

УДК. 658.711.2

О.В. Білоскурська, к.ю.н.,

Чернівецький торговельно-економічний інститут КНТЕУ,

О.Ю. Вінничук, к.е.н., **Р.Р. Білоскурський**, к.е.н.,

Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича, м. Чернівці

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ІЗ ЗАДАНОЮ ФУНКЦІЄЮ ВИТРАТ

Анотація

У статті досліджуються економіко-математичні моделі управління запасами виробничого підприємства. Зазначається недостатній ступінь розробленості комплексних рішень з питань формування систем управління запасами, які б адекватно відображали існуючу високу динаміку управління запасами. У зв'язку з цим пропонується динамічна модель управління запасами із заданою функцією витрат. Показано, що економіко-математичне моделювання процесу управління запасами дозволяє правильно і своєчасно визначати оптимальну стратегію управління запасами, нормативний рівень запасів. Це дозволяє вивільнити значні оборотні кошти, заморожені у вигляді запасів, що в остаточному підсумку підвищує ефективність використовуваних ресурсів та прийняття відповідних управлінських рішень.

Ключові слова: виробничі запаси, економіко-математичне моделювання, динамічна модель, динамічне програмування.

Е.В. Белоскурская, к.ю.н.,

Черновицкий торгово-экономический институт КНТЭУ,

Е.Ю. Винничук, к.э.н., **Р.Р. Белоскурский**, к.э.н.,

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича, г. Черновцы

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С ЗАДАННОЙ ФУНКЦИЕЙ ЗАТРАТ

Аннотация

В статье исследуются экономико-математические модели управления запасами производственного предприятия. Отмечается недостаточная степень разработанности комплексных решений по вопросам формирования систем управления запасами, которые бы адекватно отражали существующую высокую динамику управления запасами. В связи с этим, предлагается динамическая модель управления запасами с заданной функцией затрат. Показано, что экономико-математическое моделирование процесса управления запасами позволяет правильно и своевременно определять оптимальную стратегию управления запасами и нормативный уровень запасов. Это позволяет высвободить значительные оборотные средства, замороженные в виде запасов, что в конечном итоге повышает эффективность используемых ресурсов и принятие соответствующих управленческих решений.

Ключевые слова: производственные запасы, экономико-математическое моделирование, динамическая модель, динамическое программирование.

Olena V. Biloskurska, Candidate of Laws,

Chernivtsi Trade and Economics Institute of KNTEU,

Olena Yu. Vinnichuk, Candidate of Economics,

Ruslan R. Biloskursky, Candidate of Economics,

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi

DYNAMIC INVENTORY MODEL WITH A GIVEN COST FUNCTION

Annotation

This paper investigates the economic and mathematical model of production company inventory management. The insufficient level of development of complex solutions for building systems inventory

management is noted, which would adequately reflect the existing high dynamic inventory management. In this regard, dynamic model of inventory control with a given cost function is proposed. Economic-mathematical modeling of the process of inventory management can correctly and promptly identify the optimal strategy for inventory management, normative level of reserves that can free up significant working capital frozen in the form of stocks, which ultimately increases the efficiency of resources and decision-making.

Keywords: inventory, economic modeling, dynamic model, dynamic programming.

Постановка проблеми. Діяльність будь-якого підприємства невід’ємно пов’язана з системою управління запасами як однією із стратегічних функцій менеджменту підприємства. У свою чергу, сучасна система управління запасами – це не просто засіб для розрахунку необхідної кількості закуплених запасів у відповідні строки, а система, що орієнтована на досягнення стратегічних цілей підприємства, яка охоплює всі сторони діяльності підприємства. Крім того, запаси підприємства становлять чималу частку його активів і є предметом інвестування. Так, забезпечити високий рівень якості продукції та надійність її поставок споживачам неможливо без створення оптимальної величини запасу готової продукції, а також запасів сировини, матеріалів, напівфабрикатів, продукції незавершеного виробництва та інших ресурсів, необхідних для безперервного і ритмічного функціонування виробничого процесу. Занижені запаси матеріальних ресурсів можуть призвести до збитків, пов’язаних з простоями, з незадоволеним попитом і, отже, до втрати прибутку, а також втрати потенційних покупців продукції. З іншого боку, накопичення зайвих запасів пов’язує оборотний капітал підприємства, зменшуючи можливість його вигідного альтернативного використання і уповільнюючи його оборот, що відображається на величині загальних витрат виробництва і фінансових результатах діяльності підприємства.

