

УДК 681.5.033.2

**Р.В. Заровський**, канд. техн. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

### **ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА ШВИДКОДІЄЮ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ НАПРУГИ З ШИРОТНО-ІМПУЛЬСНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ ПЕРШОГО РОДУ**

**Р.В. Заровский**, канд. техн. наук

Черниговский государственный технологический университет, г. Чернигов, Украина

### **ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ НАПРЯЖЕНИЯ С ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ПЕРВОГО РОДА**

**R.V. Zarovskiy**, Candidate of Technical Sciences

Chernihiv State Technological University, Chernihiv, Ukraine

### **OPTIMIZATION OF VOLTAGE REGULATION SYSTEM WITH PWM FOR SPEED (HIGH-SPEED OPERATION)**

*У роботі виконано розрахунок параметрів нелінійних корегуючих ланок з метою оптимізації за швидкодією дискретно-неперервної системи стабілізації напруги з широтно-імпульсною модуляцією першого роду при використанні різних критеріїв оптимальності, проведено моделювання роботи скорегованої системи.*

**Ключові слова:** дискретно-неперервні системи, широтно-імпульсна модуляція, синтез регулятора.

*В работе выполнен расчет параметров нелинейных корректирующих звеньев для дискретно-непрерывной системы стабилизации напряжения с широтно-импульсной модуляцией первого рода при использовании различных критериев оптимальности, проведено моделирование работы системы с синтезированными регуляторами.*

**Ключевые слова:** дискретно-непрерывные системы, широтно-импульсная модуляция, синтез регулятора.

*In the paper the design of nonlinear regulators for discrete-continuous stabilization system with wide range PWM is implemented. Simulation of the system with regulators is performed.*

**Key words:** discrete-continuous system, pulse-width modulation, design of regulator.

**Вступ.** У сучасних системах автоматизованого електропривода та силової електроніки надзвичайно широкого вжитку набули широтно-імпульсні перетворювачі (ШП) напруги, що, зокрема, обумовлено високим коефіцієнтом їх корисної дії. В таких перетворювачах для регулювання вихідної напруги використовують метод широтно-імпульсної модуляції (ШІМ), переважно, першого роду. Широке застосування подібних перетворювачів робить надзвичайно актуальними питання аналізу, синтезу та оптимізації систем автоматичного керування (САК), у складі яких вони використовуються. При цьому основна складність полягає у способі представлення ШП як ланки системи автоматичного керування. Проектувальники часто вдаються до спрощеного представлення імпульсного перетворювача, при якому нехтують дискретним характером процесу модуляції та враховують лише постійну складову вихідної напруги перетворювача, що є неприпустимим під час аналізу систем з широкою смугою пропускання, або систем з достатньо високими вимогами до точності регулювання вихідного параметра. Врахування зазначених факторів виявляє суттєву нелінійність перетворювача як ланки САК, що, в свою чергу, зумовлює неможливість застосування класичних методів аналізу лінійних імпульсних систем. У таких системах вихідний сигнал ШП можна апроксимувати рядом функцій Уолша [1], при цьому ми одержуємо багатоконтурну систему з еквівалентною амплітудно-імпульсною модуляцією (АІМ) апроксимуючих функцій Уолша, що дозволяє виконувати аналіз досліджуваної системи із застосуванням апарата Z-перетворень.

Користуючись таким представленням ШП, у роботах [2; 4] виконано аналіз похибки регулювання для систем з глибокою ШІМ, а в роботі [5] запропоновано загальний метод синтезу регулятора для таких систем.

Ця робота продовжує цикл статей з аналітичного розрахунку систем з глибокою ШІМ першого роду при урахуванні дискретного характеру процесу модуляції та присвячена питанням їх оптимізації за швидкодією.

**Методи і результати.** Розглянемо типову одноконтурну імпульсну систему стабілізації напруги, структура якої наведена на рис. 1, де:  $U_{BX}, U_{ВИХ}$  – сигнал завдання та вихідна напруга системи стабілізації відповідно;  $\varepsilon$  – похибка регулювання; СК – система керування, яка формує сигнал керування ШПМ  $U$  (значення коефіцієнта заповнення для широтно-модульованого сигналу);  $U_{ШИП}$  – вихідна напруга ШПМ, що є напругою живлення для об'єкта керування (ОК).

