

УДК 621.923.42

Г.А. Веремей, ст. преподаватель

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ
ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СЕДЛА КЛАПАНА
В ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОМ МЕХАНИЗМЕ**

Г.О. Веремей, ст. викладач

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМОУТВОРЕННЯ ВІДНОВЛЮВАНИХ
ПОВЕРХОНЬ СІДЛА КЛАПАНА У ГАЗОРОЗПОДІЛЬНОМУ МЕХАНІЗМІ**

Hennadii Veremei, senior teacher

Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine

**THE MATHEMATICAL MODEL OF FORMATION OF THE OVERHAULED
VALVE-SEAT SURFACES IN THE VALVE TIMING GEAR**

Рассмотрены аналитические методы при моделировании геометрии восстанавливаемых поверхностей седла клапана в газораспределительном механизме двигателя внутреннего сгорания. Предложена математическая модель для анализа состояния рабочих изношенных поверхностей седла клапана, подлежащих обработке, с целью формирования их параметров качества при восстановительных ремонтах.

Ключевые слова: *формообразующие параметры, поверхность переменного профиля, интерполяционная схема, трехмерный анализ, двухмерный анализ, численные методы.*

Розглянуто аналітичні методи під час моделювання геометрії відновлюваних поверхонь сідла клапана у газорозподільному механізмі двигуна внутрішнього згорання. Запропонована математична модель для аналізу стану робочих зношених поверхонь сідла клапана, які підлягають обробленню, з метою формування їх параметрів якості під час ремонтів щодо відновлення.

Ключові слова: *формуруючі параметри, поверхня змінного профілю, інтерполяційна схема, тривимірний аналіз, двовірний аналіз, численні методи.*

The analytical methods within geometry modelling of the overhauled valve-seat surfaces in the valve timing gear have been considered. The mathematical model to analyze the state of the working valve-seat surfaces under the wear and which are a subject to be processing for the purpose to form their parameters of quality within overhauled repairing.

Key words: *the forming parameters, the surface of the variable profile, the interpolated scheme, three-dimensional analysis, two-dimensional analysis, the numerical methods.*

Постановка проблемы. В газораспределительных механизмах (ГРМ) двигателей внутреннего сгорания (ДВС) качество сопряжения «клапан-седло» формируется следующими параметрами точности: концентричностью поверхностей D_k и D_c и их соосностью (параметр A) (рис. 1, *a*). В свою очередь, параметр A формируется следующими: соосностью тарелки клапана и его стержня (параметр B), соосностью стержня клапана и цилиндрического отверстия D_e (параметр C), соосностью фаски седла D_c и отверстия D_e (параметр E).

Одним из альтернативных методов обеспечения параметров качества седла клапана является лезвийный метод растачивания конических поверхностей профильным резцом с тремя режущими кромками, копирующими угол наклона обрабатываемых поверхностей. При этом техпроцесс выполняется по схеме (рис. 1, *б*) и состоит из двух основных операций – базирования пилота 3 по отверстию D_1 направляющей втулки 1 и операции формообразования рабочей поверхности седла клапана D_2 . Качество обработки при этом формируется параметрами точности: A, B, C, E .

Конечными звеньями данной формообразующей системы (ФС) в процессе обработки являются режущий инструмент и обрабатываемая деталь. С точки зрения моделирования ФС совокупность формообразующих точек инструмента и обрабатываемой поверхности должны иметь определенное математическое представление, которое необходимо для обеспечения результата обработки в соответствии с заданными параметрами точности.

