

определены перспективные направления использования польского опыта в практике профессиональной коммуникативной подготовки украинских пограничников.

Ключевые слова: Пограничная охрана Республики Польша, рекомендации, коммуникативная подготовка.

Summary: Ryndenko N. Recommendations on Communication Skills Training of Junior Specialists of the State Border Service of Ukraine in View of the Best Polish Experience Ideas. *Approaching the unified European system of vocational education requires relevant changes in the national system of the border guards' vocational training in line with European standards, which provide not only a solid professional knowledge, but also the possession of practical communication skills and ability to cooperate at the international level. Under these conditions, improvement of communication skills training of law enforcement specialists is urgently needed. Therefore, it is necessary to study the European experience of cross-cultural communication skills training with specification of the foreign language functions as a discipline, determination of the main improvement directions of the training content, methods, forms and means. In this context, the experience of the Republic of Poland, where the training of professionals and their education have a long history and rich tradition, is of the considerable interest. In the article, a comparative analysis of border guards' professional communication skills training in Poland and Ukraine is conducted. The recommendations on the improvement of communication skills training of junior staff of the State Border Service of Ukraine in view of the best Polish experience ideas are grounded. Promising areas of using Polish experience in the practice of professional communication skills training of Ukrainian border guards are outlined.*

Key words: Border Guard Service of the Republic of Poland, recommendations, communication skills training.

УДК 37.016:51

І. В. Жук

РОЗВИТОК У СТАРШОКЛАСНИКІВ УМІНЬ ВИКОНУВАТИ НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ПОКАЗНИКОВОЇ ТА ЛОГАРИФМІЧНОЇ ФУНКЦІЙ

У статті розглядається питання оновлення змісту теми «Показникова та логарифмічна функція» через застосування методів наближених обчислень до розв'язання математичних та прикладних задач.

Ключові слова: наближені обчислення, метод меж, межа абсолютної та відносної похибки, точність вимірювання.

Постановка проблеми. Згідно чинної навчальної програми [1], основною метою вивчення в школі змістової лінії «Функції» є формування і подальше закріплення умінь досліджувати функції, застосування різних видів функцій до опису реальних процесів. Реальні явища та процеси також описуються за допомогою функціональних залежностей. При цьому числові характеристики і значення величин, визначених експериментально для розв'язання практичних та прикладних задач, є наближеними числами. Як показує практика, в учнів відсутні міцні навички і вміння виконувати дії з наближеними величинами. Тому сьогодні, коли відбувається реформування шкільної освіти, змінюються та спрощуються навчальні програми, потрібно звернути увагу на те, що під час вивчення математики в учнів слід обов'язково формувати вміння виконувати наближені обчислення (далі – НО).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У дисертаційній роботі В. М. Кліндухової [2] була обґрунтована необхідність та розроблена методична система вивчення НО в основній школі. Також серед науковців та методистів вивчали питання впровадження НО у шкільний курс математики, зокрема в старших класах, З. І. Слєпкань, В. О. Швець, С. Є. Яценко та ін. Проте, незважаючи на серйозну потребу

вивчення НО, їх застосування до формування життєвих компетентностей школярів, в сучасній методиці недостатньо уваги приділяється проблемам упровадження НО у шкільний курс математики.

Мета статті – розробити методичні рекомендації щодо впровадження вивчення НО, дібрати систему задач і вправ з метою розвитку умінь старшокласників виконувати НО під час вивчення теми «Показникова та логарифмічна функція».

Виклад основного матеріалу. За допомогою показникової та логарифмічної функцій описується багато процесів, що відбуваються в реальному житті, а розв'язування задач, які описують такі процеси, неможливе без застосування НО. Тому зміст теми «Показникова та логарифмічна функції» доцільно доповнити вивченням питань, пов'язаних із застосуванням методів НО: зокрема, формувати уміння знаходити наближене значення функції за відомим значенням аргументу; обчислювати значення виразів, що містять показникову, логарифмічну функції, застосовуючи метод меж чи метод підрахунку правильних цифр. Фрагмент навчальної програми, доповнений питаннями НО з теми «Показникова та логарифмічна функції» подано у таблиці 1.

