УДК 51-7

М.А. Синенко, канд. фіз.-мат. наук
Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

ЕФЕКТИВНИЙ ТЕНЗОР ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ ВЕРТИКАЛЬНО ОРІЄНТОВАНИХ СЕГНЕТОЕЛЕКРИЧНИХ РІДКИХ КРИСТАЛІВ З ДЕФОРМОВАНОЮ СПІРАЛЛЮ

М.А. Синенко, канд. физ.-мат. наук
Черниговский государственный технологический университет, г. Чернигов, Украина

ЭФФЕКТИВНЫЙ ТЕНЗОР ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ВЕРТИКАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ С ДЕФОРМИРОВАННОЙ СПИРАЛЬЮ

M.A. Synenko, PhD in Physical and Mathematical Sciences
Chernihiv State Technological University, Chernihiv, Ukraine

THE EFFECTIVE TENSOR OF DIELECTRIC PERMITTIVITY OF VERTICALLY ALIGNED FERROELECTRIC LIQUID CRYSTALS WITH DEFORMED HELIX

Для загального випадку двоосної анізотропії отримано аналітичний вираз для ефективного тензора діелектричної проникності, який описує оптико-електричні властивості вертикально орієнтованих сегнетоелектричних рідких кристалів з деформованою спіраллю, крок якої менше довжини світлової хвилі. Показано, що залежність головних значень показника заломлення від електричного поля характеризується квадратичною нелінійністю, що можна інтерпретувати як орієнтаційний ефект Керра.

Ключові слова: *сегнетоелектричний рідкий кристал з деформованою спіраллю, квадратичний електрооптичний ефект, фазова модуляція світла.*

Для общего случая двуосной анизотропии получено аналитическое выражение для эффективного тензора диэлектрической проницаемости, описывающего оптико-электрические свойства вертикально ориентированных жидких кристаллов с деформированной спиралью, шаг которой меньше длины волны света. Показано, что зависимость главных значений показателя преломления от электрического поля характеризуется квадратичной нелинейностью, что можно интерпретировать как ориентационный эффект Керра.

Ключевые слова: *сегнетоэлектрический жидкий кристалл с деформированной спиралью, квадратичный электро-оптический эффект, фазовая модуляция света.*

For the general case of biaxial anisotropy, we derive the analytic expression for the effective dielectric tensor that governs the electric-optical properties of vertically aligned deformed helix ferroelectric liquid crystals with subwavelength pitch. It is found that electric field dependence of the principal refractive indices of vertically aligned deformed helix ferroelectric liquid crystals cells exhibit the quadratic nonlinearity behavior might be interpreted as the orientation Kerr effect.

Key words: *deformed helix ferroelectric liquid crystals, quadratic electro-optic effect, phase modulation of light.*

Постановка проблеми. Отримання фазової модуляції світла з низьким споживанням енергії і високою швидкістю переключення є однією з центральних проблем для багатьох прикладних задач, таких як дифракційні решітки, що перебудовуються, дисплеї та інші фотонні пристрої [1].

У фотоніці модуляторів найбільш часто використовуються рідкокристалічні фазові модулятори. При цьому значна частина рідкокристалічних модуляторів використовують нематичну фазу рідких кристалів. Один із головних недоліків нематиків – великий час відгуку, який зростає зі збільшенням товщини рідкокристалічного шару (використання достатньо товстих комірок є стандартним способом отримання 2π фазової модуляції).

З іншого боку, відомо, що сегнетоелектричні рідкі кристали (СРК) характеризуються малим часом відгуку і, таким чином, є перспективним середовищем для фазової модуляції світла.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Найбільш вивченим є підхід, який використовує електрооптичні властивості спіральних структур у СРК з деформованою спіраллю (СРКДС) [2; 3]. При цьому основна частина теоретичних робіт про СРКДС присвячена випадку планарної орієнтації спіралі, який допускає найбільш просту експериментальну реалізацію.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. У роботі розглядається відносно маловивчений випадок вертикально орієнтованої СРК спіралі.

