вирішення таких проблем є використання фільтрів Калмана. Ефективне застосування методів оптимальної фільтрації передбачає повноту апріорної інформації про стан кутомірного каналу, статистичних характеристик діючих збурень та завад, математичну модель динаміки зміни у часі кутових координат ПС у процесі виконання посадкового маневру. Саме така задача розв'язувалась у даній роботі.

2. Розроблена удосконалена математична модель динамічного процесу зміни кута місця ПС у часі, яка на відміну від відомих результатів враховує не тільки тактико-технічні характеристики ПС, а також особливості режиму польоту на окремих ділянках посадкової траєкторії.

3. З метою підвищення швидкодії процесу фільтрації та спрощення його структури запропоновано декілька варіантів технічної реалізації оптимального фільтра Калмана. За результатами порівняльного аналізу визначено два найкращих варіанти. Дана оцінка їх точності та обчислювальної ефективності. Адекватність проведених розрахунків підтверджена шляхом статистичного моделювання за методом Монте-Карло.

Література

1. Новожилов Г. В. Безопасность полета самолета. Концепция и технология / Новожилов Г.В. – М. : Машиностроение, 2003. – 144 с.
2. Пергл Г. Императив безопасности в воздухе. Тематический выпуск –75 лет гражданской авиации / Г. Пергл // Америка. – 1978. – № 265. – 117 с.
3. Семенов А.А. Радионавигационные системы аэропортов. Радиомаячные системы посадки / А.А. Семенов, В.Г. Мелкунин. – К. : КМУГА, 1999. – 100 с.
4. Кичак В.М. Методи та пристрої обробки радіосигналів бортових авіаційних систем посадки : монографія / В.М. Кичак, Ю.М. Воловик, А.Ю. Воловик. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 208 с.
5. Воловик А.Ю. Оцінювання характеристик функціональної надійності фазового каналу синхронізації в системі посадки сантиметрового діапазону / А. Ю. Воловик, Ю. М. Воловик // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2007. – № 1. – С. 151–154.
6. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс ; пер. с англ. ; под ред. Б. Р. Левина. – М. : Связь, 1976. – 496 с.
7. Жуков А. Я. Динамика полета транспортных летательных аппаратов / Жуков А. Я. – М. : Транспорт, 1996. – 326 с.
8. Калачев Г.С. Самолет легчик и безопасность полета / Калачев Г.С. – М. : Машиностроение, 1979. – 222 с.
9. Baranowski J. Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter / J. Baranowski, P. Bania, I. Prasad, T. Cong // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. – 2017. – P. 52–63.
10. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 1977. – 479 с.
11. Федоров С.М. Бортовые информационно – управляющие системы / Федоров С. М. – М. : Транспорт, 1994. – 294 с.
12. Гуров И.П. Анализ и оптимизация вычислительного процесса нелинейной дискретной фильтрации Калмана / И. П. Гуров, А. С.Захаров, М. А. Таратин // Изв. вузов. Приборостроение. – 2004. – № 8. – С. 42–48.

References

1. Novozhilov G. V. Bezopasnost poleta samoleta. Kontsepsiya i tehnologiya / Novozhilov G.V. – M.: Mashinostroenie, 2003. – 144 s.
2. Pergl G. Imperativ bezopasnosti v vozduhe. Tematicheskij vyipusk –75 let grazhdanskoy aviatsii / Pergl G. // Amerika. – 1978. – 265. – 117 s.
3. Semenov A.A. Radionavigatsionnyie sistemy aeroportov. Radiomayachnyie sistemyi posadki. / A.A. Semenov, V.G. Melkunin – K.: KMUGA, 1999. – 100 s.
4. Kychak V.M. Metody ta prystroji obrobky radiosyghnaliv bortovykh aviacijnykh system posadky : monoghrafija / V.M. Kychak, Ju.M. Volovyk, A.Ju. Volovyk. – Vinnycja: VNTU, 2011.–208 s.
5. Volovyk A.Ju. Ocinjuvannja kharakterystyk funkcionalnoji nadijnosti fazovogho kanalu synkhronizaciji v systemi posadky santymetrovogho diapazonu / A. Ju. Volovyk, Ju. M. Volovyk // Herald of Khmelnytskyi National University. – 2007. – Issue 1. – S.151 – 154.
6. Seydzh E. Teoriya otsenivaniya i ee primenenie v svyazi i upravlenii / E. Seydzh, Dzh. Mels.; per. s angl.; pod red. B. R. Levina. – M. : Svyaz, 1976. – 496 s.
7. Zhukov A. Ya. Dinamika poleta transportnyih letatelnyih apparatov / Zhukov A. Ya. – M.: Transport, 1996. – 326 s.
8. Kalachev G.S. Samolet letchik i bezopasnost poleta / Kalachev G.S.– M.:Mashinostroenie, 1979.–222 s.
9. Baranowski J. Bayesian fault detection and isolation using Field Kalman Filter / J. Baranowski, P. Bania, I. Prasad, T. Cong // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing.– 2017.–P. 52–63.
10. Gmurman V. E. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statisika / V.E Gmurman – M.: Vyisshaya shkola, 1977. – 479 s.
11. Fedorov S.M. Bortovyye informatsionno – upravlyayuschie sistemyi / Fedorov S. M. – M.: Transport, 1994. – 294 s.
12. Gurov I.P. Analiz i optimizatsiya vyichislitel'nogo protsessha nelineynoy diskretnoy filtratsii Kalmana / I. P. Gurov, A. S.Zaharov, M.A. Taratin // Izv. vuzov. Priborostroenie.–2004, 8.– S. 42 – 48.

Рецензія/Peer review : 3.10.2018 р.

Надрукована/Printed :22.11.2018 р.
Рецензент: д.т.н., проф. Кичак В.М.