

УДК 624.014.2:621.81:[620.173.26]

**В.М. Кондель**, канд. техн. наук

**М.М. Шевчук**, студент

**Р.Т. Холодков**, студент

Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка, м. Полтава, Україна

### ДОСЛІДЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ТА ДЕТАЛЕЙ МАШИН

**В.Н. Кондель**, канд. техн. наук

**Н.Н. Шевчук**, студент

**Р.Т. Холодков**, студент

Полтавский национальный педагогический университет имени В.Г. Короленко, г. Полтава, Украина

### ИССЛЕДОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ И ДЕТАЛЕЙ МАШИН

**V.M. Kondel**, Candidate of Technical Sciences

**M.M. Shevchuk**, student

**R.T. Kholodkov**, student

Poltava National Pedagogical University named after V.G. Korolenko, Poltava, Ukraine

### THE INVESTIGATION OF RATIONAL SECTIONS FOR COMPRESSED STRUCTURES AND PARTS OF MACHINES

*Досліджено та спроектовано раціональні форми перерізів сталених стиснутих елементів конструкцій та деталей машин. Проведено аналіз експериментальних даних про роботу конструкцій та теоретичних розроблень щодо їх розрахунків на стійкість. За результатами дослідів побудовані графіки та запропоновані нові прості формули для визначення розмірів оптимальних перерізів стиснутих елементів.*

**Ключові слова:** сталені стиснуті елементи, розрахунки на стійкість, коефіцієнт поздовжнього згинання, раціональні форми перерізів.

*Исследованы и спроектированы рациональные формы сечений стальных сжатых элементов конструкций и детали машин. Проведен анализ экспериментальных данных о работе конструкций и теоретических разработок их расчетов на устойчивость. По результатам исследований построены графики и предложены новые простые формулы для определения размеров оптимальных сечений сжатых элементов.*

**Ключевые слова:** стальные сжатые элементы, расчеты на устойчивость, коэффициент продольного изгиба, рациональные формы сечений.

*The authors research the rational sections of compressed steel structures and parts of machines. The analysis of experimental and theoretical data of the behaviour of compressed structures and their members are provided. The new approaches to the design of optimal sections are described.*

**Key words:** compressed steel members, buckling analysis, stress reduction factor, rational sections.

**Постановка проблеми.** Протягом всього терміну експлуатації елементи конструкцій та деталей машин зазнають різних пошкоджень, природа яких залежить від їх напружено-деформованого стану та умов роботи (розтяг або стиск, згинання, кручення, згинання з крученням, високі та низькі температури, змінне навантаження, агресивне середовище, радіаційне опромінення тощо). Серед усіх елементів конструкцій та деталей машин будь-якого сучасного підприємства значну частину складають ті, які працюють на стискання: колони, стійки, верхні пояси ферм, гвинти в передачах гвинт-гайка, циліндричні та конічні гвинтові пружини, голки у швейних машинах та інші. Їх розраховують не тільки на міцність, але й на стійкість, оскільки втрата стійкості є дуже небезпечним явищем, внаслідок чого відбувається некерований ріст деформацій і стиснутий стержень руйнується практично миттєво, що виключає будь-яку можливість вжиття дієвих заходів щодо запобігання аваріям і катастрофам. Саме тому тривалий час проводяться дослідження стійкості стиснутих елементів для розроблення заходів щодо недопущення подібних надзвичайних ситуацій у майбутньому. Одним з основних напрямків запобігання цим негативним явищам або зменшення їх впливу на роботу стиснутих елементів є дослідження та проектування раціональних форм перерізів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Вагомий внесок для вирішення цієї проблеми здійснили видатні вчені XVIII-XX століть – Л. Ейлер, Ф. Енгесер, Ф. Ясинський, Л. Тетмайер, Т. Карман, Ф. Шенлі та інші [1-3]. Вони запропонували формули для визначення критичної сили і напруження, які є небезпечними для стиснутого стержня, залежно від його гнучкості, матеріалу, способів закріплення кінців, схеми та виду навантаження, а також умову стійкості з коефіцієнтом поздовжнього згинання  $\varphi$ , яку використовують під час розрахунків стиснутих стержнів:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_{st} = \varphi[\sigma]. \quad (1)$$