Мета статті. Головною метою цієї роботи є обчислення ефективного тензора діелектричної проникності, який описує фазову модуляцію у вертикально орієнтованих СРКДС комірках, де вісь СРК спіралі направлена перпендикулярно підкладкам, а крок спіралі, **P,** є малим порівняно з довжиною світлової хвилі λ.

Виклад основного матеріалу. У роботі [3] було показано, що оптичні властивості планарно орієнтованих СРКДС комірок з коротким кроком спіралі (менше довжини хвилі світла) можна описати ефективним тензором діелектричної проникності, який характеризує спіральну структуру СРК.

Основний результат [3] полягає в тому, що під дією електричного поля, яке прикладається по нормалі до осі спіралі, $\mathbf{E}\perp\mathbf{h}$, СРКДС комірка, анізотропія якої без поля є одновісною з віссю вздовж вектора **h**, стає двовісно анізотропною з головними осями, повернутими навколо вектора електричного поля **E**.

У статті показано, що результат залишається правильним і для геометрії вертикально орієнтованих сегнетоелектричних рідкокристалічних з деформованою спіраллю комірок. Для цього обчислимо ефективний діелектричний тензор, e_{eff}, який описує спіральну структуру, що характеризується СРК директором

$$\mathbf{d}=\cos\theta\mathbf{h}+\sin\theta\mathbf{c}\,, \tag{1}$$

де $\mathbf{c}\perp\mathbf{h}$, $\mathbf{c}$ – директор, який лежить на смектичному конусі з кутом нахилу θ й обертається навколо осі спіралі $\mathbf{h}$, утворюючи СРК спіраль з кроком, меншим довжини хвилі світла, $P<<$ л. Одиничний вектор поляризації

$$\mathbf{p}=\mathbf{h}\times\mathbf{c}\parallel\mathbf{P}_s \tag{2}$$

направлений уздовж вектора спонтанної поляризації $\mathbf{P}_s=P_s\mathbf{p}$. Для геометрії вертикально орієнтованої СРК спіралі маємо

$$\mathbf{h}=\mathbf{z},\mathbf{c}=\cos\phi\mathbf{x}+\sin\phi\mathbf{y};$$

$$\mathbf{p}=\cos\phi\mathbf{y}-\sin\phi\mathbf{x},\mathbf{E}=E\mathbf{y}, \tag{3}$$

де ϕ – азимутальний кут на СРК конусі

$$\phi\approx\phi_0-\alpha_E\sin\phi_0,\phi_0=2\pi z/P, \tag{4}$$

який лінійно залежить від електричного поля E через параметр $\alpha_E=\gamma_E E$ пропорційний відношенню прикладеного і критичного електричних полів: E/E_0.

Компоненти тензора діелектричної проникності двовісного СРК, ε, мають вигляд

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_0\delta_{ij}+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)d_i d_j+(\varepsilon_2-\varepsilon_0)p_i p_j. \tag{5}$$

Зазначимо, що звичайний випадок одновісної анізотропії описується такими головними значеннями діелектричних констант $\varepsilon_0=\varepsilon_2=\varepsilon_\perp$ і $\varepsilon_1=\varepsilon_\parallel$, де $n_\perp=\sqrt{\mu\varepsilon_\perp},(n_\parallel=\sqrt{\mu\varepsilon_\parallel})$ показник заломлення звичайної (незвичайної) хвилі і μ - магнітна проникність.