Для розв’язання проблем оптимального управління запасами використовуються математичні моделі управління запасами. Математичне моделювання процесу управління запасами дає можливість правильно і своєчасно визначати оптимальну стратегію управління запасами, нормативний рівень запасів, що дозволяє вивільнити значні оборотні кошти, заморожені у вигляді запасів. Це в остаточному підсумку, підвищує ефективність використовуваних ресурсів та прийняття належних управлінських рішень.

Зазначимо, що проблема управління запасами є однією з найбільш важливих в організаційному управлінні. Запаси різних матеріальних цінностей виникають майже у всіх ланках системи виробництва – розподілу – споживання. Під запасом мається на увазі не тільки наявність деякого товару чи продукції на складі, а й виробничі, транспортні, трудові, інформаційні, водні ресурси, фінансовий капітал і т.д. Тому моделі управління запасами описують широке коло завдань оптимального планування виробничих,

транспортних, інформаційних, фінансових, водогосподарських, енергетичних та інших систем.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблемі управління запасами приділяли значну увагу відомі як вітчизняні, так і іноземні науковці [1-3]. Вперше на управління запасами як математичну задачу звернув увагу у 1888 р. Ф.Еджворт. Проте перша монографія з питань управління запасами вийшла друком аж у 1953 р., хоча знамениті формули Уілсона було винайдено майже за 20 років до цього [4, с. 9-18, 325-343].

У праці [5] М. М. Глушик та Н. М. Телесницька проаналізували витрати, пов'язані з запасами при наявності обмежень на площу складських приміщень підприємства. Розв'язок задачі управління запасами автори знаходили, застосовуючи метод множників Лагранжа. В. Р. Кігель розробив та запропонував стохастичні підходи до управління запасами у випадку імовірнісного характеру ринкових цін [6, с. 182-192]. Вивченню особливостей управління саме виробничих запасів, які потрібні для неперервного виробництва продукції присвячені наукові праці [7; 8].

Дослідження динамічної задачі управління запасами висвітлено у працях [9, 10], зокрема М. М. Хоменко оптимізував управлінські рішення стосовно фінансування обігових засобів з використанням динамічної моделі управління запасами, а О. А. Жуковська, Д. Г. Ткачова побудували динамічну модель оптимізації зміни рівня запасу при оптимальній стратегії управління з періодичним контролем при інтервально заданому попиту, миттєвих поставках, обмеженні на рівень запасу і величину замовлення. Аналіз нечітких моделей управління запасами здійснений у праці [11] О. В. Єгорової. Крім того, у зазначеній праці визначено особливості застосування нечітких моделей та їх недоліки при управлінні запасами.

У процесі аналізу та систематизації праць зарубіжних і вітчизняних учених зроблено висновок про недостатній ступінь розробленості комплексних рішень з формування систем управління виробничими запасами, які б адекватно відображали існуючу високу динаміку управління запасами.

Доцільно звернути увагу, що економіко-математичні моделі управління запасами повинні бути побудовані з врахуванням наступних принципів: інтегрованість у загальну систему управління підприємством; комплексний характер формування управлінських рішень; високий динамізм управління; альтернативність підходів до розробки окремих оптимальних рішень; орієнтація на стратегічні цілі розвитку підприємства. Технології управління запасами впливають на загальну стратегію бізнесу, управління активами і висувають нові вимоги до побудови моделей управління запасами, а саме: використання нових критеріїв задач оптимізації запасів, виглядів цільових функцій поряд з використанням класичного підходу – мінімізації витрат.

Формулювання цілей статті. У процесі нашого дослідження було поставлено такі цілі: побудувати динамічну модель управління запасами виробничого підприємства із заданою функцією витрат та розробити алгоритм оптимального керування системою управління запасами.

Виклад основного матеріалу. На виробничих підприємствах виникає задача планування виробничого процесу, що розв'язується на n рівних періодів. Залежно від початкових передумов формалізуються різні постановки моделі управління запасами і відповідно до цього розробляється стратегія управління виробничими запасами.

Система постачання підприємства планує свою роботу на n періодів для неперервного виробничого процесу. Її діяльність полягає в забезпеченні попиту деякого виробничого запасу, для чого вона здійснює замовлення цього запасу. Попит на виробничі запаси може бути різним залежно від:

- визначеності інформації (детермінованим або випадковим з відомим чи невідомим розподілом);
- частоти надходження замовлень (неперервний, дискретний із замовленням постійного, змінного або випадкового значення);
- динаміки (стаціонарний, нестаціонарний періодичний або неперіодичний) тощо.