Досліди [1-5] показали, що коефіцієнт  $\varphi$  залежить не тільки від гнучкості стержня  $\lambda$ , але й від міцності матеріалу, з якого він виготовлений. Зокрема, для сталі з підвищенням її міцності та зростанням гнучкості коефіцієнт  $\varphi$  зменшується [6; 7], тому для практичних розрахунків виведені формули щодо визначення цього коефіцієнта для звичайних та високоміцних сталей з урахуванням його залежності від вищезазначених чинників [6; 7].

Одним з основних напрямків запобігання вищезгаданим негативним явищам або зменшення їх впливу на роботу конструкцій у цілому є дослідження та проектування раціональних форм перерізів. З погляду економічності раціональною є така форма поперечного перерізу стійки, при якій найменший радіус інерції  $i_{\min}$  при певній площі є найбільшим, тобто чим вище значення питомого радіуса інерції

$$\xi = \frac{i_{\min}}{\sqrt{A}}, \quad (2)$$

тим кращим є переріз. Для коробчастих і трубчастих перерізів  $\xi = 1,6 \dots 2,3$  (при  $d/D = 0,8 \dots 0,95$ ;  $d$  і  $D$  – внутрішній та зовнішній діаметр труби); для кутника –  $0,3 \dots 0,5$ ; двотавра –  $0,27 \dots 0,41$ ; швелера –  $0,29 \dots 0,41$ ; квадрата –  $0,289$ ; круга –  $0,293$ ; прямокутника (при  $h = 2b$ ) –  $0,204$  [2; 3].

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Аналіз цих даних показує, що раціональними є коробчасті та трубчасті тонкостінні перерізи, але під час проектування слід передбачити розташування діафрагм (ребер жорсткості) на певних відстанях уздовж стержня, які перешкоджають появі місцевих деформацій стінок. Крім того, слід прагнути до того, щоб перерізи були рівностійкими в усіх напрямках. Цьому критерію відповідають коробчасті і трубчасті, квадратні та круглі перерізи. Нераціонально застосовувати двотаврові та суцільні прямокутні перерізи [2; 3].

Але дуже часто на практиці колони, стійки, стержні виготовляють складеними із прокатних профілів: двотаврів, швелерів, кутників (рис. 1, 2) [4; 5], тому виникає потреба у проектуванні раціональних перерізів саме таких конструкцій.