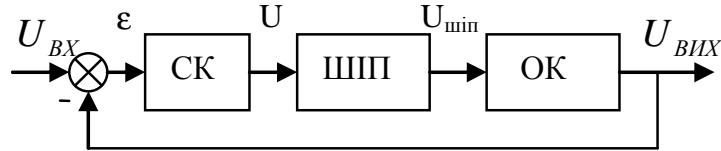


Рис. 1. Імпульсна система стабілізації напруги з ШПМ

Задля оптимізації за швидкодією розглянутої системи рис. 1 скористаємось запропонованим у роботі [5] загальним методом синтезу регулятора для систем з глибокою ШПМ першого роду. Згідно з яким на першому етапі виконується апроксимація широтно-модульованих сигналів на виході ШПМ  $U_{ШИП}$  за допомогою функцій Уолша та отримується багатоконтурна модель системи з еквівалентною АІМ функцій Уолша в окремих каналах. У подальшому аналізі враховується лише постійна складова сигналу  $U_{ШИП}$  (один контур).

На наступному етапі проводиться апроксимація нелінійності  $a_{Wal_0}$  за допомогою поліномів Ерміта, обмежуючись 3-м порядком апроксимуючого поліному:  $a_{Wal_0} = 1,12 * U - 0,01 * U^3$ . При цьому результуюча система набуває вигляду, що представлений на рис. 2, де: ІЕ – імпульсні елементи, які спрацьовують з періодом  $T$ ; ФНП – фіксатор нульового порядку.

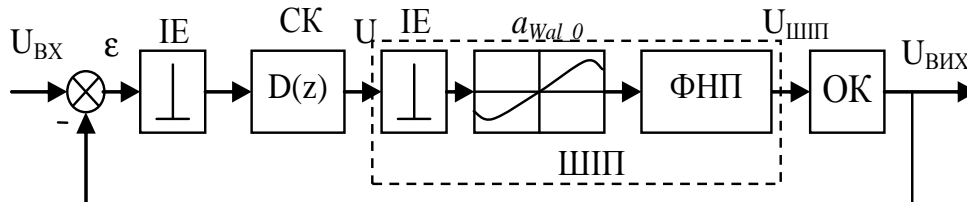


Рис. 2. Нелінійна імпульсна система стабілізації напруги з ШПМ першого роду (постійна складова)

Оптимізацію системи виконаємо на прикладі об'єкта керування з передавальною функцією

$$W(q) = k_1 \frac{\alpha}{q(q + \alpha)}, \quad (1)$$

при наступних числових значеннях параметрів системи:  $k_1 = 1, \alpha = 0,5, T = 1c$ .

Передавальна функція наведеної неперервної частини матиме вигляд

$$W(q) = k_1 \frac{1 - e^{-q}}{q} \frac{\alpha}{q(q + \alpha)}. \quad (2)$$

Оскільки амплітудна характеристика нелінійного елемента містить лінійну та нелінійну складові, то згідно з [6] еквівалентні лінійна та нелінійна передавальні функції розімкненої системи матимуть такий вигляд

$$W_1(z, 0) = d_1 W(z, 0) = d_1 Z\{W(q)\} = \frac{A_1 z + A_2}{(z - 1)(z + B_1)} = 1,12 \frac{0,22z + 0,17}{(z - 1)(z + 0,61)} = \frac{P(z, 0)}{Q_1(z, 0)}, \quad (3)$$

$$W_3(z, 0) = d_3 W(z, 0) = d_3 Z\{W(q)\} = -0,01 \frac{0,22z + 0,17}{(z-1)(z+0,61)}. \quad (4)$$

На наступному етапі виконується синтез дискретного регулятора для досліджуваної системи, при якому нелінійна корегуюча ланка представляється у вигляді усіченого дискретного ряду Вольтерра [3]. Еквівалентні передавальні функції такого регулятора  $D_n(z_1, \dots, z_n)$  являють собою комбінацію еквівалентних функцій меншого порядку і еквівалентних передавальних функцій неперервної частини вихідної системи (3,4) та можуть бути виражені через лінійну функцію  $D_1(z)$ . Остання, як зазначається в [3], може бути знайдена за допомогою одного з методів синтезу регуляторів для звичайних лінійних дискретно-неперервних систем за відомою передавальною функцією лінійаризованої вихідної системи. Обмежуючись трьома складовими при запису дискретного ряду Вольтерра для корегуючого пристрою і враховуючи, що результат апроксимації нелінійності системи ( $a_{Wal_0}$ ) є непарною функцією, була отримана структура нелінійного регулятора (рис. 3).