Попит виробничих запасів будемо розглядати як деяку сумарну величину, що набуває заданих значень для кожного з періодів, і даний попит завжди задовольняється (тобто не допускається заборгованість і відмова). Також припускається, що замовлення виконується повністю, і часом між замовленням і його виконанням можна знехтувати, тобто розглядається система з миттєвим виконанням замовлення.

Для побудови моделі введемо такі позначення:

r_k – залишок виробничого запасу після $(k - 1)$ -го періоду;

d_k – наперед відомий попит в k -му періоді;

x_k – обсяг замовлення виробничого запасу в k -му періоді;

Після одержання замовлення виробничого запасу і задоволення попиту, обсяг виробничого запасу, який треба зберігати в k -ому періоді, складає: $\xi_k = r_k + x_k + d_k$. Враховуючи зміст залишку виробничого запасу після $(k - 1)$ -го періоду, можна записати співвідношення:

$$\xi_k = \xi_{k-1} + x_k - d_k, \quad k \in \{2, \dots, n\}. \quad (1)$$

Витрати на одержання і зберігання виробничого запасу в k -й період описується функцією:

$$f_k(x_k, \xi_k) = C_k(x_k) + S_k(\xi_k), \quad k \in \{1, \dots, n\}, \quad (2)$$

де $C_k(x_k)$ – витрати на виконання замовлення обсягом x_k в k -му періоді, $S(\xi_k)$ – витрати на зберігання виробничого запасу обсягом ξ_k в k -му періоді.

Співвідношення між запасами (1) з врахуванням початкової умови зв'язу стан системи управління запасами з вибраним планом (обсяг замовлення виробничого запасу) і дозволяє виразити сумарні витрати за всі n періодів функціонування керованої системи постачання у формі адитивної цільової функції:

$$f(x) = \sum_{k=1}^n f_k(x_k, \xi_k). \quad (3)$$

Задача полягає в тому, щоб знайти послідовність оптимальних замовлень x_k^* (керувань) і зв'язаних з нею оптимальних запасів (станів) ξ_k^* , які реалізують мінімум функції (3).

За початкову умову візьмемо вимогу про зберігання після завершення керування заданої кількості запасів r_{n+1} , а саме

$$\xi_n^* = r_{n+1}. \quad (4)$$

При розв'язуванні поставленої задачі методом динамічного програмування за функцію стану керованої системи $F_k(\xi)$ візьмемо мінімальний обсяг витрат, які виникли за перші k періодів за умови, що в k -й період є запас ξ [12; 13]. Тоді можемо записати основне рекурентне співвідношення:

$$F_k(\xi) = \min_{0 \leq x_k \leq \xi + d_k} (f_k(x_k, \xi) + F_{k-1}(\xi - x_k + d_k)), \quad k \in \{2, \dots, n\}, \quad (5)$$

оскільки $r_k = \xi - x_k + d_k \geq 0$ і

$$F_1(\xi) = \min_{0 \leq x_1 \leq \xi + d_1} (C_1(x_1) + S_1(\xi)). \quad (6)$$

Система рекурентних співвідношень (5), (6) дозволяє знайти послідовність функцій станів $F_1(\xi), F_2(\xi), \dots, F_n(\xi)$ і умовних оптимальних керувань $\hat{x}_1(\xi), \hat{x}_2(\xi), \dots, \hat{x}_n(\xi)$. На n -му кроці за допомогою початкової умови (4) можна визначити $x_n^* = \hat{x}_n(r_{n+1})$. Решту значень оптимальних керувань x_k^* визначають за формулою

$$x_k^* = \hat{x}_k(r_{n+1} + \sum_{j=k+1}^n (d_j - x_j^*)). \quad (7)$$

Зауважимо, що важливим фактором із точки зору формулювання й розв'язання задачі управління виробничими запасами є вигляд функції витрат. Залежно від цього вибирають різні методи розв'язування, зокрема

методи, які включають класичну схему оптимізації, лінійне або динамічне програмування [12; 13].

Цікавим є частинний випадок задачі (1)-(3), коли функції витрат на поповнення запасу $C_k(x_k)$ вгнуті, а функції витрат $S_k(\xi_k)$ на зберігання є лінійними, тобто $S_k(\xi_k) = s_k \xi_k$.

Позначимо функцію витрат для k -го періоду через

$$f_k(x_k, \xi_k) = C_k(x_k) + s_k \xi_k, \quad (8)$$

або

$$f_k(x_k, r_{k+1}) = C_k(x_k) + s_k r_{k+1}. \quad (9)$$

Відповідно до зробленого припущення всі функції витрат $f_k(x_k, r_k)$ є вгнутими як сума вгнутої і лінійної функцій. Ця властивість значно спрощує процес розв'язування, оскільки для знаходження мінімуму вгнутих функцій $f_k(x_k, r_{k+1})$ досить розглянути тільки дві крайні точки множини, на якій шукаємо мінімум.