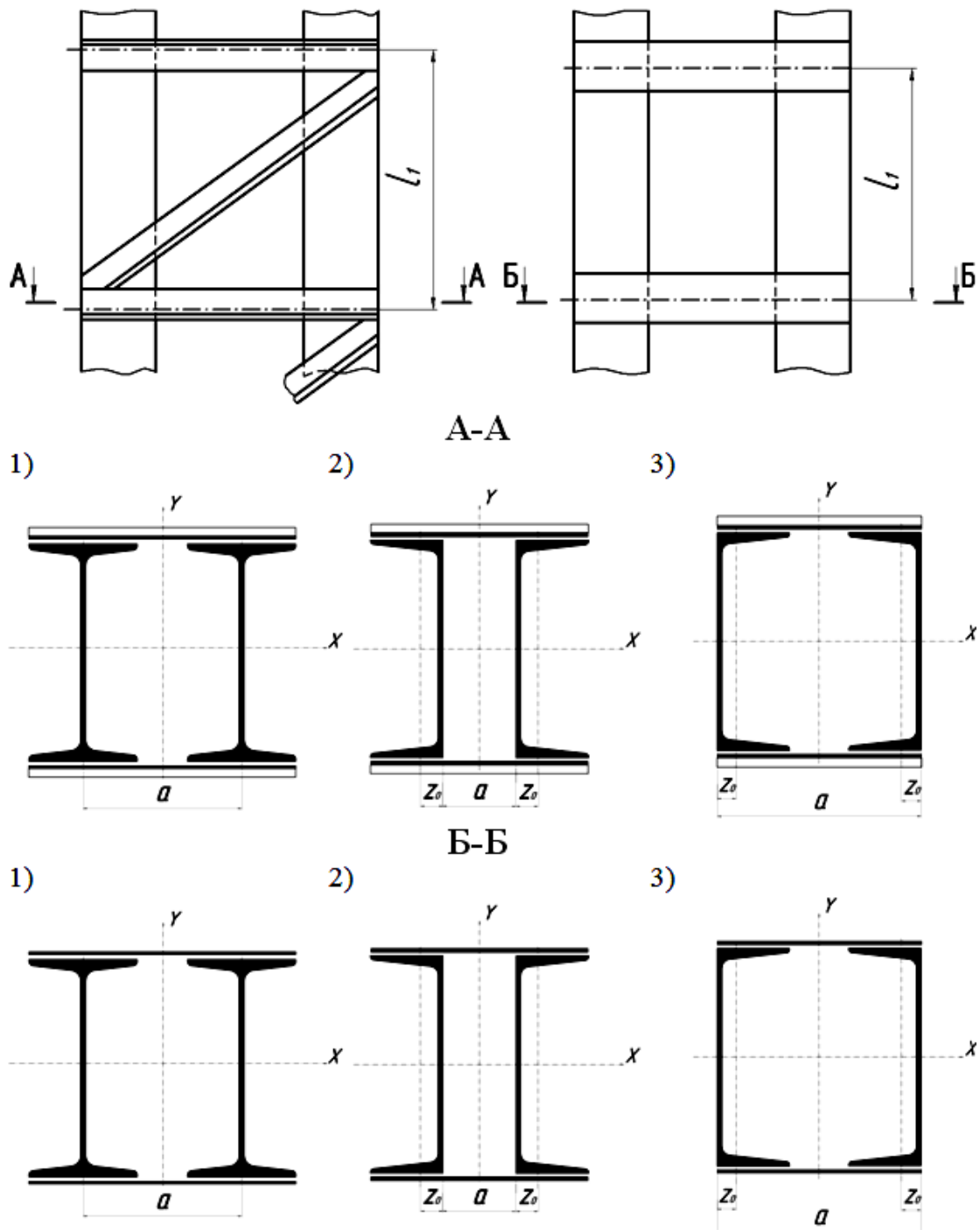


Рис. 1. Варіанти складених перерізів стиснутих конструкцій із двотаврів та швелерів, з'єднаних кутниками або планками

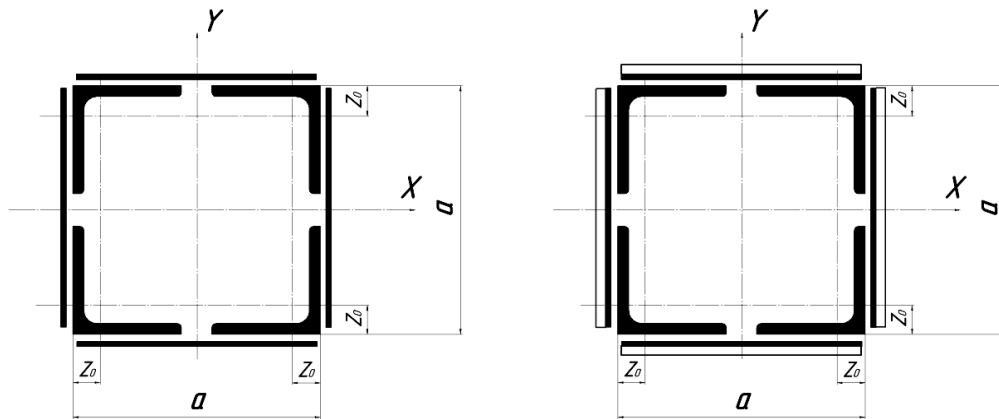


Рис. 2. Варіанти складених перерізів стиснутих конструкцій з кутників

**Мета статті.** Головною метою цієї роботи є дослідження раціональних форм складених і суцільних перерізів для сталевих стиснутих елементів конструкцій та деталей машин.