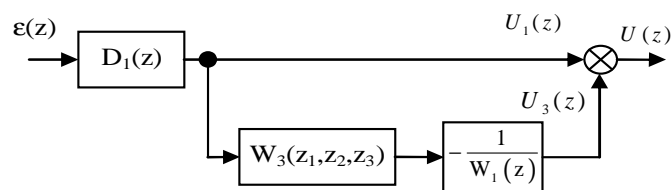


Рис. 3. Результуюча структура нелінійного регулятора досліджуваної системи

У подальшому, для оптимізації системи за швидкодією необхідно виконати синтез послідовної корегуючої ланки  $D_1(z)$ , який, поряд з вимогою мінімальної і кінцевої тривалості перехідних процесів, будемо проводити, використовуючи додаткові критерії, такі як: здатність фізичної реалізації та грубість системи; забезпечення у скорегованій системі астатизму першого та другого порядку; забезпечення оптимуму за сумарною квадратичною оцінкою.

Першим критерієм для синтезу регулятора буде, поряд з вимогою мінімальної і кінцевої тривалості перехідних процесів, забезпечення астатизму першого порядку в скорегованій системі. Такий приклад для вихідної системи був розглянутий у [5], де на основі вимог до характеристичного рівняння скорегованої системи була отримана система рівнянь

$$\begin{cases} b_1 = 1, \\ b_0 - b_1 + A_1 a_0 = 0, \\ A_2 a_0 = b_0 \end{cases} \quad (5)$$

та знайдений її розв'язок

$$a_0 = \frac{1}{A_1 + A_2} = 2,289; \quad b_0 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} = 0,436, \quad b_1 = 1, \quad (6)$$

що дозволило отримати такий вигляд передавальної функції регулятора

$$D_1(z) = \frac{a_0(z - B_1)}{b_1 z + b_0} = \frac{2,289(z - 0,61)}{z + 0,436}. \quad (7)$$

Другим критерієм для синтезу регулятора буде забезпечення в скорегованій системі астатизму другого порядку. При цьому для характеристичного рівняння скорегованої системи, згідно з [6], повинна виконуватись умова

$$P(z,0)M_1(z,0) + (z-1)^2 N_1(z,0) = z^3, \quad (8)$$

де  $M_1(z,0) = a_1z + a_0$ ;  $N_1(z,0) = b_1z + b_0$ .

Порівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях  $z$  в (8), отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} b_1 = 1, \\ A_1a_1 + b_0 - 2b_1 = 0, \\ A_1a_0 + A_2a_1 - 2b_0 + b_1 = 0, \\ A_2a_0 + b_0 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Розв'язуючи систему (9), отримуємо значення коефіцієнтів

$$b_0 = \frac{A_2(2A_2 + A_1)}{(A_1 + A_2)^2} = 0,626; \quad b_1 = 1; \quad a_0 = -\frac{(2A_2 + A_1)}{(A_1 + A_2)^2} = -3,287; \quad a_1 = \frac{2}{A_1} - \frac{A_2(2A_2 + A_1)}{A_1(A_1 + A_2)^2} = 5,577.$$

Звідки передавальна функція регулятора матиме такий вигляд

$$D_1(z) = \frac{(z - B_1)M_1(z,0)}{(z-1)N_1(z,0)} = \frac{(z-0,61)(5,577z-3,287)}{(z-1)(z+0,626)}. \quad (10)$$

Наступним критерієм для синтезу регулятора, поряд з вимогою мінімальної і кінцевої тривалості перехідного процесу в скорегованій системі, буде налаштування на оптимум за сумарною квадратичною оцінкою. При цьому, згідно з [6], повинні виконуватись такі умови

$$P(z,0)M_1(z,0) + (z-1)N_1(z,0) = z^4, \quad (11)$$

де  $M_1(z,0) = a_2z^2 + a_1z + a_0$ ;  $N_1(z,0) = b_3z^3 + b_2z^2 + b_1z + b_0$ .