Врахувавши введене припущення, задачу (1)-(3) запишемо у вигляді

$$f(x, y) = \sum_{k=1}^n f_k(x_k, r_{k+1}) \rightarrow \min \quad (10)$$

при умовах

$$x_k + r_k - y_{k+1} = d_k, \quad k \in \{1, \dots, n\}. \quad (11)$$

Алгоритм знаходження розв'язку моделі (10), (11) доповнюється умовою жорсткості:

$$x_k^* r_k^* = 0, \quad k \in \{1, \dots, n\}, \quad (12)$$

де

$$\begin{cases} r_k^* = 0, & x_k^* > 0, \\ x_k^* = 0, & r_k^* > 0. \end{cases} \quad (13)$$

Умови (12), (13) означають, що при оптимальному керуванні замовлення постачальнику на нову партію виробничого запасу не повинно надходити, якщо на початок періоду є ненульовий виробничий запас або розмір замовлення повинен дорівнювати величині попиту за ціле число періодів. Звідси випливає, що запас на кінець останнього періоду повинен дорівнювати нулю, тобто $r_{n+1}^* = 0$. Останнє дозволяє розв'язувати задачу в прямому напрямку, застосовуючи рекурентне співвідношення

$$F_k(\xi) = \min_{x_k} (f_k(x_k, \xi) + F_{k-1}(\xi - x_k - d_k)), \quad (14)$$

$$\text{де } \xi = r_{k+1} = x_k + r_k - d_k.$$

Враховуючи (12), (13) і вгнутість $f_k(x_k, \xi)$, одержуємо, що мінімум (14) досягається в одній з крайніх точок $x_k=0$ або $x_k=\xi+d_k$, тому

$$F_k(\xi) = \min \left(\begin{array}{l} f_k(\xi + d_k, \xi) + F_{k-1}(0), \\ f_k(0, \xi) + F_{k-1}(\xi + d_k) \end{array} \right), \quad (15)$$

а тоді для попереднього періоду функція стану визначається так:

$$F_{k-1}(\xi + d_k) = \min \left(\begin{array}{l} f_k(\xi + d_k + d_{k-1}, \xi + d_k) + F_{k-2}(0), \\ f_k(0, \xi + d_k) + F_{k-2}(\xi + d_k + d_{k-1}) \end{array} \right), \quad (16)$$

завдяки чому в загальному випадку одержуємо модифіковану форму для рекурентного співвідношення

$$F_k(\xi) = \min_{1 \leq i \leq k} \left(f_i \left(\xi + \sum_{j=1}^k d_j, \xi + \sum_{j=i+1}^k d_j \right) + \sum_{l=i+1}^k f_l \left(0, \xi + \sum_{j=i+1}^k d_j \right) + F_{i-1}(0) \right). \quad (17)$$

Якщо відома ще деяка додаткова інформація про вигляд $f_k(x_k, r_{k+1})$, то можна одержати компактніші формули для рекурентних співвідношень (14).

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку. Отже, нами було побудовано динамічну модель управління запасами виробничого підприємства із заданою функцією витрат та розроблено алгоритм оптимального керування системою управління запасами. Зазначимо, що досліджена модель управління запасами дає змогу враховувати різні аспекти діяльності підприємства, прогнозувати довгострокову стратегію розвитку підприємства, а також динаміку його доходів та витрат. Практичне застосування побудованої моделі управління запасами дозволяє заощадити сумарні витрати виробничого плану до 15 % від вартості аналогічного виробничого плану без використання моделі.

Перспективи подальших наукових досліджень пов'язані з використанням нечітких технологій та нейронних мереж в умовах невизначеності вхідної інформації.

Список використаних джерел

1. Букан Дж. Научное управление запасами / Дж. Букан, Э. Кенігсберг. – М. : Наука, 2007. – 423 с.
2. Кудрявцев Б. М. Модели управления запасами / Б. М. Кудрявцев, Ю. А. Беляев, Н. Н. Голдобина. – М. : Ин-т управления им. С. Орджоникидзе, 2007. – 52 с.
3. Бродецкий Г. Л. Управление запасами : Учеб. пособие / Г. Л. Бродецкий. – М. : Эксмо, 2008. – 352 с.
4. Рыжков Ю. И. Управление запасами / Ю. И. Рыжков. – М. : Наука, 1969. – 344 с.
5. Глушик М. М. Математические аспекты эффективности производственной деятельности предприятия / М. М. Глушик, Н. М. Телесническая [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.rusnauka.com/26_SSN_2010/Economics/71654.doc.htm
6. Кігель В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці: монографія / В. Р. Кігель. – К. : ЦУЛ, 2003. – 202 с.
7. Полішко Т. В. Методологічні підходи щодо управління виробничими запасами / Т. В. Полішко, А. В. Шульга, Р. Б. Лотиш // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – 2010. – Вип. 35. – С. 267–271.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