**Виклад основного матеріалу.** Для стиснутих конструкцій, складених із прокатних профілів, раціональними будуть ті, в яких гнучкість у двох різних напрямках буде однаковою, тобто

$$\lambda_x = \lambda_y, \quad (3)$$

де  $\lambda_x = \mu_x l / i_x$ ;  $\lambda_y = \mu_y l / i_y$ ;  $i_x = \sqrt{I_x / A}$ ;  $i_y = \sqrt{I_y / A}$ ;  $\mu_x, \mu_y$  – коефіцієнти зведення довжини стержня;  $l$  – довжина стержня;  $i_x, i_y$  і  $I_x, I_y$  – радіуси і моменти інерції;  $A$  – площа поперечного перерізу стиснутого стержня.

Якщо прийняти  $\mu_x = \mu_y = \mu$ , тоді залежність (3) матиме вигляд

$$I_x = I_y. \quad (4)$$

Використовуючи цю умову, визначимо відстань  $\alpha$  між осями двотаврів (рис. 1, схема 1)

$$\alpha = 2 \sqrt{\frac{I_x^I - I_y^I}{A}}. \quad (5)$$

Аналогічно визначаємо відстань  $\alpha$  між стінками двох швелерів у складених перерізах:

$$\text{для схеми 2 (рис. 1)} \quad \alpha = 2 \left( \sqrt{\frac{I_x^I - I_y^I}{A}} - Z_0 \right), \quad (6)$$

$$\text{для схеми 3 (рис. 1)} \quad \alpha = 2 \left( \sqrt{\frac{I_x^I - I_y^I}{A}} + Z_0 \right). \quad (7)$$

За формулами (5-7) можна визначити відстань  $\alpha$  для всіх двотаврів (№ 10...60) та швелерів (№ 8...40), причому

$$\alpha = f(N), \quad (8)$$

де  $N$  – це номер швелера або двотавра.

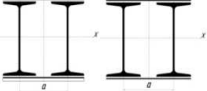
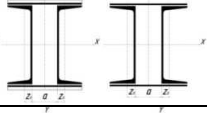
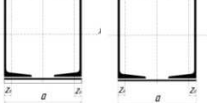
Дослідження показали, що функція (8) має вигляд, який для практичних розрахунків можна прийняти за пряму лінію (рис. 3), тобто

$$\alpha = CN + D, \quad (9)$$

де  $C$  і  $D$  – параметри в см, визначені за методом найменших квадратів (табл.).

Таблиця

Результати розрахунків параметрів  $C$  і  $D$

Схема	Параметри, см		Середня похибка	
	$C$	$D$	арифметична, $ \delta _m$	квадратична, $\sigma_m$
	0,781	0,362	1,42	1,94
	0,686	-2,304	0,65	0,82
	0,876	1,883	1,61	2,03