Таблиця 1

**Фрагмент навчальної програми з математики 11 класу,
доповнений питаннями, що стосуються НО**

ТЕМА 2. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ (22 ГОД)	
<i>Основна мета вивчення.</i> Сформувати уміння застосовувати означення та властивості степеня з дійсним показником для обчислень значень виразів та перетворення нескладних виразів. Узагальнити, систематизувати і розширити знання учнів про степінь, ознайомити їх із показниковою функцією та її властивостями, логарифмічною функцією та її властивостями. Навчити розв'язувати нескладні показникові та логарифмічні рівняння і нерівності різними методами	
<i>Методичні вказівки.</i> Під час вивчення теми узагальнюється поняття степеня з раціональним показником, яке є опорним для введення поняття степеня з дійсним показником та вивчення його властивостей. Учні повинні уміти перетворювати нескладні вирази, що містять дійсний показник степеня, логарифми; оцінювати та порівнювати значення виразів, що містять степінь з дійсним показником, логарифмічних виразів; сформувати уміння застосовувати обчислювальні засоби під час виконання наближених обчислень виразів, що містять степінь з дійсним показником, логарифми. Наводиться короткий огляд властивостей показникової та логарифмічної функцій в залежності від значення основи. Під час вивчення теми учні повинні навчитися розв'язувати нескладні показникові та логарифмічні рівняння(нерівності) різними методами. Зокрема, у старшокласників слід сформувати уміння застосовувати комп'ютерні програми для побудови графічних ілюстрацій та для знаходження розв'язків рівнянь та нерівностей графічним способом	
Зміст теми	Вимоги до рівня навчальних досягнень учнів
[Степінь з дійсним показником.] Властивості та графік показникової функції. Логарифми та їх властивості. Натуральний та десятковий логарифм. Властивості та графік логарифмічної функції. Розв'язування логарифмічних та показникових рівнянь графічним способом та за допомогою комп'ютерних програм. Похідна показникової та логарифмічної функції. Розв'язування прикладних задач із використанням логарифмічної та показникової функції	Формулює властивості логарифмів показникової та логарифмічної функцій. Будує графіки показникових і логарифмічних функцій і на них ілюструє властивості функцій. Знаходить наближені значення логарифмічної та показникової функції. Перетворює нескладні показникові та логарифмічні вирази. Розв'язує нескладні показникові та логарифмічні рівняння і нерівності. Розв'язує показникові та логарифмічні рівняння графічним способом за допомогою комп'ютерних програм. Застосовує показникові та логарифмічну функції та їх похідні до опису реальних процесів. Оцінює точність отриманих результатів

Під час вивчення теми із старшокласниками доцільно розглянути завдання на побудову графіків показникових, логарифмічних функцій. Для цього зручно провести розрахунково-графічну роботу.

Розрахунково-графічна робота

«Побудова графіка показникової функції»

Зміст роботи. Скласти таблицю значень заданої функції за допомогою обчислювальних засобів та побудувати її графік на міліметровій сітці.

Приклад завдань.

1. Скласти таблицю наближених значень заданої функції $y = f(x)$ на відрізьку $[a;b]$ із заданим кроком Δx , якщо:

а) $f(x) = e^x$, $a = -2,0$; $b = 2,0$; $\Delta x = 0,2$;

б) $f(x) = 2^x$, $a = -2,0$; $b = 2,0$; $\Delta x = 0,2$;

в) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $a = -2,0$; $b = 2,0$; $\Delta x = 0,2$.

Під час обчислень значень функції користуйтеся методом меж або методом підрахунку цифр. У відповідь записуйте лише правильні цифри числа.

2. За складеною таблицею значень нанесіть точки з відповідними координатами на координатну площину, зображену на міліметровій сітці. Побудуйте графіки відповідних функцій.

3. Виготовте шаблони за допомогою побудованих графіків функцій.