8. Швец І. Б., Бондарева І. А. Управление производственными запасами на предприятии : монографія / І. Б. Швец, І. А. Бондарева; НАН України, Ін-т економіки пром-сти. – Донецьк, 2003. – 182 с.
9. Хоменко М. М. Динамічна модель управління запасами з обґрунтуванням величини партій присадок / М. М. Хоменко // Вісник Хмельницького національного університету. – 2011. – № 3. – Т. 3. – С. 12-18.
10. Жуковська О. А. Динамічна модель управління запасами з інтервальною невизначеністю попиту / О. А. Жуковська, Д. Г. Ткачова // Економічний вісник НТУУ «КПІ». – 2012. – № 9. – С. 477–483.
11. Єгорова О. В. Нечіткі моделі управління запасами: проблеми, аналіз, розвиток / О. В. Єгорова // Восточно-європейський журнал передових технологій. – 2012. – Випуск № 3 (58). – Т. 4. – С. 24–31.
12. Григорків В.С. Оптимальне керування в економіці : навч. посібник / В. С. Григорків. – Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2011. – 200 с.
13. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – 7-е издание. : Пер. с англ. – М. : Вильямс, 2005. – 912 с.

References:

1. Bukan, J. (2007). *Scientific inventory management*. Nauka, Moscow, 423 p. (in Russ.).
2. Kudryavtsev, B.M., Belyaev, Yu.A., Goldobin, N.N. (2007). *Modely upravlenyya zapasamy* [Models inventory management]. Institute of management named after S. Ordzhonikidze, Moscow, 52 p. (in Russ.).
3. Brodetskiy, G.L. (2008). *Upravlenye zapasamy* [Inventory Management]. Exmo, Moscow (in Russ.).
4. Ryzhkov, Y.I. (1969). *Upravlenye zapasamy* [Inventory Management]. Nauka, Moscow (in Russ.).
5. Hlushyk, M.N., Telesnytskaya, N.M. (2010). *Mathematical aspects of effectiveness production activities of the enterprise*. Available at: http://www.rusnauka.com/26_SSN_2010/Economics/71654.doc.htm (in Russ.).
6. Kihel, V.R. (2003). *Metody i modeli pidtrymky pryynyattya rishen' u rynkoviy ekonomitsi* [Techniques and models of decision support in a market economy]. TSUL, Kyiv (in Ukr.).
7. Polishko, T.V., Shulga, F.V., Lotysh, R.B. (2010). Methodological approaches to the inventory management. *Visnyk Dnipropetrovs'koho natsional'noho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazaryana* [Journal of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazarian], no. 35, pp. 267–271 (in Ukr.).
8. Shvets, I.B., Bondarev, I.A. (2003). *Upravlenye proyzvodstvennyy zapasamy na predpriyaty* [Production inventory management in the enterprise]. National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Economy industry, Donetsk, 182 p. (in Russ.).
9. Khomenko, M.M. (2011). Dynamic model of inventory management with justification magnitude parties additives. *Visnyk Khmel'nyts'koho natsional'noho universytetu* [Journal of Khmelnytsky National University], no. 3, vol. 3, pp. 12–18 (in Ukr.).
10. Zhukovska, O.A., Tkacheva, D.H. (2012). Dynamic model of inventory management with interval uncertainty demand. *Ekonomicznyy visnyk NTUU «KPI»* [Economic Bulletin NTU «KPI»], no. 9, pp. 477–483 (in Ukr.).
11. Egorova, O.V. (2012). Fuzzy models of inventory management: issues, analysis, development. *Vostochno-evropeyskyy zhurnal peredovykh tekhnolohyy* [East European Journal of advanced technologies], no. 3(58), vol. 4, pp. 24–31 (in Ukr.).
12. Grygorkiv, V.S. (2011). *Optymal'ne keruvannya v ekonomitsi* [Optimal control of the economy]. Chernivtsi National University, Chernivtsi, 200 p. (in Ukr.).
13. Taha, H.A. (2005). *Vvedenye v yssledovanye operatsyy* [Operations research]: an introduction, 7nd ed.. Williams, Moscow, 912 p. (in Russ.).