

УДК 621.396.2.019.4:621.391.254

С.В. Зайцев, канд. техн. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕЧІТКОГО ДЕКОДУВАННЯ ТУРБОКОДІВ

С.В. Зайцев, канд. техн. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕЧЕТКОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ТУРБОКОДОВ

Serhii Zaitsev, PhD in Technical Sciences

Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine

A MATHEMATICAL MODEL OF FUZZY DECODING OF TURBOCODES

Запропоновано математичну модель нечіткого декодування турбокодів з використанням алгоритму Max Log Map. Застосування математичної моделі під час моделювання статистичних характеристик достовірності бездротових систем дозволяє отримати такі самі характеристики, як і при застосуванні алгоритму Log Map, але при цьому кількість елементарних операцій, необхідних для здійснення процедури декодування, зменшується. Запропоновані результати можна використати для підвищення достовірності систем передачі інформації в поєднанні з системами автоматичного управління.

Ключові слова: турбокоди, нечіткі множини, алгоритми декодування.

Предложена математическая модель нечеткого декодирования турбокодов с использованием алгоритма Max Log Map. Применение математической модели во время моделирования статистических характеристик достоверности беспроводных систем позволяет получить такие же самые характеристики, как и при применении алгоритма Log Map, но при этом количество элементарных операций, необходимых для осуществления процедуры декодирования, уменьшается. Предложенные результаты можно использовать для повышения достоверности систем передачи информации в объединении с системами автоматического управления.

Ключевые слова: турбокоды, нечеткие множества, алгоритмы декодирования.

A mathematical model of fuzzy decoding turbocodes using an algorithm Map Log Map. Application of the mathematical model during simulation of statistical characteristics allows the reliability of wireless systems receive the same characteristics such as when applying the algorithm Log Map, but the number of elementary operations required to perform decoding procedure decreases. Proposed results can be used to improve the reliability of data transmission systems in association with the automatic control system.

Key words: turbocodes, fuzzy sets, decoding algorithms.

Постановка проблеми. Для підвищення достовірності інформації в бездротових системах застосовуються завадостійкі коди. Найбільш ефективними серед них є турбокоди (ТК). За енергетичною ефективністю ТК поступаються теоретичному граничному значенню лише 0,5 дБ [1]. Турбокоди застосовуються у системах мобільного зв'язку третього покоління 3G (cdma2000, cdma2000 1xEV-DO, cdma2000 1xEV-DV, UMTS), четвертого покоління 4G (LTE), у системах зв'язку з далеким космосом CCSDS для передачі телеметричної інформації з космічних апаратів, у системах супутникового цифрового телебачення DVB-RCS [2–7]. Роботи з підвищення достовірності систем передачі інформації проводяться по всьому світу і донині.

Аналіз досліджень і публікацій. Відомо декілька підходів до підвищення достовірності систем з ТК. Підходи [8–10] полягають в оптимізації перемешувача у структурі ТК. У цьому випадку енергетичний вигравш відбувається при відношенні сигнал-завада в області «порога помилок» ТК.

Інший підхід [11] полягає в застосуванні додаткових біт після завершення кодування блока даних з метою примусового переведення решітчастої діаграми рекурсивного систематичного згорткового коду (РСЗК) ТК у початковий стан. При цьому забезпечується енергетичний вигравш у 0,1–0,3 дБ.

Відомий метод [12] враховує інформацію про стан каналу зв'язку при декодуванні ТК. Енергетичний вигравш при цьому становить 0,1–0,2 дБ.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Підвищити достовірності систем з ТК можна завдяки оптимізації процесу декодування ТК за рахунок використання нечітких правил прийняття рішень.

Мета статті. Метою роботи є розроблення математичної моделі оптимізації процесу декодування ТК за рахунок використання функцій приналежності для прийняття рішень при розрахунку логарифмічних відношень функцій правдоподібності про передані біти інформаційної послідовності.

Виклад основного матеріалу. Передбачається, що канал зв'язку гауссівський і має ідеальну імпульсну характеристику $h_c(t)=1$, внаслідок чого сигнал спотворюється тільки присутністю флуктуаційних шумів і навмисних завад.

Розглянемо принцип роботи кодера та декодера ТК.