Згідно з [3] поширення нормально падаючого світла керується ефективною планарною анізотропією, яка описується усередненим тензором $\langle\varepsilon_P\rangle$:

$$\langle\varepsilon^P_{\alpha\beta}\rangle=\langle\varepsilon_{\alpha\beta}-\frac{\varepsilon_{\alpha z}\varepsilon_{z\beta}}{\varepsilon_{zz}}\rangle,\quad \alpha,\beta\in\{x,y\}, \tag{6}$$

де $\langle...\rangle=(2\pi)^{-1}\int_0^{2\pi}...d\phi_0$, і ефективний діелектричний тензор

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^{(eff)} & \varepsilon_{xy}^{(eff)} & \varepsilon_{xz}^{(eff)} \\ \varepsilon_{yx}^{(eff)} & \varepsilon_{yy}^{(eff)} & \varepsilon_{yz}^{(eff)} \\ \varepsilon_{zx}^{(eff)} & \varepsilon_{zy}^{(eff)} & \varepsilon_{zz}^{(eff)} \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Виражається через середні $\eta_{zz} = \langle \varepsilon_{zz}^{-1} \rangle, \quad \beta_{z\alpha} = \langle \varepsilon_{z\alpha} / \varepsilon_{zz} \rangle$ таким чином

$$\begin{aligned} &\varepsilon_{zz}^{(eff)} = 1/\eta_{zz}, \\ &\varepsilon_{z\alpha}^{(eff)} = \beta_{z\alpha} / \eta_{zz}, \\ &\varepsilon_{\alpha\beta}^{(eff)} = \langle \varepsilon_{\alpha\beta}^{(P)} \rangle + \beta_{z\alpha}\beta_{z\beta} / \eta_{zz}. \end{aligned} \tag{8}$$

Загальні співвідношення (6-8) дають нульове наближення для однорідних моделей, які описують оптику СРКДС комірок. У припущенні, що відношення P/λ достатньо мале, ці формули можна використовувати для обчислення діелектричного тензора СРКДС комірок як для вертикальної, так і для планарної орієнтації спіралі. Останній випадок був детально вивчений у [3] для одновісних СРК. Зазначимо, що загальний підхід роботи [3] можна розглядати як узагальнення методу трансфер матриці [4].

Розглянемо однорідну модель нульового порядку для вертикальної орієнтації. Використовуючи рівняння (4) і виконуючи усереднення по кроку спіралі, отримуємо $\langle \sin\phi \rangle = \langle \sin 2\phi \rangle = 0$ і

$$\begin{aligned} &\langle cos2\phi \rangle = J_2(\alpha_E) \approx \alpha_E^2 / 2; \\ &\langle cos\phi \rangle = J_1(\alpha_E) \approx \alpha_E / 2 = \chi_E E / P_s, \end{aligned} \tag{9}$$

де $J_n(x)$ – функція Бесселя n-го порядку $\chi_E = \partial \langle P_y \rangle / \partial E$ – діелектрична сприйнятність голдстоунівської моди [5] і $P_y = P_s \cos\phi$ y – компонента вектора поляризації, $\mathbf{P}_s$. У граничному випадку нульового поля $E = 0$ $(\alpha_E = 0)$, ефективний діелектричний тензор має вигляд

$$\langle \varepsilon_{eff} \rangle |_{E=0} = diag(\varepsilon_p, \varepsilon_p, \varepsilon_h) = diag(n_p^2, n_p^2, n_h^2); \tag{10}$$

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{zz}^{(eff)} = \varepsilon_1 \cos^2\theta + \varepsilon_0 \sin^2\theta; \tag{11}$$

$$\varepsilon_p = (\varepsilon_0 \varepsilon_1 / \varepsilon_h + \varepsilon_2) / 2, \tag{12}$$

де n_p і n_h головні значення показників заломлення. При $\varepsilon_p = \varepsilon_h$ тензор (10) стає ізотропним. Умова ізотропності в нульовому полі

$$r_2 = 2\varepsilon_{zz} - r_1 / \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{zz} = r_1 \cos^2\theta + \sin^2\theta \tag{13}$$

визначає відношення $r_2 \equiv \varepsilon_2 / \varepsilon_0$ як функцію $r_1 \equiv \varepsilon_1 / \varepsilon_0$ і кута нахилу θ.