Уміння знаходити значення показникової функції за відомим значенням аргументу дозволяє виконувати побудову графіків, зокрема одних з найбільш широко вживаних у шкільному курсі математики: $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ та $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ тощо. Опис багатьох реальних процесів відбувається за експоненціальним законом, тому обов'язково слід познайомити старшокласників із графіками функцій $y = e^x$, $y = \ln x$.

Оберненою до показникової є логарифмічна функція. На основі знань, отриманих про функцію $y = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$, під час вивчення логарифмів можна будувати графік логарифмічної функції та описувати її властивості. Таким чином, під час вивчення вище згаданих тем підвищується графічна культура учнів, розвиваються навички виконання НО, здійснюється пропедевтика графічного розв'язання показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей.

Наступним кроком є знаходження наближених розв'язків рівнянь та нерівностей, які містять дані функції, графічним способом. Для цього використовуються сформовані уміння будувати графіки описаних вище функцій. Така побудова може бути здійсненана міліметровій сітці, і виконана «вручну». Проте подібне зображення не дає можливості знайти наближені розв'язки рівнянь та нерівностей з високим ступенем точності, тому для більш якісного виконання завдань можна скористатися комп'ютерною програмою AdvancedGrapher. Її використання дає змогу як побачити графічну ілюстрацію розв'язання, так і визначити наближені значення координат точок перетину графіків з точністю до п'яти десяткових знаків.

Також важливим питанням вивчення теми є розв'язання прикладних задач. Їх зміст дозволяє підвищити мотивацію вивчення математики, реалізувати міжпредметні зв'язки, зв'язок математики із життям.

Таким чином, з точки зору вивчення НО, вивчаючи тему «Показникова і логарифмічна функції», учнів слід навчити: *обчислювати значення показникової і логарифмічної функцій для точних та наближених значень аргументу; обчислювати значення виразів, що містять показникову, логарифмічну функцію, для точних і*

наближених значень аргументу; будувати графіки показникових та логарифмічних функцій «вручну», на міліметровій сітці, за допомогою комп'ютерної програми; розв'язувати графічно рівняння та нерівності, методами наближених обчислень «вручну», на міліметровій сітці та за допомогою комп'ютерної програми; розв'язувати практичні і прикладні задачі з використанням методів наближених обчислень; оцінювати точність отриманих результатів.

Перелік завдань з НО, якими може бути доповнена вже існуюча система задач і вправ з вище згаданих тем учням 11 класу, може мати вигляд:

Показникова функція

1. Знайдіть значення функції $y = 3,25^{x-1}$ за відомим значенням аргументу:
а) $x = 2,1; 2,75; 3,146$; б) $x \approx 0,3; 1,12; 3,146$. Основу функції вважати точним числом. Укажіть межу абсолютної та відносної похибки.

2. Для функції $y = 1,34^x$ основа є наближеним числом. Знайдіть за допомогою обчислювальних засобів значення функції, якщо: а) $x = 0,1; 1,34; 2,109$; б) $x \approx 0,8; 1,08; 3,270$. Укажіть межу абсолютної та відносної похибки.

3. Обчисліть значення виразу: $2,4^{1,32} + \frac{0,75 - 1,02^3}{3 \cdot 5,12^{-0,41}}$, якщо: а) усі числа є точними;

б) основи степенів – точні, а показники – наближені числа.

4. Скористайтеся виготовленими шаблонами та за допомогою елементарних геометричних перетворень побудуйте графіки показникових функцій: а) $y = 2^{-x}$; б) $y = 0,5^{-x}$; в) $y = 3 \cdot 2^x$; г) $y = -3^{2x}$; д) $y = 3 - 2^{x+1}$; е) $y = 0,5^x + 1,5$; є) $y = 2^{|x|}$; ж) $y = 4^{|x-1|}$.

5. Розв'язати рівняння графічно на міліметровій сітці: а) $2^x = 2,5 + x$; б) $2^{x-1} = x^2$; в) $3^x = 3x + 0,5$. Оцініть межу абсолютної похибки.