Схема кодера турбокоду використовує РСЗК зі швидкістю $1/n$ виду: $(1, g_1/g_0, \dots, g_{n-1}/g_0)$, де g_0 – поліноміальний генератор зворотного зв'язку, а g_1, \dots, g_{n-1} – поліноміальні генератори прямих зв'язків. Кожен РСЗК виконує кодування інформаційної послідовності по своїй діаграмі [13; 14].

Послідовність на виході кодера ТК має вигляд: $\bar{X} = (\bar{X}^C, \bar{X}^{II})$, де $\bar{X}^C = \bar{U}$ – систематичний вихід кодера, а $\bar{X}^{II} = (\bar{X}^{II1}, \bar{X}^{II2})$ – перевірочний вихід кодера ТК. При цьому $\bar{X}^{II1} = (\bar{X}^{II11}, \dots, \bar{X}^{II1v})$ – перевірочний вихід РСЗК 1, $\bar{X}^{II2} = (\bar{X}^{II21}, \dots, \bar{X}^{II2v})$ – перевірочний вихід РСЗК 2, v – загальна кількість перевірочних символів кожного РСЗК кодера ТК.

Демодульована послідовність символів подається на декодери 1 і 2: $\bar{Y}^1 = (L_c \bar{Y}^{C1}, L_c \bar{Y}^{II1})$ – для декодера 1, де $\bar{Y}^{II1} = (\bar{Y}^{II11}, \dots, \bar{Y}^{II1v})$, L_c – параметр каналної “надійності”. Відповідно $\bar{Y}^2 = (L_c \bar{Y}^{C2}, L_c \bar{Y}^{II2})$ – для декодера 2, де $\bar{Y}^{II2} = (\bar{Y}^{II21}, \dots, \bar{Y}^{II2v})$. $\bar{Y}^{C1} = \bar{Y}^C, \bar{Y}^{C2} = \bar{Y}^C$ – послідовності систематичних символів з урахуванням відповідної операції переміщення.

Розглядається такт роботи в момент часу t .

Оскільки ТК застосовується в каналах з підвищеним рівнем шуму, то на приймальній стороні приймаються рішення в умовах невизначеності.

Процес декодування розглядається як задача пошуку оптимального рішення в умовах невизначеності:

$$\begin{aligned} & \min Q(\vec{x}, \vec{z}, \vec{L}_a) \\ & g_i(\vec{x}, \vec{z}, \vec{L}_a) = 0, \quad i = 1, N_i, \quad N_i \leq N_u, \\ & G_j(\vec{x}, \vec{z}, \vec{L}_a) \in \{ \geq, \leq \}, \quad j = 1, N_j \end{aligned} \quad (1)$$

де $Q(*)$ – показник оптимальності, $\vec{x}, \vec{z}, \vec{L}_a$ – відповідно послідовності переданих біт, вибірки білого гауссівського шуму, апріорна інформація про передані біти.

У зв'язку з тим, що рішення на прийомній стороні приймаються за умов невизначеності, будемо розглядати нечітке описання функції $Q(*)$. При цьому задача (1) буде формулюватися таким чином:

$$\begin{aligned} & Q(\vec{x}, \vec{z}, \vec{L}_a) \leq q_0, \\ & g(\vec{x}, \vec{z}, \vec{L}_a) \leq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де хвиляста лінія в нерівностях свідчить про їх нечіткість, q_0 – задане значення функції мети $Q(*)$.

Функції приналежності нечіткої мети та обмежень записуються у вигляді:

$$\mu_M(\Gamma) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } Q(*) \leq q_0 - a, \\ \mu_1(\Gamma, a), & \text{якщо } q - a < Q(*) < q_0, \\ 1, & \text{якщо } Q(*) \geq q_0, \end{cases} \quad \mu_C(\Gamma) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } g(*) \geq b, \\ \mu_2(\Gamma, b), & \text{якщо } 0 < g(*) < b, \\ 1, & \text{якщо } Q(*) \leq q_0, \end{cases}$$

де $\mu_1, \mu_2 : \Gamma \rightarrow [0; 1]$ – функції, які характеризують ступінь виконання відповідних нерівностей.

На першому етапі необхідно визначити показник оптимальності та ввести нечітку множину рішень.