За наявності електричного поля, $E \neq 0$ ефективний тензор (6) стає анізотропним

$$\langle \varepsilon_P \rangle = diag(\varepsilon_{+,} \varepsilon_-), \varepsilon_\pm \approx \varepsilon_p \pm (\varepsilon_p - \varepsilon_2) \alpha_E^2 / 2. \tag{14}$$

Таким чином, для нормальної падаючої світлової хвилі оптична вісь у площині підкладки з головним значенням $\varepsilon_+ (\varepsilon_-)$ направлена перпендикулярно (паралельно) електричному полю $\mathbf{E}$. Різниця показників заломлення

$$\delta n_{ind} = n_+ - n_- \equiv n_{\perp E} - n_{||E}; \tag{15}$$

$$K_{kerr} = 2n_p (1 - \varepsilon_2 / \varepsilon_p)(\chi_E / P_s)^2, \tag{16}$$

де $n_p = \sqrt{\mu \varepsilon_p}$ характеризує електроіндуковану двовісність і описується квадратичною нелінійністю керровського типу.

Для фазової модуляції нормального падаючого світла надзвичайно важливо, що орієнтація оптичних осей не залежить від амплітуди електричного поля E . На відміну від випадку нормального падіння, опис

$$\varepsilon_{\pm}^{(eff)} = (\varepsilon_{xx}^{(eff)} + \varepsilon_{zz}^{(eff)}) / 2 + \sqrt{(\Delta\varepsilon)^2 + (\gamma_{xz}E)^2} = n_{1,3}, \quad (17)$$

розповсюдження похило падаючого світла потребує використання повного діелектричного тензора

$$\varepsilon_{eff} \approx \begin{pmatrix} \varepsilon_{+} + \gamma_{xz}^2 E^2 / \varepsilon_z & 0 & \gamma_{xz}E \\ 0 & \varepsilon_{-} & 0 \\ \gamma_{xz}E & 0 & \varepsilon_h \end{pmatrix}; \quad (18)$$

$$\gamma_{xz} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\cos\theta \sin\theta\theta\chi_E P_s;$$

$$\varepsilon_{ij}^{(eff)} = \varepsilon_{-}^{(eff)}\delta_{ij} + (\varepsilon_{+}^{(eff)} - \varepsilon_{-}^{(eff)})d_i^{(eff)}d_j^{(eff)}, \quad (19)$$

анізотропія якого, взагалі кажучи, двовісна. Як видно із (18), цей тензор характеризується трьома різними головними (власними) значеннями

$$\varepsilon_{y}^{(eff)} = \varepsilon_{yy}^{(eff)} = \varepsilon_{-} = n_2^2, \quad (20)$$

$$\varepsilon_{\pm}^{(eff)} = (\varepsilon_{xx}^{(eff)} + \varepsilon_{zz}^{(eff)}) / 2 \pm \sqrt{(\Delta\varepsilon)^2 + (\gamma_{xz}E)^2} = n_{1,3}^2, \quad (21)$$

де $\Delta_\varepsilon = (\varepsilon_{xx}^{(eff)} - \varepsilon_{zz}^{(eff)}) / 2$, і оптична вісь

$$d_{eff} = \cos\psi_d \mathbf{x} + \sin\psi_d \mathbf{z},$$

$$tg(2\psi_d) = \gamma_{xz}E / \Delta_\varepsilon$$

визначається як власний вектор, який відповідає власному значенню ε_{+}^{eff} , у той час як власний вектор для значення $\varepsilon_{y}^{(eff)} = \varepsilon_{-}$ паралельний прикладеному полю $\mathbf{E} = E\mathbf{y}$.