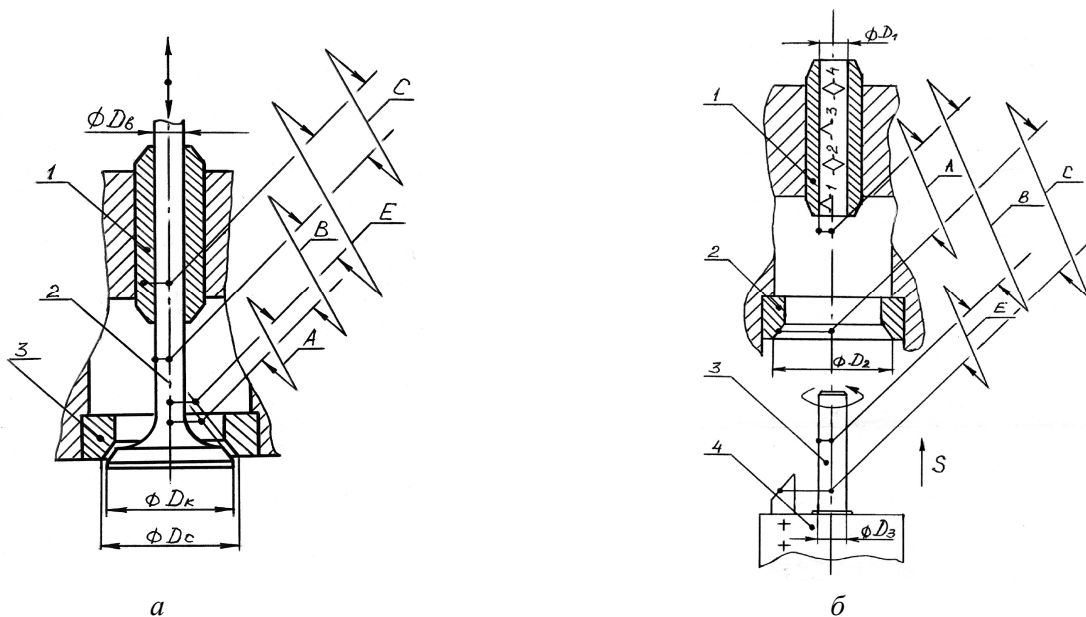


Рис. 1. Параметры точности: *a* – сопряжения поверхностей «втулка-клапан-седло»: 1 – направляющая втулка, 2 – клапан, 3 – седло клапана; *б* – в схеме обработки по направляющему пилоту: 1 – направляющая втулка, 2 – седло клапана, 3 – пилот, 4 – режущий инструмент

Особенностью рассматриваемой детали является то, что она имеет пространственно-сложную форму топографического характера – как соединение трех фасок с разной степенью износа, которые только в первом приближении (из-за неровностей) повторяют форму усеченных конусов. После обработки все фаски седла должны с заданными допусками получить коническую форму с точки зрения концентричности поперечных сечений и углов наклона каждого из трех конусов, а также иметь заданную величину шероховатости.

Анализ исследований и публикаций. Способы моделирования сложных нерегулярных поверхностей многообразны. Наиболее часто используемыми в машиностроении являются: графические, численные и аналитические.

Графические методы моделирования дают возможность исследовать поверхности посредством их визуализации в проекциях (эскизы, профили, сечения, каркасы и т. д.). Дальнейшее оперирование с такими моделями (математические преобразования, вычисление площадей, объемов, других показателей) может требовать применения дополнительных методов.

Численные модели с табличной формой представления данных о поверхности используются широко, особенно при компьютерной обработке информации (AutoCAD, MathCAD, MatLab и др.). Такие модели базируются на дискретных точках и позволяют, кроме вычислительных процедур, осуществлять графические преобразования и строить графики разных видов, однако для детального анализа сложного рельефа поверхности требуется аппроксимация данных на массивах большой размерности.

Наиболее универсальным способом моделирования пространственно-сложных объектов является аналитический, когда поверхность задается в виде функции. Такая модель имеет ряд преимуществ, поскольку позволяет получать 3D-модели (путем табулирования и ввода в компьютерные базы данных), а также применять для расчетного анализа математические и машинные методы (особенно матричные функции).

Цель статьи. Разработка модели обрабатываемой поверхности в аналитической форме, что даст возможность включить ее в формообразующую систему, использовать для настройки формообразующих параметров и перед обработкой детали, и для исследования качества обработанной поверхности.

Изложение основного материала. Общая схема обработки изношенного седла клапана с описанием конструктивно-геометрических параметров инструмента и приспособления, влияющего на качество обработки, представлены в работах [5; 2].