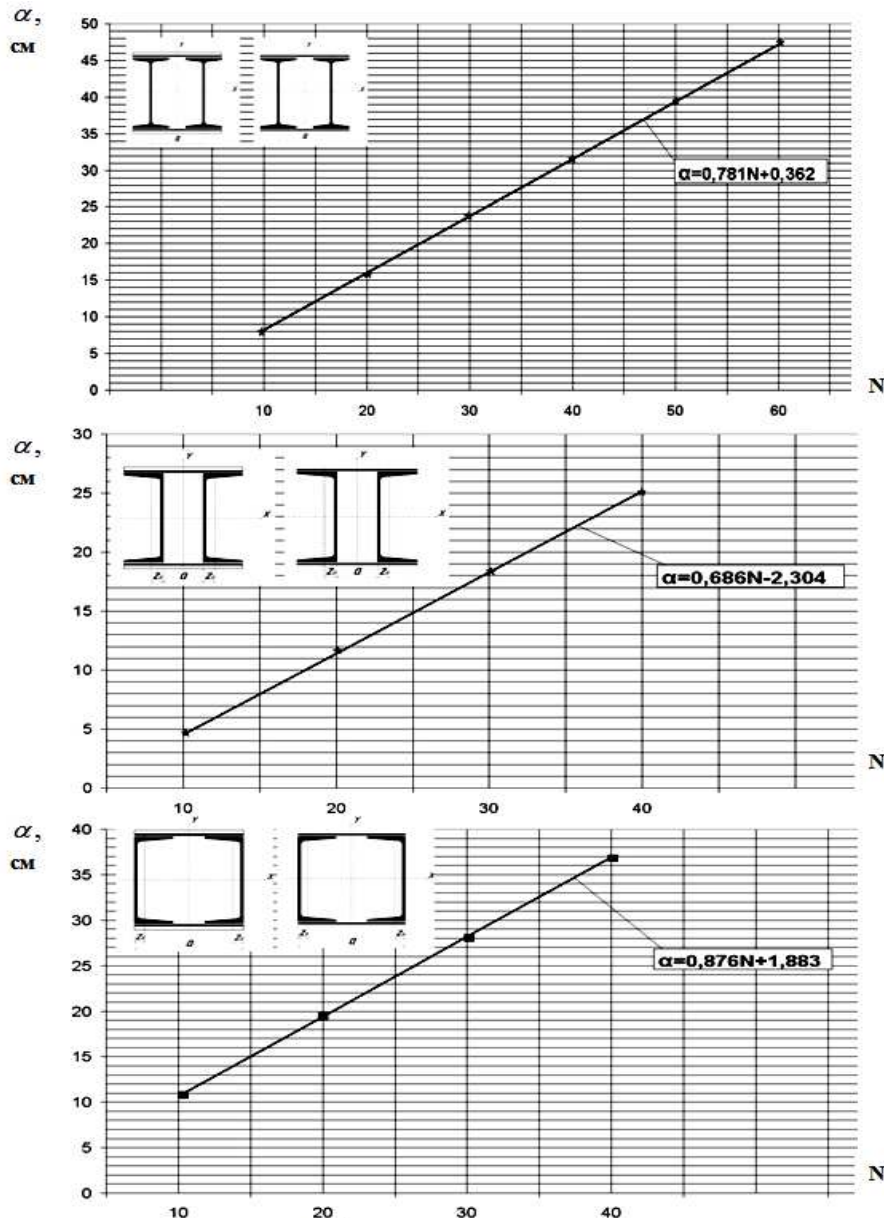


Рис. 3. Залежності  $\alpha = f(N)$  для складених перерізів із двотаврів та швелерів

Результати всіх розрахунків, подані в таблиці, мало чим відрізняються від експериментальних даних, про що свідчать відповідні невеликі середні арифметичні та квадратичні похибки [8].

Аналогічно можна провести розрахунки для проектування перерізів стиснутих елементів, складених із кутників (рис. 2).

Слід зазначити, що необхідною умовою безпечної роботи складених конструкцій є наявність достатньо міцного кріплення (решітки з кутників або планок) для забезпечення сумісної роботи всіх несучих елементів перерізу (рис. 1). Якщо два швелера або двотавра з'єднати недостатньо міцною решіткою, то кожний елемент складеного стержня буде працювати самостійно і стійкість його виявиться набагато менше стійкості стержня, в якому обидві половини є одним цілим. Саме недостатня увага до проектування надійних з'єднань частин стиснутого стержня складеного перерізу призводила до значних аварій і катастроф, особливо при будівництві великих мостів [1].