6. Виконайте попереднє завдання за допомогою комп'ютерної програми. Порівняйте отримані результати. Зробіть висновки.

7. Розв'язати рівняння графічно з точністю до 0,1; 0,01 за допомогою комп'ютерної програми: а) $3^{x-0,25} = 3 + 2x$; б) $1,5 - 2^{0,5x} = x^2$; в) $2^{3x} = 3x + x^2$.

8. Розв'язати нерівності графічно на міліметровій сітці: а) $0,5^x \geq 2x - 3$; б) $2^{x-1} \leq x^2$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq 3x + 0,5$.

9. Розв'язати нерівності графічно за допомогою комп'ютерної програми: а) $1,5 - 2^{0,5x} = x^2$; б) $(1,3)^{2x-0,25} = 3 + 2x^2$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} = \frac{3x + x^2}{2}$. Запишіть множину розв'язків нерівності з точністю до сотих; тисячних.

Логарифмічна функція

10. Знаючи, що $\lg 2 \approx 0,3010$, $\lg 3 \approx 0,4771$, $\lg 5 \approx 0,6990$, знайдіть десяткові логарифми наступних чисел: 12; 18; 20; $\frac{2}{15}$; $\sqrt[3]{15}$; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{27}$; $\log_{0,5} 3$; $\log_2 125$; $\log_2 18$.

11. Користуючись інженерним калькулятором, обчисліть $\lg 2,7$; $\ln 3,45$; $\log_{0,3} 7$ з точністю до 0,001.

12. Знайдіть значення функції $y = \log_{3,5} x$ за відомим значенням аргументу: а) $x = 2,1; 2,75; 3,146$; б) $x \approx 0,3; 1,12; 3,146$. Основу логарифма вважайте точним числом. Укажіть межу абсолютної та відносної похибки.

13. Обчисліть значення виразу: $\sqrt{3 + \log_{1,2} 6,75}$, якщо: а) усі числа є точними; б) число 6,75 є наближеним; в) числа 1,2 та 6,75 є наближеними. Порівняйте отримані результати.

14. Скористайтесь виготовленими шаблонами та за допомогою елементарних геометричних перетворень побудуйте графіки наступних функцій: а) $y = 3 \ln x$; б) $y = -\ln(2x+1)$; в) $y = \log_{3,5} x$; г) $y = \log_{3,5} x - 1$; д) $y = |3 - \ln x|$.

15. За допомогою обчислювальних засобів знайдіть корені рівняння: а) $10^{2x-1} - 1 = 7$; б) $5^{3x+1} = 19,5$.

16. Розв'яжіть рівняння графічно, користуючись міліметровою сіткою: а) $\log_2 x = x - 3$; б) $\log_2(x+3) = 3 - x$; в) $\log_2 x = \frac{1}{x}$. Знайдіть точність наближених значень коренів рівнянь.

17. Виконайте попереднє завдання за допомогою комп'ютерної програми. Порівняйте отримані результати. Зробіть висновки.

18. Розв'язати нерівності графічно на міліметровій сітці: а) $\log_{1,5} x \geq 3 + 2x$; б) $\log_2 x \leq \frac{1}{x}$; в) $\ln(5-x) \leq 3x - x^2$.

19. Розв'яжіть нерівності графічно за допомогою комп'ютерної програми: а) $0,5^x \geq \lg(2x-3)$; б) $\log_{0,2}(x-2) \leq x^2$; в) $-2 \log_{3,4}(x-2,8) \leq 3x + 0,5$. Запишіть множину розв'язків нерівності з точністю до сотих; тисячних.

В якості прикладу продемонструємо застосування методів НО до розв'язання однієї із прикладних задач.

Задача. Ділянка лісництва налічує приблизно 58500 м³ деревини. Скільки деревини на цій ділянці буде через 15 років, якщо її щорічний приріст складає в середньому 2%?