Для описания поверхности изношенного седла клапана предлагается [8; 9] использовать пространственное уравнение в явной форме $z = f(x, y)$. При этом аналитическая модель поверхности строится в виде обобщенного полинома

$$Q(x, y) = \sum_{k=1}^n c_k \cdot \varphi_k(x, y), \quad (1)$$

где c_1, c_2, \dots, c_n – коэффициенты, подлежащие определению; $\varphi_1(x, y), \dots, \varphi_n(x, y)$ – система базисных функций из некоторого функционального пространства, удовлетворяющая необходимым условиям непрерывности и гладкости.

Для более точной настройки модели будем использовать интерполяционную схему, когда функция $z = f(x, y)$ и полином $Q(x, y)$ совпадают на заданной системе точек в области S (как круговом кольце с внешним и внутренним радиусами седла клапана):

$$Q(x_i, y_i) = f(x_i, y_i) = z_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Систему точек для построения обобщенного полинома можно задавать путем снятия профилограмм и их оцифровки с шагом, необходимым для учета неровностей обрабатываемой поверхности. Чем больше точек области S будет использовано для моделирования, тем более качественной будет модель.

Неизвестные параметры c_1, c_2, \dots, c_n модели находятся из системы линейных уравнений [1]:

$$z_i = \sum_{k=1}^n c_k \cdot \varphi_k(x_i, y_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где (x_i, y_i, z_i) – исходные точки обрабатываемой поверхности из области S .

Система (3) имеет единственное решение, когда ее определитель не нулевой:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \varphi_1(x_1, y_1) & \varphi_2(x_1, y_1) & \dots & \varphi_n(x_1, y_1) \\ \varphi_1(x_2, y_2) & \varphi_2(x_2, y_2) & \dots & \varphi_n(x_2, y_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_1(x_n, y_n) & \varphi_2(x_n, y_n) & \dots & \varphi_n(x_n, y_n) \end{vmatrix} \neq 0. \quad (4)$$

Чтобы модель максимально учитывала особенности обрабатываемой поверхности, систему базисных функций необходимо подобрать таким образом, чтобы они в точности описывали процесс, приведший к износу седла клапана. В рамках данной темы поиск таких функций (в виде краевой задачи математической физики) не предусматривается. Поэтому с учетом топографических особенностей обрабатываемой детали [8; 9] в качестве базисных предлагается использовать функции (квадрики), применяемые для описания нерегулярных поверхностей и обеспечивающие выполнение условия (4):

$$\varphi_k(x, y) = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + A_\varphi}, \quad (5)$$

где A_φ – параметр, который влияет на кривизну моделируемой поверхности и может быть задан как экспериментально обоснованная константа ($A_\varphi \geq 0$).

Вычисление определителя (4) и решение системы линейных уравнений (3) осуществляются с помощью матричных функций системы MathCAD [4].

Пространственная модель (1) может быть использована для дальнейшего трехмерного анализа степени износа седла и настройки параметров перед обработкой поверхности. Для этого можно исследовать экстремумы (минимумы и максимумы) исходной поверхности для каждой из фасок (A, B, C) по точкам $(x, y) \in S$:

$$Q_{\min}^{A,B,C} = \min[Q(x_i, y_i)], \quad Q_{\max}^{A,B,C} = \max[Q(x_i, y_i)], \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

На найденных точках минимума (x_j, y_j) ($j = 1, \dots, k$) для каждой фаски можно вычислить значения $Z_{\min}^{A,B,C}$ базовой обработанной поверхности из общего уравнения прямого кругового конуса

$$Z_{\min}^{A,B,C} = \min[Z(x_i, y_i)], \quad Z(x, y) = p \cdot \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (7)$$

где p – параметр, определяемый для каждой из фасок (рис. 1, а), исходя из стандартов формообразующих параметров готового седла клапана:

$$p_A = \frac{(R_1 - R_0) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1}{R_1}, \quad p_B = \frac{(R_2 - R_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2}{R_1}, \quad p_C = \frac{(R_3 - R_2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_3}{R_2}. \quad (8)$$

Решение о возможности и целесообразности обработки детали может быть принято при обнаружении более глубоких, чем $Z_{\min}^{A,B,C}$, впадин на исходной поверхности хотя бы для одной из фасок седла (A, B, C), т. е. когда

$$Q_{\min}^{A,B,C} < Z_{\min}^{A,B,C}. \quad (9)$$

Если изношенное седло пригодно для обработки, то может быть определено максимальное отклонение пиков и впадин по всей обрабатываемой поверхности (1):

$$\Delta_{\max}^Q = \max_{A,B,C} [Q_{\max}^{A,B,C} - Q_{\min}^{A,B,C}], \quad (10)$$