Для складених стиснутих конструкцій стійкість відносно матеріальної  $X$  та вільної  $Y$  осей (рис. 1) перевіряємо різними способами. Перевірку стійкості елемента відносно осі  $X$ , яка перетинає переріз, виконуємо як для стінок із суцільними поперечними перерізами. Під час перевірки стійкості конструкції відносно осі  $Y$ , яка не перетинає переріз, коефіцієнт  $\varphi$  знаходимо не як функцію гнучкості  $\lambda_y$ , а як функцію зведеної гнучкості  $\lambda_{ef}$ , яка для випадку решітки з планок (рис. 1, Б-Б):

$$\lambda_{ef} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2}. \quad (10)$$

При розрахунку гнучкості  $\lambda_y$  вважаємо вісь  $Y$  матеріальною віссю. Гнучкість однієї вітки на довжині  $l_1$  (рис. 1)  $\lambda_1 = l_1 / i_{\min}$ . Планки розташовуємо таким чином, щоб гнучкість окремих віток була менше гнучкості, визначеної відносно матеріальної осі  $X$  (рис. 1), але не більше 40, тобто  $\lambda_1 \leq 40$  [4; 5].

Аналогічно розраховуємо решітку із кутників (рис. 2, А-А).

Багато стиснутих конструкцій та їх елементів мають суцільний поперечний переріз у вигляді круга, квадрата, прямокутника (наприклад, із співвідношенням сторін  $h/b = k_0$ , де  $k_0 \geq 1$ ). Якщо  $k_0 = 1$ , прямокутник перетворюється у квадрат, тому визначимо, яка форма перерізу є найбільш оптимальною.

Візьмемо два стержні круглого та прямокутного перерізів, площі яких однакові, тобто  $A_1 = A_2 = A$ , рівної довжини ( $l_1 = l_2 = l$ ) з однаковим закріпленням кінців ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ) та виготовлені з однієї і тієї ж марки сталі. Очевидно, що найбільш оптимальним буде той переріз, який витримає найбільше навантаження. За умовою стійкості (1) визначаємо найбільше навантаження, яке спроможний витримати стиснутий елемент:

$$[F]_{\max} \leq \varphi[\sigma]A. \quad (11)$$

Оскільки круглий та прямокутний стержні виготовлені з одного матеріалу, то  $[\sigma]_1 = [\sigma]_2 = [\sigma]$ . Крім того, вони мають однакову площу перерізу, тобто  $A_1 = A_2 = A$ . Це означає, що шуканим є той переріз, в якого коефіцієнт поздовжнього згинання  $\varphi$  найбільший.

У свою чергу, цей коефіцієнт залежить від гнучкості стержня  $\lambda$ , яка визначається за відомою формулою  $\lambda = \mu l / i_{\min}$ , де  $i_{\min} = \sqrt{I_{\min} / A}$ . Мінімальні моменти інерції  $I_{\min}$  для круглого та прямокутного перерізів відповідно становлять  $I_1 = \pi d^4 / 64$  і  $I_1 = hb^3 / 12$ . Оскільки  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$  і  $l_1 = l_2 = l$ , найбільш оптимальним є той переріз, у якого мінімальний момент інерції є найбільшим.

Визначимо моменти інерції перерізів через площу  $A$ . Для круглого перерізу  $A = A_1 = \pi d^2 / 4$ , звідки  $d = \sqrt{4A / \pi}$  і  $I_1 = A^2 / (4\pi) = 0,0796A^2$ .

Аналогічно, для прямокутного перерізу  $A = A_2 = bh = k_0 b^2$ ,  $b = \sqrt{A/k_0}$  і  $I_2 = A^2/(12k_0) = 0,0833A^2/k_0$ . Для квадратного перерізу ( $k_0 = 1$ )  $I_2 = 0,0833A^2$ , а це означає, що саме він є найбільш оптимальним з умови стійкості.

Визначимо  $k_0$ , при якому стержні круглого та прямокутного перерізів мають однакову стійкість, тобто при  $I_1 = I_2$   $A^2/(4\pi) = A^2/(12k_0)$ , звідки  $k_0 = \pi/3 = 1,047$ .

