УДК 621.833:539.411

А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА АКТИВНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ НА КОНТАКТНУЮ ВЫНОСЛИВОСТЬ

Предложена методика расчета на контактную выносливость двухпараметрических зубчатых передач. Она основана на расчетах контактных напряжений для отдельных относительных положений колес с последующим определением эквивалентного напряжения. Такой подход позволяет корректно учесть изменение контактных напряжений в процессе работы.

Ключевые слова: двухпараметрическая передача, активные поверхности зубьев, контактная выносливость, эквивалентные напряжения

Запропоновано методику розрахунку на контактну витривалість двопараметричних зубчатих передач. Вона базується на розрахунках контактних напружень для окремих відносних положень коліс із наступним визначенням еквівалентного напруження. Такий підхід дозволяє коректно врахувати зміну контактних напруг у процесі роботи.

Ключові слова: двопараметрична передача, активні поверхні зубців, контактна витривалість, еквівалентні напруження

The method of calculation on contact endurance of two-parametric gears is offered. It bases on calculation of contact stress for various relative attitudes of gears with consequent determination of equivalent stress. Such approach allows correctly taking into account a change of contact stress during work.

Keywords: two-parametric gear, active teeth surfaces, contact endurance, equivalent stress.

Введение. Двухпараметрические зубчатые передачи обладают возможностью движения колес с двумя независимыми кинематическими параметрами. Первый из этих параметров (обозначим его φ) обеспечивает передачу вращения между колесами, а второй (обозначим его ψ) – непрерывное или дискретное изменение относительного положения осей колес в пространстве (например, регулирование межосевого расстояния, угла скрещивания осей и т.д.). Независимость параметров состоит в том, что регулирование одного из них не влечет за собой изменение другого. Такие передачи могут применяться при создании зубчатых вариаторов, вместо карданных шарниров в трансмиссиях транспортных средств, а также в переналаживаемой технологической оснастке [1, 2].

Постановка задачи. В процессе проектирования приводов на основе двухпараметрических передач неизбежно возникает задача расчета на контактную выносливость активных поверхностей зубьев. При этом следует учитывать два фактора.

1. Из теории пространственных зубчатых зацеплений известно [3], что при двух параметрах огибания контакт поверхностей всегда точечный. Следовательно, стандартная методика расчета зубчатых передач на контактную выносливость неприменима, так как базируется на решении задачи Герца для контакта двух цилиндров (линейный контакт тел).

2. В процессе регулирования параметра движения ψ в двухпараметрической передаче происходит перемещение полюса зацепления и, соответственно, эллипса площадки упругого контакта вдоль продольной линии зубьев. Это приводит к изменению величин главных кривизн в точке контакта, и, следовательно, к переменности контактных напряжений. Естественно, для различных участков поверхностей зубьев будут отличаться и количества циклов перемены напряжений.

Рассмотрим последовательно решение этих двух задач.

1. Определение контактных напряжений при первоначальном точечном касании активных поверхностей зубьев. Воспользуемся основными положениями контактной задачи теории упругости для случая первоначального касания упругих тел в точке [4]. Согласно этой теории наибольшая интенсивность контактных напряжений σ_H между криволинейными поверхностями тел, сжимаемых нормальной силой F_n, в случае первоначального точечного контакта определяется по формуле

$$\sigma_H = \frac{n_p}{\pi}\sqrt[3]{\frac{3}{2}\left(\frac{\sum\chi}{\eta}\right)^2 F_n}. \qquad (1)$$

В зависимости (1):

$n_p = 1/(n_a \cdot n_b)$ – коэффициент контактного давления, где n_a, n_b – коэффициенты соответственно большой с длиной $2a$ и малой с длиной $2b$ осей эллипса площадки контакта);

$\Sigma\chi = \chi_{11} + \chi_{12} + \chi_{21} + \chi_{22}$ – сумма главных кривизн боковых поверхностей зубьев в точке контакта, 1/мм, где χ_{11} и χ_{12} – главные кривизны активной поверхности зуба шестерни в точке контакта вдоль продольного и профильного направлений, а χ_{21} и χ_{22} – главные кривизны активной поверхности зуба колеса в той же точке, вдоль тех же направлений;

$\eta = (1-\mu_1^2)/E_1 + (1-\mu_2^2)/E_2$ – коэффициент, учитывающий физико-механические свойства материалов контактирующих тел, где E_1, E_2 и μ_1, μ_2 – модули продольной упругости и коэффициенты Пуассона материалов шестерни и колеса.

С целью учета при расчете остальных составляющих сложного напряженного состояния, а также применения стандартных допускаемых напряжений σ_{HP} по ГОСТ 21354-87 (для линейного контакта) [5], целесообразно воспользоваться теорией потенциальной энергии формоизменения (энергетическая, или четвертая). В соответствии с ней действие главных напряжений σ_1, σ_2, σ_3 заменяется действием некоторого приведенного напряжения [6, 7]

$$\sigma_H^{\mathrm{IV}} = K_{\text{пр}} |\sigma_3|, \tag{2}$$

где $K_{\text{пр}}$ – коэффициент приведения по IV теории прочности; $|\sigma_3| = \sigma_H$ – наибольшие главные напряжения сжатия, определяемые по зависимости (1).