Та

$$z^4(c_1z + c_0) + d_1z + d_0 + z(A_1 + A_2z)(b_3z^3 + b_2z^2 + b_1z + b_0) = 0. \quad (12)$$

Порівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях  $z$  в рівняннях (11), (12), отримуємо таку систему

$$\begin{cases} b_3 = 1, \\ A_1a_2 + b_2 - b_3 = 0, \\ A_1a_1 + A_2a_2 + b_1 - b_2 = 0, \\ A_1a_0 + A_2a_1 + b_0 - b_1 = 0, \\ A_2a_0 - b_0 = 0, \\ c_1 + A_2b_3 = 0, \\ c_0 + A_1b_3 + A_2b_2 = 0, \\ A_1b_2 + A_2b_1 = 0, \\ A_1b_1 + A_2b_0 = 0, \\ d_1 + A_1b_0 = 0, \\ d_0 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Розв'язок цієї системи дає такі значення коефіцієнтів

$$m = A_1^5 + A_1^4A_2 + A_2^2A_1^3 + A_2^3A_1^2 + A_2^4A_1 + A_2^5; \quad b_0 = \frac{A_2^3A_1^2}{m} = 0,133; \quad b_1 = -\frac{A_2^4A_1}{m} = -0,103,$$

$$b_2 = \frac{A_2^5}{m} = 0,08; b_3 = 1; a_0 = \frac{A_1^2 A_2^2}{m} = 0,7; a_1 = -\frac{A_2 A_1}{A_1^3 + A_2^3} = -2,146;$$

$$a_2 = \frac{A_1^3 A_2 + A_2^2 A_1^2 + A_1^4 + A_2^4 + A_2^3 A_1}{m} = 3,736.$$

Виходячи з цього, передавальна функція регулятора матиме такий вигляд

$$D_1(z) = \frac{(z - B_1)M_1(z, 0)}{N_1(z, 0)} = \frac{(z - B_1)(a_2 z^2 + a_1 z + a_0)}{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0} = \frac{(z - 0,61)(3,736z^2 - 2,146z + 0,7)}{z^3 + 0,08z^2 - 0,103z + 0,133}. \quad (14)$$

Для останнього критерію будемо вимагати від скорегованої системи здатність її фізичної реалізації та грубість, вважаючи при цьому, що передатна функція замкненої скорегованої системи має такий вигляд

$$W_{зам}(z) = \frac{1}{z}. \quad (15)$$

Тоді, згідно з [6], отримаємо наступну передавальну функцію регулятора

$$D_1 = \frac{1}{W_1(z, 0)} \cdot \frac{W_{зам}(z, 0)}{1 - W_{зам}(z, 0)} = \frac{1}{W_1(z, 0)} \cdot \frac{1}{z - 1} = \frac{Q_1(z, 0)}{(z - 1)P(z, 0)} = \frac{z + B_1}{A_1 z + A_2} = \frac{z + 0,61}{0,246z + 0,19}. \quad (16)$$

Перевірка достовірності отриманих результатів проводилась з використанням математичних моделей скорегованої та нескорегованої системи стабілізації з ШІМ. Структура Matlab моделі скорегованої системи стабілізації представлена на рис. 4.

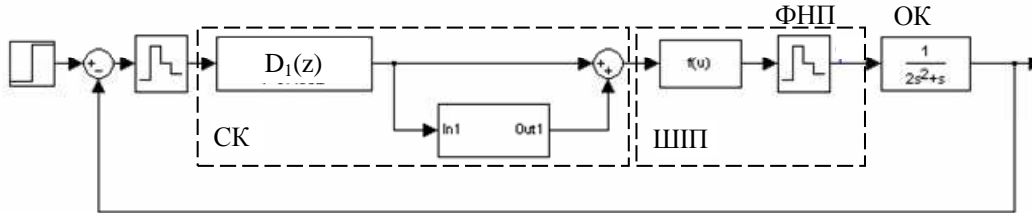


Рис. 4. Matlab модель скорегованої системи стабілізації

Графіки перехідних процесів у системі при використанні різних типів синтезованих корегуючих ланок  $D_1(z)$  та різних входніх впливах (стрибокподібна зміна та лінійне зростання сигналу завдання) зображені на рис. 5, 6.