**Висновки і пропозиції.** 1. Під час проектування стиснутих конструкцій та їх елементів складених перерізів, знаючи лише номер двотавра або швелера (без таблиць з їх геометричними характеристиками), можна за простою формулою (9) визначити відстань  $\alpha$  між осями або стінками профілів залежно від схеми їх розташування і достатній міцності з'єднань стиснутих елементів так, щоб запроєктований переріз був раціональним.

2. Найбільш оптимальним суцільним перерізом елемента за умовою його стійкості є квадратний переріз. При співвідношенні сторін  $h/b = 1,047$  стержні круглого та прямокутного поперечних перерізів мають однакову стійкість за умови рівності площ цих перерізів ( $A_1 = A_2 = A$ ), способів закріплення кінців ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ), довжини стійок ( $l_1 = l_2 = l$ ), виготовлених з однієї і тієї ж марки сталі ( $[\sigma]_1 = [\sigma]_2 = [\sigma]$ ).

3. Оскільки стиснуті елементи конструкцій виготовляються з різних матеріалів, а не тільки зі сталі, слід провести додаткові дослідження коефіцієнтів поздовжнього згинання  $\varphi$  саме для цих матеріалів, враховуючи їх міцність, гнучкість стержнів та інші чинники.

4. Розглядаючи найбільш поширені випадки закріплення кінців стиснутих елементів, важливо проаналізувати вплив пружності або жорсткості опор на значення коефіцієнта зведення довжини  $\mu$ .

5. Аналогічні дослідження слід провести для стиснутих елементів сталого та змінного поперечних перерізів, проаналізувати їх стійкість залежно від різних схем навантаження (стискаючих зосереджених сил чи розподільного навантаження), геометрії стержня (закону зміни моментів інерції перерізу вздовж осі стійки) та інших параметрів.

Всі ці розроблення дозволять отримати значний економічний ефект, підвищити надійність та довговічність стиснутих елементів конструкцій та деталей машин і запобігти багатьом аваріям і катастрофам у майбутньому.

#### Список використаних джерел

1. *Беляев Н. М.* Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М. : Главная редакция физ.-мат. лит.-ры изд-ва «Наука», 1976. – 608 с.
2. *Писаренко Г. С.* Опір матеріалів : підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський ; за ред. Г. С. Писаренка. – К. : Вища школа, 1993. – 655 с.
3. *Писаренко Г. С.* Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К. : Наукова думка, 1988. – 736 с.
4. *Лихтарников Я. М.* Расчет стальных конструкций : справочное пособие / Я. М. Лихтарников, Д. В. Ладыженский, В. М. Клыков. – К. : Будівельник, 1984. – 368 с.
5. *Николаев Г. А.* Сварные конструкции. Расчет и проектирование : учебник / Г. А. Николаев, В. А. Винокуров. – М. : Высшая школа, 1990. – 446 с.
6. *Курмаз К. Г.* Визначення коефіцієнтів поздовжнього згинання для сталених стиснутих деталей / К. Г. Курмаз, Р. В. Бабенко, А. Ю. Шило // Природничі та гуманітарні науки. Актуальні питання : зб. тез II Всеукр. студ. наук.-техн. конф. (23-24 квітня 2009 р.) : в 2 т. Т. 1. / Тернопільський держ. техн. ун-т ім. Івана Пулюя. – Тернопіль : ТДТУ, 2009. – С. 205.
7. *Кондель В. М.* Дослідження стійкості сталених стиснутих елементів сталого та змінного поперечних перерізів / В. М. Кондель, А. І. Павліченко // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Фізико-математичні науки. – 2011. – № 4. – С. 76-79.
8. *Проектування* раціональних перерізів стиснутих елементів конструкцій та деталей машин / В. М. Кондель, М. М. Шевчук, Р. Т. Холодков, А. С. Макаруч // Проблеми сучасного будівництва : матеріали Всеукраїнської інтернет-конф. молодих учених і студентів (21-22 листопада 2012 р.). – Полтава : Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, 2012. – С. 156-160.