Очевидно, що електричне поле змінює власні значення діелектричного тензора ((19) і (20)) і, крім того, приводить до обертання оптичних осей навколо напрямку (вісь y) на кут ψ_d . Поведінка залежних від поля частин власних значень у нижчому по полю порядку визначається Керр-подібним доданком пропорційним E^2, в той час як залежність кута ψ_d в цьому наближенні лінійна: $\psi_d \propto E$.

Для середовища без центральної симетрії така поведінка дещо незвичайна, тому що в таких середовищах квадратична нелінійність маскується значно сильнішим електрооптичним ефектом Покельса [6]. На відміну від добре відомого ефекту Керра, в нашому випадку ми маємо справу з ефективним діелектричним тензором наноструктурованих хіральних смектиків. Обчислення компонент цього тензора (8) базується на усереднені по орієнтаційній структурі СРК. При цьому орієнтаційні деформації спіралі лінійні по полю і, завдяки симетрії спіралі, в результаті процедури усереднення отримуємо тензор, діагональні (недіагональні) елементи якого є парними (непарними) функціями поля. Остання обставина і відповідальна за квадратичну нелінійність головних значень як діелектричного тензора, так і показників заломлення. Оскільки, з одного боку, цей ефект обумовлений індукованими полем деформаціями орієнтаційної структури, а, з іншого, нагадує ефект Керра, його називають орієнтаційним ефектом Керра.

Цікаво, що Керр-подібний ефект порушується, якщо виконується умова ізотропії (13) і $\varepsilon_p = \varepsilon_h$. Це окремий випадок, при якому Δ_ε пропорційна E^2 і $tg(2\psi_d) \propto 1/E$, і , крім того, в області малих полів залежність головних значень від електричного поля лінійна.

Висновки і пропозиції. У цій роботі ми отримали ефективний тензор діелектричної проникності, який описує важливі для фазової модуляції електрооптичні ефекти в ВОСРКД комірках з коротким кроком спіралі. Для обчислення тензора використовувалась модифікація методу, розробленого в [3].

Показано, що електричне поле трансформує одновісну оптичну анізотропію у двовісну і приводить до повороту осей у площині, перпендикулярній до комірки. При цьому залежність головних значень показників заломлення є квадратичною по полю, і цей ефект можна інтерпретувати як орієнтаційний ефект Керра.

Список використаних джерел

1. *Yoshiaki Hisakado* Large electro-optic Kerr effect in polymer-stabilized liquid-crystalline blue phases / Yoshiaki Hisakado, Hirotsugu Kikuchi, Toshishiko Nagamura, Tisato Kajiyama // Advanced Materials. – 2005. – № 17. – P. 96-98.
2. *Beresnev L. A.* Deformed helix ferroelectric liquid crystal display: A new electrooptic mode in ferroelectric chiral smectic C liquid crystal / L. A. Beresnev, V. G. Chigrinov, D. I. Dergachev, E. P. Poshidaev, J. Funfschillihg and M. Schadt // Liquid Crystal. – 1989. – V. 5. – P. 1171-1177.
3. *Alexei D. Kiselev* Polarization-gratings approach to deformed-helix ferroelectric liquid crystals with subwave-length pitch / Alexei D. Kiselev, Eugene P. Poshidaev, Vladimir G. Chigrinov and Hoi-Sing Kwok // Physical Review E. – 2011. – V. 83. – 031703.
4. *Peter Markos* Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials / Peter Markos and Costas M. Soukoulis // Princeton Univ. Press, Princeton and Oxford. – 2008. – P. 352.
5. *Urbanc B.* Nonlinear effects in the dielectric response of ferroelectric liquid crystals / B. Urbanc, B. Zeks and T. Carisson // Ferroelectrics. – 1991. – V. 113. – P. 219-230.
6. *Mike Melnichuk* Direct Kerr electro-optic effect in noncentrosymmetric materials / Mike Melnichuk and Lowell T. Wood // Physical Review A. – 2010. –V. 82. – 013821.