что позволяет подобрать оптимальный общий припуск на обработку, когда базовая поверхность соприкасается с обрабатываемой (чтобы не срезать лишний материал):

$$Z_{\text{общ}} = \Delta_{\max}^Q. \quad (11)$$

Трехмерный анализ дает возможность с высокой степенью точности контролировать параметры шероховатости, поскольку на любых точках заданной области S можно определить функцию отклонения $r(x, y)$ обрабатываемой поверхности (1) от базовой (7):

$$r(x, y) = Q(x, y) - Z(x, y). \quad (12)$$

Тогда средняя R_a и среднеквадратическая R_q шероховатости в соответствии со стандартами ISO-4287 [3] могут рассчитываться в аналитическом виде:

$$R_a = \frac{1}{S} \iint_S |r(x, y)| dx dy, \quad R_q = \sqrt{\frac{1}{S} \iint_S r^2(x, y) dx dy}. \quad (13)$$

Двухмерный анализ предполагает использование сечений, получаемых пересечением 3D-модели обрабатываемой поверхности заданными плоскостями. В общем случае за секущую можно принять плоскость общего положения, тогда линия пересечения ее с поверхностью (1) определяется системой уравнений

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \\ z = Q(x, y). \end{cases} \quad (14)$$

Решение системы (14) возможно с помощью любого из численных [1] методов (итераций, метод Ньютона и др.), однако более эффективным, с точки зрения компьютерной реализации, является переход от алгебраической задачи к дифференциальной [7]. Для этого систему можно привести к одному нелинейному уравнению

$$F(x, y) = A_1 x + B_1 y + C_1 Q(x, y) + D_1 = 0, \quad (15)$$

где функция линии пересечения $y(x)$ содержится в неявном виде, а ее производная имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x(x, y)}{F'_y(x, y)} = \Phi(x, y). \quad (16)$$

Задав начальное приближение для искомой линии в неявном виде ($y_0 = y(x_0)$, $z_0 = z(x_0)$) и используя для численного решения (15) метод Рунге-Кутты [4], имеем уравнение кривой в пространстве

$$\begin{cases} y = y(x) \\ z = z(x). \end{cases} \quad (17)$$

Если в системе (14) применять вертикальные секущие плоскости, проходящие через ось Oz (когда $C_1 = D_1 = 0$), можно строить семейство плоских кривых (17) вида $z = z(x)$ в координатах профиля и использовать их для контроля конусности зоны резания. Построив на j -том шаге обработки (рис. 2, б) по точкам данной кривой $z_i = z(x_i)$ ($i=1, \dots, n$) линейную регрессию [4] для каждой из фасок (А, В, С), можно получить уравнение прямой:

$$z^{A,B,C}(x) = x \cdot tg\alpha^{A,B,C} + b^{A,B,C}, \quad (18)$$

где $tg\alpha^{A,B,C}$ – угловой коэффициент прямой.

Тогда через определение погрешности в углах наклона построенной и базовой прямой можно оценить отклонения зоны резания от конусности для каждой из фасок седла на j -том шаге обработки:

$$\Delta\alpha^{A,B,C} = \arctg(tg\alpha^{A,B,C}) - \alpha_{1,2,3}. \quad (19)$$

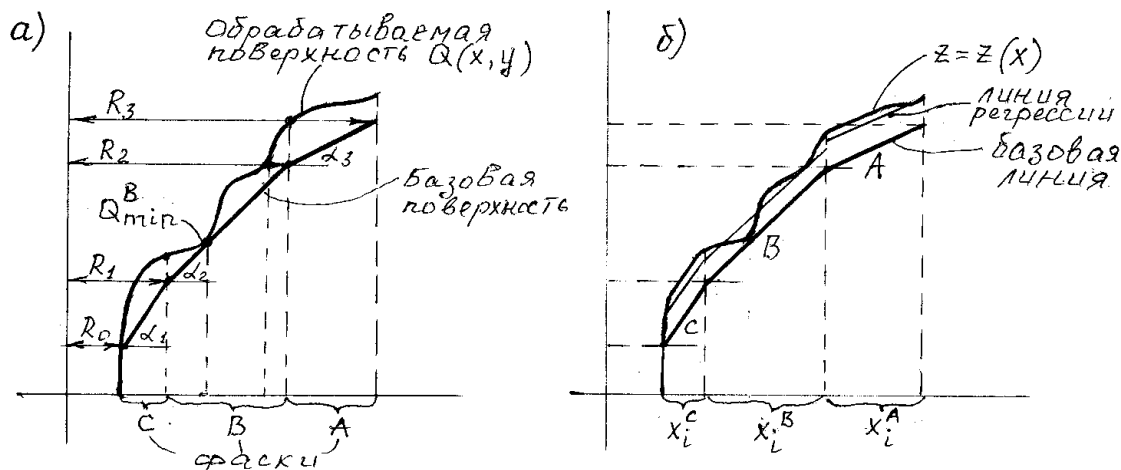


Рис. 2. Профиль обрабатываемой поверхности: а – перед обработкой; б – на j-том шаге обработки

Для анализа концентричности (округлости) фасок в первом уравнении системы (14) используется горизонтальная плоскость ($A_1 = B_1 = 0, z = const$), что позволяет построить в координатах профиля семейство плоских кривых вида $y = y(x)$. Каждая такая плоская кривая может быть исследована на округлость путем расчета отклонений точек кривой от базовой окружности (например, через построение нелинейной регрессии [4]). Однако, если в процессе обработки расчетная среднеквадратическая погрешность практически не меняется, установить причины, используя такой метод, сложнее. Поэтому предлагается использовать фрагментарный подход – через построение вспомогательных окружностей (внутренней и внешней), описанных около треугольников.

Для этого (путем перебора или с помощью функций [4]) выбираются три точки наиболее близко расположенные от начала координат $O(x_0, y_0)$ (базового центра) и три максимально удаленные от $O(x_0, y_0)$ точки (рис. 3, а). Через близлежащие точки $A_m(x_1^m, y_1^m), B_m(x_2^m, y_2^m), C_m(x_3^m, y_3^m)$ строится внутренняя описанная окружность, через более удаленные точки $A_M(x_1^M, y_1^M), B_M(x_2^M, y_2^M), C_M(x_3^M, y_3^M)$ – внешняя описанная окружность.

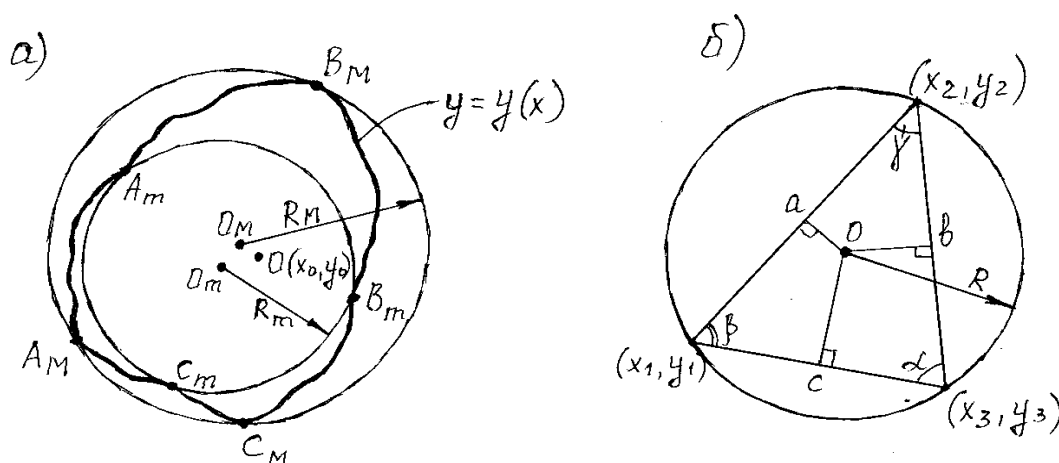


Рис. 3. Схема построения описанных окружностей: а – выбор характерных точек; б – определение радиуса