В общем случае контактного взаимодействия упругих тел максимальные напряжения будут в центре эллипса площадки контакта при отношении его осей $\beta = b/a < 0{,}4$ (что характерно для зацеплений в двухпараметрических зубчатых передачах). Тогда [6]

$$K_{\text{пр}} = (1-2\mu)\frac{\sqrt{1-\beta+\beta^2}}{1+\beta}. \tag{3}$$

В случае линейного контакта ($\beta = 0$) при $\mu = 0{,}3$ (материал контактирующих тел – сталь) $K_{\text{пр}} = 0{,}4$. Тогда допускаемые приведенные контактные напряжения

$$\sigma_{HP}^{\mathrm{IV}} = 0{,}4\sigma_{HP}. \tag{4}$$

Преобразуем зависимости (1) и (2) путем ввода расчетных коэффициентов по аналогии с ГОСТ 21354-87. Обозначим через $Z_H = n_p \sqrt[3]{1{,}5(\Sigma\chi)^2}$ коэффициент, учитывающий форму контактирующих тел в полюсе зацепления, через $Z_E = \sqrt[3]{1/\eta^2}/\pi$ – коэффициент, учитывающий физико-механические свойства материалов контактирующих зубчатых колес, через $Z_T = K_{\text{пр}}$ – коэффициент, учитывающий применение IV теории прочности.

Тогда зависимость для определения приведенных контактных напряжений принимает вид

$$\sigma_H^{\mathrm{IV}} = Z_H\, Z_E\, Z_T \sqrt[3]{F_n} \le 0{,}4\sigma_{HP}. \tag{5}$$

2. Оценка контактной выносливости двухпараметрического зацепления по методу эквивалентных напряжений. С целью учета перемещения площадки контакта вдоль продольной линии зубьев представляется целесообразным применить расчет на контактную прочность для различных относительных положений колес с последующим переходом к эквивалентным усталостным напряжениям. Такой подход позволяет достаточно просто учесть переменность напряжений в процессе работы и удобен в случае компьютерной реализации. При этом возможны два варианта работы передачи и, соответственно, две методики уточненных расчетов.

1. Регулирование второго параметра движения ψ осуществляется ступенчато (например, при использовании передачи в технологической оснастке). При этом известно время работы передачи и нормальная нагрузка в зацеплении F_n для каждого i-го фиксированного положения осей колес.

2. Регулирование параметра ψ осуществляется непрерывно по случайному закону (например, сферическая передача, используемая в трансмиссии транспортного средства вместо карданного шарнира).

При первом варианте работы передачи, определив для каждого положения осей значения главных кривизн в точке контакта и угла между первыми главными направлениями, можно рассчитать приведенные контактные напряжения $\sigma_{Hi}^{\mathrm{IV}}$ по зависимости (5). Для оценки контактной выносливости передачи используем методику, базирующуюся на теории линейного суммирования повреждений, а также уравнении левой наклонной ветви кривой контактной усталости [8].

Согласно этой теории, действие всего комплекса повреждающих напряжений σ_{Hi} за расчетный период равносильно повреждающему действию некоторого эквивалентного напряжения σ_{HE} в течение $N_{H\lim}$ числа циклов до перегиба кривой контактной усталости. Тогда зависимость для определения σ_{HE} может быть записана в следующем виде

$$\sigma_{HE} = \sqrt[m_H]{\sum_{\sigma_{Hi} > \sigma_{HG}} \sigma_{Hi}^{m_H} \frac{N_{ci}}{N_{H\lim}}}, \tag{6}$$

где N_{ci} – общее число циклов действия напряжения σ_{Hi}; $m_H = 6$ – показатель степени кривой контактной усталости; $\sigma_{HG} = \alpha_{HG}\sigma_{H\lim}$ – минимальная величина повреждающих напряжений, где $\sigma_{H\lim}$ – предел контактной выносливости, а коэффициент α_{HG} при расчете на контактную выносливость обычно принимают равным 0,75 [5].

Перейдем от Герцевских напряжений в (6) к приведенным контактным напряжениям по IV теории прочности и рассмотрим два случая:

a) если суммарное число циклов перемены напряжений $N_{H\Sigma}$ меньше $N_{H\lim}$ (ограниченная выносливость), то расчет ведут по эквивалентным напряжениям, отнесенным к $N_{H\Sigma}$;

b) если $N_{H\Sigma} \geq N_{H\lim}$ (длительная выносливость), то расчет ведут по эквивалентным напряжениям, отнесенным к числу циклов $N_{H\lim}$.

В случае a) эквивалентные контактные напряжения $\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}}$ определяются по зависимости

$$\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}} = \sqrt[m_H]{\sum_{\sigma_{Hi} > 0,4\sigma_{HG}} {\sigma_{Hi}^{\mathrm{IV}}}^{m_H} \frac{N_{ci}}{N_{H\Sigma}}}, \tag{7}$$

а условие контактной прочности записывается в следующем виде:

$$\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}} \leq 0,4\sigma_{HP0} \sqrt[m_H]{\frac{N_{H\lim}}{N_{H\Sigma}}}, \tag{8}$$

где σ_{HP0} – допускаемые контактные напряжения, соответствующие перегибу кривой контактной усталости.