Нехай $\Gamma = \{\gamma\}$ – задана множина альтернатив, тоді нечітка мета M буде ототожнюватися з фіксованою нечіткою множиною M , яка описується функцією приналежності $\mu_M : \Gamma \rightarrow [0; 1]$. Дійсне представлення «м'якого» рішення або логарифмічне відношення функцій правдоподібності (ЛВФП) поза декодером визначається виразом [13; 14]

$$L(x_t | y_t) = \ln \frac{P(y_t | x_t = +1)}{P(y_t | x_t = -1)} + \ln \frac{P(x_t = +1)}{P(x_t = -1)} = L_a(x_t) + L(y_t | x_t), \quad (3)$$

де $L(y_t | x_t)$ – ЛВФП y_t , яке одержується завдяки виміру y_t на виході каналу при чергуванні умов, що може бути переданий $x_t = +1$ або $x_t = -1$, а $L_a(x_t)$ – апіорне ЛВФП біта даних x_t . Для спрощення позначень рівняння (3) може бути переписане таким чином [13; 14]:

$$L'(x_t) = L_c(y_t) + L_a(x_t). \quad (4)$$

Тут $L_c(y_t)$ означає, що член ЛВФП виходить у результаті каналних вимірів, зроблених у приймачі. Для систематичних кодів ЛВФП на виході декодера дорівнює наступному [13; 14]:

$$L(x_t) = L'(x_t) + L_e(x_t). \quad (5)$$

У цьому виразі $L'(x_t)$ – ЛВФП поза демодулятором (на вході декодера), а $L_e(x_t)$ – «зовнішнє» ЛВФП, що представляє зовнішню інформацію, що впливає з процесу декодування. З рівнянь (4) і (5) вихідне ЛВФП декодера набуде вигляду:

$$L(x_t) = L_c(y_t) + L_a(x_t) + L_e(x_t). \quad (6)$$

Знак $L(x_t)$ є твердим рішенням про символ x_t , а модуль $|L(x_t)|$ – ступенем надійності (правдоподібності) цього рішення.

Декодер 1 відповідно до свого алгоритму виробляє «м'які» рішення про декодовані символи (вихідне ЛВФП), які складаються з трьох частин [13; 14]:

$$L^1(x_t^C) = L_c \cdot y_t^{C1} + L_a^1(x_t^C) + L_e^1(x_t^C), \quad (7)$$

де x_t^C – систематичний символ кодера ТК.

При цьому «зовнішня» інформація декодера 1 про символ x_t^C , що є апіорною для декодера 2 (з урахуванням операції перемешення), набуде вигляду [13; 14]

$$L_e^1(x_t^C) = L_a^2(x_t^C) = L^1(x_t^C) - L_a^1(x_t^C) - L_c \cdot y_t^{C1}. \quad (8)$$

Другий елементарний декодер, одержавши апіорні відомості про інформаційні символи, робить аналогічні обчислення, визначаючи свою «зовнішню» інформацію про символ x_t^C [14]:

$$L_e^2(x_t^C) = L_a^1(x_t^C) = L^2(x_t^C) - L_a^2(x_t^C) - L_c \cdot y_t^{C2}, \quad (9)$$

яка надходить на вхід декодера 1 наступної ітерації декодування.

Після виконання необхідної кількості ітерацій або у випадку примусової зупинки ітеративної процедури декодування виносяться рішення про декодовані символи:

$$x_t^C = \begin{cases} 1, & \text{якщо } L(x_t^C) \geq 0 \\ 0, & \text{якщо } L(x_t^C) < 0 \end{cases}.$$

Позначимо кількість змін знака при перетворенні величини L_a в L_e на послідовному декодері як cs (change of sign). Кількість змін знака на i -му послідовному декодері

j -й ітерації декодування – cs_{ij} . Значення величини буде обчислюватись, як сумарна кількість змін знака при переходах $L_a \rightarrow L_e$ для всіх N інформаційних біт, що обробляються i -м декодером j -й ітерації ТК.

Якщо у процесі декодування кількість змін знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$ дорівнює нулю, то можна стверджувати, що прийнято «жорстке» рішення про декодований біт, і після кожного наступного декодера значення ЛВФП про переданий біт буде набувати все меншого (якщо був переданий біт «0») або все більшого (якщо був переданий біт «1») значення. Може виникнути ситуація, внаслідок великого значення дисперсії шуму в каналі, що у процесі декодування кількість змін знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$ після виконання процедур ітеративного декодування всіма D декодерами не дорівнює нулю, внаслідок чого виникає невизначеність про значення переданого біта. Це призводить до виникнення помилки декодування з ймовірністю 0,5.