Для вычисления внешнего R_M и внутреннего R_m радиусов описанных окружностей можно использовать теоремы синусов и косинусов для треугольников, составленных из выбранных точек [1]. Для треугольника (рис. 3, б) формулы имеют вид:

$$R = \frac{c}{\sqrt{1 - \cos^2 \gamma}}, \quad (20)$$

где $a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$; $b = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}$; $c = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$;
 $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

Тогда расчет радиального разброса

$$\Delta R = R_M - R_m \quad (21)$$

позволяет оценить степень подобия кривой $y = y(x)$ на окружность. На начальной стадии обработки такой разброс в радиусах может быть значительным из-за топографических особенностей обрабатываемой поверхности, на завершающем же этапе R_M и R_m должны по допуску соответствовать радиусу фаски. Если ΔR не уменьшается и в конце обработки, причиной этому может быть биение шпинделя, что нарушает округлость фасок седла, приводит к волнистости и даже овальности зоны резания (с полуосями, образованными малым R_m и большим R_M).

Поэтому в процессе обработки необходимо анализировать не только изменения в радиусах, но и перемещение центров внешней и внутренней описанных окружностей (и между собой, и по отношению к базовому центру).

Центр описанной около треугольника окружности является точкой пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам (рис. 3, б). Для расчета координат центра можно использовать систему линейных уравнений вида:

$$\begin{cases} (x_1 - x_2)(x - \frac{x_1 + x_2}{2}) + (y_1 - y_2)(y - \frac{y_1 + y_2}{2}) = 0 \\ (x_2 - x_3)(x - \frac{x_2 + x_3}{2}) + (y_2 - y_3)(y - \frac{y_2 + y_3}{2}) = 0 \end{cases}, \quad (22)$$

решение которой даст возможность вычислить координаты центров внешней $O_M(x_M, y_M)$ и внутренней $O_m(x_m, y_m)$ окружностей.

Тогда расчет максимального отклонения полученных центров O_M или O_m от базового $O(x_0, y_0)$ позволит оценить степень несоосности систем координат при обработке седла клапана.

Выводы. Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что предложенная модель может быть включена (через матричные приложения) в состав формообразующей системы «станок-приспособление-инструмент-деталь» в технологическом процессе обработки изношенного седла клапана методом копирования с использованием лезвийного инструмента профильного типа. Это позволит, используя методы компьютерного анализа и оптимизации, контролировать изменения параметров формообразования и качество обработки в экспериментальной части проведения исследований.

Список использованных источников

1. *Бронштейн И. Н.* Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1981. – 720 с.
2. *Веремей Г. А.* Методы повышения качества поверхностей сопряжения деталей в двигателях внутреннего сгорания / Г. А. Веремей // *Вісник Чернігівського державного технологічного університету* : збірник. – Чернігів : ЧДТУ, 2011. – № 3 (51). – С. 79–83.
3. *Допуски и посадки* : справочник / под ред. В. Д. Мягкова. – Л. : Машиностроение, 1982. – Ч. 2. – 447 с.

4. Дьяконов В. МАТНСАД 8/2000 : специальный справочник / В. Дьяконов. – СПб. : Питер, 2000. – 592с.
5. Кальченко В. И. Технологические методы достижения точности сопряжения «клапан-седло» в двигателе внутреннего сгорания / В. И. Кальченко, В. В. Кальченко, Г. А. Веремей // Вісник СевНТУ : зб. наук. пр. Серія «Машиноприладобудування та транспорт». – Севастополь, 2011. – Вип. 121/2011. – С. 18–21.
6. Решетов Д. Н. Точность металлорежущих станков / Д. Н. Решетов, В. Т. Портман. – М. : Машиностроение, 1986. – 336 с.
7. Турчак Л. И. Основы численных методов : учебное пособие / Л. И. Турчак. – М. : Наука, 1987. – 320 с.
8. Carlson R. E., Foley T. A. The parameter R^2 in multiquadric interpolations. *Comp. Math. Applic.* – 1991. – 21 (9). – P. 29–42.
9. Hardy R. L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. *J. Geoph. Res.*, 76 (1971), P. 1905–1915.