Розв'язання. Розрахунки проведемо методом меж за формулою складних відсотків: $V = V_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, де V_0 – початковий об'єм деревини, p % – щорічний її приріст, n – кількість років. Зрозуміло, що задані в умові значення величин є наближеними числами. Тоді згідно умови $V_0 = (58500 \pm 50) \text{ м}^3$, $p = (2 \pm 0,5)\%$. Кількість років $n = 15$ можна вважати точним числом. Отже, $1,5 \square p \square 2,5$. Тоді за властивостями числових нерівностей маємо: $(1,015)^{15} \square \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} \square (1,025)^{15}$. За допомогою калькулятора знаходимо, що: $1,250232\dots \square \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} \square 1,44829\dots$. У записі наближеного значення виразу залишаємо лише правильні цифри і одну запасну – сумнівну. Визначати правильні і сумнівні цифри учні вже повинні на цей час уміти, тому така процедура не викличе у них труднощів.

Отже, $1,2 \square \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} \square 1,5$. За умовою $58450 \square V_0 \square 58550$. Перемножимо останні дві нерівності: $70140 \square V_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} \square 87825$.

Отриману нерівність можна подати у вигляді умовної рівності:

$$V_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} = \frac{87825 + 70140}{2} \pm \frac{87825 - 70140}{2} = 78982,5 \pm 8842,5 \approx 79000 \pm 8860 (\text{м}^3).$$

Як видно, цифра 9 наближеного результату є сумнівною. Межа абсолютної похибки дорівнює $h=8860$, межа відносної похибки $\varepsilon = \frac{8860}{79000} \cdot 100\% = 11,21\% \approx 11,3\%$.

Відповідь: $\approx 79000 \pm 8860 \text{ м}^3$ деревини.

Отриманий результат з межею відносної похибки $\varepsilon = 11,21\% \approx 11,3\%$ показує, що задані в умові задачі величини виміряні дуже «грубо», тому і результат отриманий з великою похибкою.

Висновки. Отже, виконання вправ із застосуванням методів НО, побудова графіків відповідних функцій, розв'язання рівнянь, нерівностей та прикладних задач дозволяє продовжувати формування навичок виконувати НО у старшокласників під час вивчення теми «Показникова і логарифмічна функції», підсилювати мотивацію навчання математики за рахунок як міжпредметних зв'язків, так і зв'язку з життям, а також оцінювати, наскільки якісно задані вихідні дані в умові прикладної задачі.

Список використаної літератури

1. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. II. Профільне навчання / Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єрміна. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 384с. – (Факультативи та курси за вибором).
2. Кліндухова В. М. Вивчення наближених обчислень в основній школі : дис. канд. пед. наук : 13.00.02. / Кліндухова В. М. – Київ, 2008. – 316 с.

Одержано редакцією 27.01.2015 р.
Прийнято до публікації 08.02.2015 р.

Аннотация. Жук И. В. Развитие у старшеклассников умений выполнять приближенные вычисления в процессе изучения показательной и логарифмической функций. В статье рассматривается вопрос обновления содержания темы «Показательная и логарифмическая функция» через использование методов приближенных вычислений к решению математических и прикладных задач.

Ключевые слова: приближенные вычисления, метод границ, граница абсолютной и относительной погрешности, точность измерения.

Summary. Zhuk I. Development of skills of high school students to perform approximate calculations during exponential and logarithmic study functions. The paper establishes the necessity of introduction of approximate calculations to the course in mathematics, namely at high-school, while studying the topic «Exponential and logarithmic function». The issue on updating the content of this topic by using approximate calculation techniques to find the values of expressions and functions, to solve equations and inequalities is considered; methodological recommendations to solve mathematical and applied problems are provided. A fragment of curriculum in mathematics for eleven-grade students, containing additions on approximate calculations to the current program is given. The article defines basic requirements to knowledge and skills of high-school students, which they should have upon completion of the topic in terms of approximate calculations. The system of exercises to develop skills in solving approximate calculations in the course of study of exponential function, logarithmic function is proposed.

Keywords: approximate calculation method of limits, the limit of absolute and relative error of measurement accuracy.