Таким чином, є чотири події:

Подія 1 – A_1 . Кількість змін знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$, $i \in \overline{1, D}$ у процесі ітеративного декодування після i -го декодера дорівнює нулю. Приймає «жорстке» рішення, що було передано біт $x_t^C = 1$.

Подія 2 – A_2 . Кількість змін знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$, $i \in \overline{1, D}$ у процесі ітеративного декодування після i -го декодера дорівнює нулю. Приймає «жорстке» рішення, що було передано біт $x_t^C = 0$.

Подія 3 – A_3 . Кількість змін знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$, $i \in \overline{1, D}$ у процесі ітеративного декодування не дорівнює нулю. З ймовірністю 0,5 приймається рішення, що було передано біт $x_t^C = 1$.

Подія 4 – A_4 . Кількість змін знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$, $i \in \overline{1, D}$ у процесі ітеративного декодування не дорівнює нулю. З ймовірністю 0,5 приймається рішення, що було передано біт $x_t^C = 0$.

Враховуючи вищевикладене, отримаємо кількісну характеристику стану каналу, використовуючи оцінку невизначеності декодування.

Отримаємо кількісну оцінку невизначеності, використовуючи зміни знака $L_a^i(x_t^C) \rightarrow L_e^i(x_t^C)$, $i \in \overline{1, D}$ у процесі ітеративного декодування: виконання циклу: якщо $L_a^i(x_t^C)L_e^i(x_t^C) < 1$, то $F = F + 1$, $i \in \overline{1, D}$, $t \in \overline{1, N}$ по всім декодерам та для всіх біт блоку N . Нормалізуємо величину F :

$$F^* = \frac{F}{NI}, \quad (10)$$

де N – кількість біт у блоці, I – кількість ітерацій декодування.

Принцип нечіткого ітеративного турбодекодування буде полягати в розрахунку математичного очікування показника оптимальності $M_{F^*} = \frac{1}{L} \sum_i^L F_i^*$ протягом вікна спостереження розміром L та змінення нечітких параметрів алгоритму декодування для досягнення нечіткої мети.

Як показник оптимальності можна використовувати середньоквадратичну похибку *RMSE* (*Root Mean Square Error*):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{h=1}^M (F_h^* - F_n^*)^2},$$

де L – розмір вікна спостереження, F_H^* – задане нормалізоване значення показника невизначеності.

Перепишемо функції приналежності, які будемо використовувати в алгоритмах декодування *Map*, *Max Log Map*, *Log Map*:

$$\mu_A(RMSE) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{якщо } RMSE \leq \varepsilon, \\ p + \frac{p \cdot RMSE}{3}, & \text{якщо } \varepsilon < RMSE \leq 0,5, \\ p + \frac{p \cdot RMSE}{5}, & \text{якщо } 0,5 < RMSE \leq 0,7, \\ p + \frac{p \cdot RMSE}{10}, & \text{якщо } 0,7 < RMSE \leq 1, \end{cases}$$

$$\mu_B(RMSE) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{якщо } RMSE \leq \varepsilon, \\ p - \frac{p \cdot RMSE}{3}, & \text{якщо } \varepsilon < RMSE \leq 0,5, \\ p - \frac{p \cdot RMSE}{5}, & \text{якщо } 0,5 < RMSE \leq 0,7, \\ p - \frac{p \cdot RMSE}{10}, & \text{якщо } 0,7 < RMSE \leq 1, \end{cases}$$

де ε – граничне значення середньоквадратичної помилки, p – деякий заздалегідь заданий коефіцієнт.

Алгоритм вибору значення функції приналежності такий:

Крок 1. Одержуємо значення $RMSE$ при поточному значенні коефіцієнта p .

Крок 2. За допомогою нечітких множин одержуємо значення функцій приналежності $\mu_A(RMSE)$ і $\mu_B(RMSE)$.

Крок 3. Знаходимо перетинання (узяття мінімуму) нечітких множин $\mu_A(RMSE)$ і $\mu_B(RMSE)$: $\mu_D^i(RMSE) = \min\{\mu_A^i(RMSE); \mu_B^i(RMSE)\}$.

Крок 4. Порівнюємо $\mu_D^i(RMSE)$ з попереднім значенням $\mu_D^{i-1}(RMSE)$.