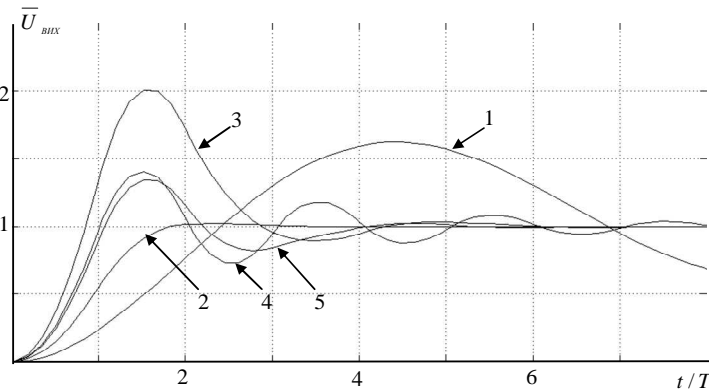


Рис. 5. Діаграми роботи системи стабілізації для стрибкоподібного сигналу завдання: 4,2,3,5 – система налаштована за критерієм грубості, забезпечення астатизму першого, другого порядку, мінімумом сумарної квадратичної оцінки відповідно; 1 – вихідна (нескорегована) система

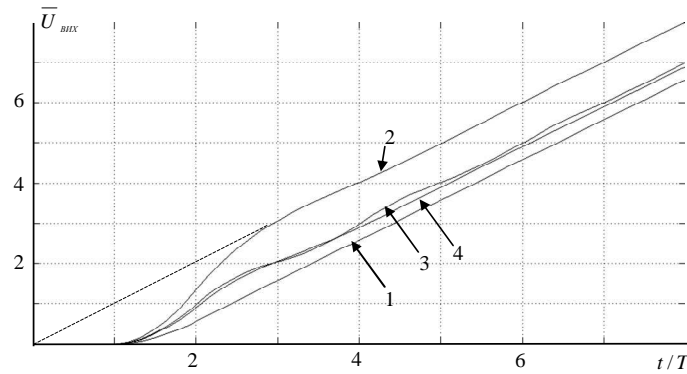


Рис. 6. Діаграми роботи системи стабілізації для лінійно зростаючого сигналу завдання:  
 3,1,2,4 – система налаштована за критерієм грубості, забезпечення астатизму першого, другого  
 порядку, мінімумом сумарної квадратичної оцінки відповідно

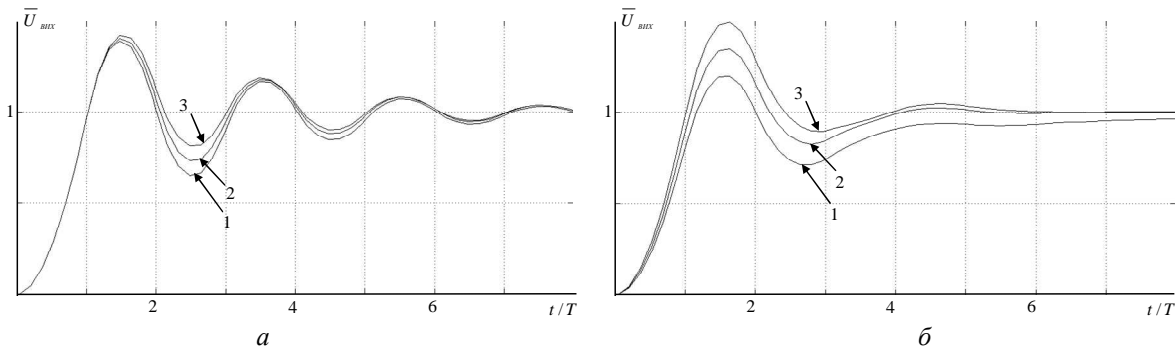


Рис. 7. Діаграми роботи системи стабілізації налаштованої за критерієм грубості (а) та мінімуму  
 сумарної квадратичної оцінки (б) при незначній зміні параметрів корегуючої ланки:  
 1,3 – зменшення та збільшення на 10 % відповідно параметрів регулятора відносно розрахункових  
 значень; 2 – параметри регулятора відповідають розрахунковим значенням

На рис. 5 зображені перехідні процеси у вихідній та скорегованій системах при стрибкоподібній зміні сигналу завдання. Як бачимо з рисунка, тривалість перехідного процесу у вихідній системі в рази більша у порівнянні з скорегованою системою, також спостерігається значний коливальний характер перехідного процесу.