В случае b) используется зависимость

$$\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}} = \sqrt[m_H]{\sum_{\sigma_{Hi} > 0,4\sigma_{HG}} {\sigma_{Hi}^{\mathrm{IV}}}^{m_H} \frac{N_{ci}}{N_{H\lim}}} \leq \sigma_{H\max}^{\mathrm{IV}}, \tag{9}$$

где $\sigma_{H\max}^{\mathrm{IV}}$ – максимальное из принимаемых в расчет напряжений $\sigma_{Hi}^{\mathrm{IV}}$, для которого число циклов за расчетный ресурс $N_c > 0,03N_{H\lim}$.

Условие прочности в этом случае

$$\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}} \leq 0,4\sigma_{HP0}. \tag{10}$$

При втором варианте работы передачи необходимо аппроксимировать режим работы некоторой непрерывной функцией распределения с плотностью вероятности $f\left(\sigma_H^{\mathrm{IV}}\right)$. Тогда, переходя от суммирования к интегрированию, можно по аналогии с (7) записать следующее выражение для определения эквивалентных контактных напряжений:

$$\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}} = \sqrt[m_H]{J \frac{N_{H\Sigma}}{N_{H\lim}}}, \tag{11}$$

где $J = \int_{0,4\sigma_{HG}}^{\sigma_{H\max}^{\mathrm{IV}}} {\sigma_H^{\mathrm{IV}}}^{m_H} f\left(\sigma_H^{\mathrm{IV}}\right) d\sigma_H$ – интеграл функции распределения.

Для практических расчетов по зависимости (11) необходимо:

– накопить статистические данные по условиям работы двухпараметрических передач;

– получить для исследуемой передачи зависимость между изменением параметра ψ и изменением суммы главных кривизн $\Sigma\chi$ (или коэффициентов Z_H и Z_T), что позволит выразить контактные напряжения в двухпараметрическом зацеплении как функцию, зависящую не только от F_n, но и от ψ.

При наличии этих данных можно, аппроксимировав функцию $f\left(\sigma_H^{\mathrm{IV}}\right)$ какими-либо теоретическими законами распределения, перейти к расчету по типовым режимам нагружения. В этом случае учет нестационарности нагружения осуществляется через коэффициенты интенсивности μ_m [5], а зависимость для определения $\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}}$ приобретает вид:

$$\sigma_{HE}^{\mathrm{IV}} = \sqrt[m_H]{\mu_m {\sigma_{H1}^{\mathrm{IV}}}^{m_H} \frac{N_{H\Sigma}}{N_{H\lim}}}, \tag{12}$$

где $\sigma_{H1}^{\mathrm{IV}}$ – приведенные напряжения при максимальной длительно действующей нормальной нагрузке в зацеплении и наиболее неблагоприятном сочетании главных кривизн.

Выводы. Предложенная методика расчета на контактную выносливость позволяет корректно учесть специфические условия работы двухпараметрических передач и облегчить их автоматизированное проектирование.

В дальнейшем представляется перспективным перейти к расчету контактной долговечности путем математического моделирования процесса усталостного контактного разрушения [9]. В этом случае целесообразно не определять контактные напряжения по Герцу, а анализировать контактное взаимодействие рабочих поверхностей зубьев методом конечных элементов при помощи широко распространенных CAE программ (например, ANSYS или MSC.NASTRAN).

Список литературы: **1.** *Устиненко О.В.* Розробка двопараметричних зубчастих передач і дослідження їх геометрії та контактної міцності (ДСП): Автореф. дис… канд. техн. наук: 05.02.02. – Харьков, 2000. – 19с. **2.** *Волонцевич Д.О., Казанжиева Т.В., Устиненко А.В.* Разработка приводов машин на базе двухпараметрических зубчатых передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Технологии в машиностроении".– Харьков, 2002. – №10. – Т.3. – С.63–72. **3.** *Крылов Н.Н.* Теория зацепления огибающих двухпараметрического семейства поверхностей // Известия вузов. Сер. Машиностроение. – 1963.

– №12. – С.16–20. **4.** *Биргер И.А., Пановко Я.Г.* Прочность, устойчивость, колебания: Справочник. – М.: Машиностроение,1968. – 520с. **5.** ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. **6.** *Ковальский Б.С.* Расчет деталей на местное сжатие. – Харьков: Изд-во ХВВКИУ, 1967. – 156с. **7.** *Загребельный В.Н., Устиненко А.В.* Определение контактных напряжений в двухпараметрических зацеплениях // Механіка та машинобудування. – 1998. – №1. – С.19–21. **8.** *Когаев В.П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977. – 232с. **9.** *Кириченко А.Ф., Устиненко А.В.* Об определении допускаемых напряжений при расчете зубчатых передач путем математического моделирования усталостных процессов // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2004. – №30. – С.39–44.

Поступила в редколлегию 01.04.2013