Крок 5. Якщо $\mu_D^i(RMSE) < \mu_D^{i-1}(RMSE)$, то призначається нове значення коефіцієнта p , якщо $\mu_D^i(RMSE) > \mu_D^{i-1}(RMSE)$, те значення коефіцієнта p залишається без змін.

Функцію приналежності будемо використовувати при розрахунку перехідної рекурсії в алгоритмах декодування ТК:

$$z_k(s', s) = A_k \cdot B_k \cdot \exp\left[\frac{1}{2} \cdot L_a(x_k^c) \cdot \mu_M(RMSE) \cdot x_k^1 + L_c \cdot \frac{1}{2} \cdot y_k^{1,s} \cdot x_k^1\right] \exp\left[\sum_{i=2}^q \left(L_c \cdot \frac{1}{2} \cdot y_k^{i,p} \cdot x_k^i\right)\right],$$

де x_k^c – відповідно систематичний символ кодера ТК і перевірочні символи РСЗК 2 до проходження каналу з флуктуаційним шумом і навмисними завадами; $y_k^{1,s}$, $y_k^{i,p}$, $i \in (1, v)$ – систематичний символ кодера ТК і перевірочні символи РСЗК 2 після проходження каналу з флуктуаційним шумом і навмисними завадами; $L_a(x_k^c)$ – апіорна інформація декодера; $\mu_M(RMSE)$ – функція приналежності, L_c – параметр каналної «надійності»; v – кількість перевірочних символів РСЗК, $v = q - 1$, де q – загальна кількість символів РСЗК (систематичний і перевірочні).

Для отримання характеристик достовірності передачі інформації з використанням запропонованої моделі було проведено статистичне імітаційне моделювання системи передачі з ТК. Використовувався ТК з двома та трьома компонентними кодерами (декодерами), псевдовипадковим перемежувачем, кількістю біт у переданому (прийнятому) блоці $N = 1000$, алгоритмом декодування *Max Log Map*, 8 ітерацій декодування, швидкістю кодування ТК $R = 1/3$, 8 ітераціями декодування.

На рис. 2 показано графік залежності середньої ймовірності бітової помилки декодування $P_{B \text{ дек}}$ від відношення сигнал-завада $h_j^2 = E_b / G_j$ (E_b – енергія біта), отриманий у результаті імітаційного моделювання.