Як бачимо з рис. 5, 6, у скорегованій системі з астатизмом першого порядку тривалість перехідних процесів для обох змін сигналу завдання становить два такти роботи імпульсного елемента, при цьому спостерігається усталене значення похибки за швидкістю (рис. 6). У системі з астатизмом другого порядку тривалість перехідних процесів (рис. 5) становить три такти роботи імпульсного елемента, при цьому усталене значення похибки за швидкістю відсутнє, але спостерігається значне перегулювання (яке досягає близько 100 %), що є недопустимим для певних систем. Усунення значного перегулювання, згідно з [6], можливе за допомогою введення коефіцієнта жорсткості або збільшення відносної тривалості перехідного процесу при накладанні додаткової вимоги оптимальності. Так, на рис. 5, 6 зображені перехідні процеси в оптимальній за швидкодією системі, на яку накладено додаткову умову забезпечення мінімуму сумарної квадратичної оцінки. В цьому випадку тривалість перехідного процесу при стрибкоподібній зміні сигналу завдання становить чотири такти роботи імпульсного елемента, а значення перегулювання відчутно зменшене і становить близько 30 %. У системі, до якої висувалися вимоги фізичної реалізуємості та грубості, перехідний процес триває лише один такт (якщо брати до уваги значення похибки лише у дискретні моменти часу). Між цими проміжками спостерігаються значні коливання похибки регулювання, які часто можуть бути неприпустимими. Співставлення виразів передатних функцій корегуючих ланок для системи з астатизмом першого порядку (б) та системи з вимогою

грубості (15) показує, що вони відрізняються лише чисельними значеннями коефіцієнтів, а отже, простим перестроюванням коефіцієнтів корегуючої ланки можна значно покращити якість перехідного процесу та позбутися коливальних похибок регулювання.

На рис. 7 зображений вплив зміни параметрів корегуючої ланки на перехідний процес у системі, як бачимо з рис. 7, зміна параметрів фізично грубої системи на 10 % не зумовлює істотного впливу на перехідний процес, у той же час, аналогічна зміна параметрів корегуючої ланки для системи оптимальної за сумарною квадратичною оцінкою зумовлює розрегулювання системи, оскільки з'являється усталена похибка.

**Висновки.** У роботі отримані співвідношення для розрахунку нелінійних дискретних корегуючих ланок оптимальних за швидкодією систем стабілізації напруги з широтно-імпульсною модуляцією першого роду при врахуванні постійної складової вихідної напруги перетворювача, використання яких дозволяє реалізувати грубі системи, системи з астатизмом першого та другого порядків, а також системи з додатковою вимогою оптимальності за мінімумом сумарної квадратичної оцінки.

За отриманими співвідношеннями, для розглянутого прикладу імпульсної системи та переліку додаткових критеріїв, отримані структура та параметри налаштування нелінійних регуляторів. Результати аналітичних розрахунків повністю підтвердилися за допомогою математичного моделювання процесів в оптимізованій системі.

#### Список використаних джерел

1. Денисов А. И. Вентильные преобразователи в системах точной стабилизации / А. И. Денисов, В. М. Зволинский, Ю. В. Руденко. – К. : Наукова думка, 1995. – 250 с.
2. Денисов Ю. А. Анализ ошибки системы стабилизации с широтно-импульсной модуляцией при глубоком регулировании / Ю. А. Денисов, Р. В. Заровский // Технічна електродинаміка. – 2005. – № 6. – С. 19-23.
3. Дискретные нелинейные системы / А. Д. Аверина, А. Н. Герасимов, С. П. Забродин и др. ; под ред. Ю. И. Топчиева. – М. : Машиностроение, 1982. – 312 с.
4. Заровський Р. В. Аналіз похибки регулювання в системі стабілізації високої точності з використанням функціональних рядів Вольтерра-Вінера / Р. В. Заровський, М. Г. Остапов // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. – 2007. – № 28. – С. 229-236.
5. Заровський Р. В. Синтез регулятора для систем з широтно-імпульсною модуляцією при врахуванні постійної складової вихідної напруги перетворювача / Р. В. Заровський // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Серія «Технічні науки» : наук. зб. – 2013. – № 1 (63). – С. 154-160.
6. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем / Я. З. Цыпкин. – М. : Физматгиз, 1963. – 968 с.
7. Цыпкин Я. З. Теория нелинейных импульсных систем / Я. З. Цыпкин, Ю. С. Попков. – М. : Наука, 1973. – 414 с.