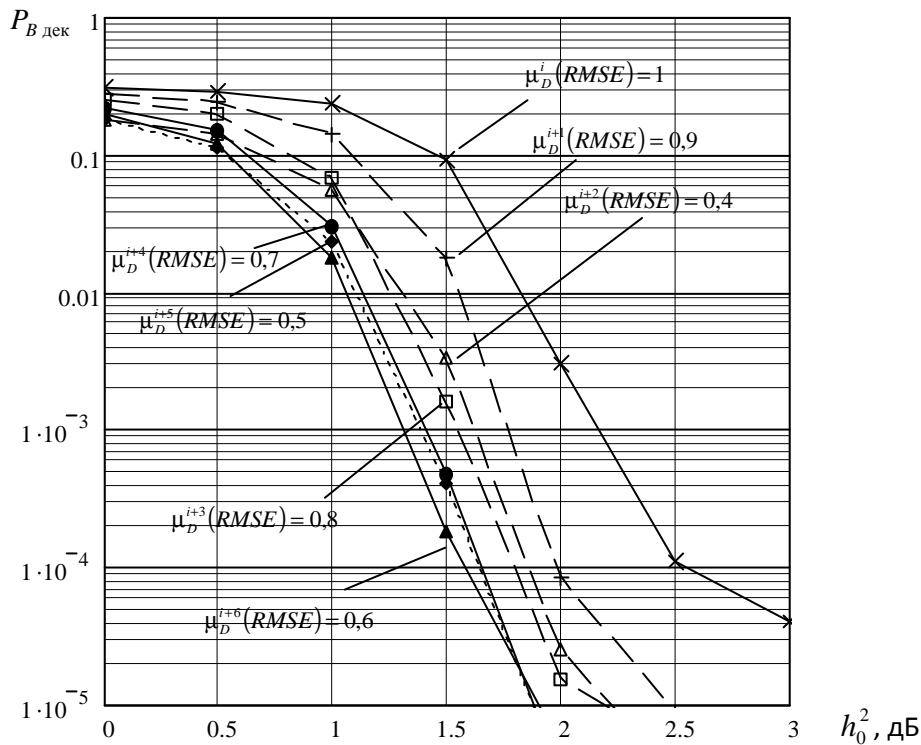


Рис. 2. Результати імітаційного моделювання

Використання параметра $\mu_D^{i+6}(RMSE)=0,6$ в алгоритмі декодування дозволяє підвищити ефективність застосування запропонованої математичної моделі декодування до 1 дБ у порівнянні з використанням параметра $\mu_D^i(RMSE)=1,0$. Результати імітаційного моделювання отримані виходячи з достовірності $\alpha = 0,95$, $t_\alpha = 1,95$ (аргумент функції Лапласа), відносної точності $d = 0,1$.

Висновки і пропозиції. Отриманий новий метод оптимізації декодування турбокодів за рахунок додаткового використання показника невизначеності й функцій належності для прийняття рішень при розрахунку логарифмічних відносин функцій правдоподібності про передані біти інформаційної послідовності в алгоритмах декодування турбокодів.

Застосування математичної моделі розрахунку перехідних рекурсій у функціях належності алгоритмів декодування турбокодів з використанням додаткових функцій і аргументів дозволило зменшити складність реалізації процедури декодування турбокодів.

Результати імітаційного моделювання бездротової телекомунікаційної системи з турбокодами показали, що використання запропонованого методу дозволяє поліпшити їхні статистичні характеристики достовірності.

Список використаних джерел

1. *Berrou C.* Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes / C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimajshima // Proc. Int. Conf. On Commun., May 1993. – 1993. – P. 1064–1070.
2. *Holma H.* HSDPA/HSUPA for UMTS: High Speed Radio Access for Mobile Communications / H. Holma, A. Toskala. – John Wiley & Sons, 2006. – 268 p.
3. *Valenti M.* The UMTS turbo code and an efficient decoder implementation suitable for software-defined radios / M. Valenti, J. Sun // Int. Journal of Wireless Inf. Networks. – 2001. – Vol. 8, № 4. – P. 203–215.
4. *Consultative Committee for Space Data Systems* “Recommendations for space data systems, telemetry channel coding” // BLUE BOOK. – 1998. – May.
5. *3rd Generation Partnership Project* “Multiplexing and channel coding (FDD)” // Recommendation 3G TS 25.212 V3.1. 1 (1999-12). – 1999. – June.
6. *Digital Video Broadcasting (DVB): Interaction channel for satellite distribution systems (DVB-RCS)* // ETSI EN 301 790 V1.2. 1 (2000-07). – 2000. – February.
7. *Ergen M.* Mobile Broadband. Including WiMax and LTE / M. Ergen. – Springer, 2009. – 513 p.
8. *Пат. WO2007059389 A2, H04J11/00.* Method and apparatus for interleaving within a communication system / Kaith B., Yufei B., Brian C.; заявл. 14.11.05; опубл. 24.05.07, World Intellectual Property Organization.
9. *Пат. WO2008057906 A2, H03M13/27.* Turbo interleaving for high data rates / Yongbin W., Jing S., Prasad M.; заявл. 01.11.06; опубл. 15.05.08, World Intellectual Property Organization.
10. *Пат. KR20020031721, H03M13/29.* Device for decoding turbo code using channel information and method thereof / Geun K., Seop L.; опубл. 03.05.02, World Intellectual Property Organization.
11. *Пат. EP1906536 A2, H03M13/29.* Tail-biting turbo-code for arbitrary number of information bits / Zong S., Tak L; заявл. 28.09.06; опубл. 02.04.08, European Patent Application, Bulletin 2008/14.
12. *Пат. на полезную модель 43111, МПК H03G 13-37.* Устройство повышения помехо защищенности систем с турбокодами при низких значениях отношения сигнал-шум в канале / С. В. Зайцев, С. П. Ливенцев, О. В. Кувшинов ; заявл. 05.08.08; опубл. 10.08.09, Бюл. № 15.
13. *Woodard J.* Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview / J. Woodard, L. Hanzo // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2000. – Vol. 49, No. 6. – P. 2208–2232.
14. *Воцинин А. П.* Оптимизация в условиях неопределенности / А. П. Воцинин, Г. Р. Сотиров. – М. : Техника, 1989. – 224 с.

