

Н.Е. БУТЕНКО, н.с. каф. ЭТТ НТУ «ХПИ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В ТОКО-ОГРАНИЧИВАЮЩИХ РЕАКТОРАХ ТЯГОВЫХ ПОДСТАНЦИЙ

Отримана математична модель і алгоритм розрахунку електродинамічних сил, діючих безпосередньо на витки струмообмежувального реактора тягових підстанцій. Ця модель дозволяє оцінити міру надійності струмообмежувального реактора тягових підстанцій в аварійних режимах короткого замикання контактної мережі.

Ключові слова: струмообмежувальний реактор, математична модель, електродинамічні сили

Получена математическая модель и алгоритм расчета электродинамических сил, действующих непосредственно на витки токоограничивающего реактора тяговых подстанций. Данная модель позволяет оценить степень надежности токоограничивающего реактора тяговых подстанций в аварийных режимах короткого замыкания контактной сети.

Ключевые слова: токоограничивающий реактор, математическая модель, электродинамические силы

A mathematical model and algorithm of calculation of electrodynamic forces, operating directly on the coils of current-limiting reactor of hauling substations are got. This model allows to estimate the degree of reliability of current-limiting reactor of hauling substations in malfunctions of short circuit of pin network.

Keywords: current-limiting reactor, mathematical model, electrodynamic forces

Введение. Для защиты тяговых сетей и устройств тяговых подстанций от токов короткого замыкания используются реакторы [1]. В связи с тем, что токи коротких замыканий могут десятикратно превышать номинальные токи, на витки катушек этих реакторов действуют существенные электродинамические усилия.

Настоящая статья посвящена определению именно этих локальных сил, действующих на отдельные витки реактора.

Основная часть. Реальная физическая обмотка реактора и ее модельный аналог представлены на рис. 1.

Составляющие вектора обобщенных сил, действующих на узлы

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}, \quad (1)$$

находятся решением задачи магнитостатики, основные дифференциальные уравнения поля для которой имеют следующий вид:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}, \quad (2) \quad \nabla \vec{B} = 0, \quad (3) \quad \vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (4)$$

Поскольку в нашей задаче представляет интерес знание магнитного поля

лишь в зоне расположения обмотки, то для решения системы (2)-(4) наиболее приемлемы методы, связанные с использованием интегральных уравнений. Эти методы в общем случае основаны на непосредственной суперпозиции полей, создаваемых токонесущими элементами и намагничивающимися материалами. В исследуемых нами системах ферромагнетик отсутствует, и поэтому задача будет сводиться к вычислению поля, создаваемого токами, распределенными по обмотке катушки реактора, т. е. к вычислению интеграла

$$\vec{H}_{(P)} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{(\vec{J} \times \vec{r}_{sp})}{|\vec{r}_{sp}|^3} dv, \quad (5)$$

где \vec{r}_{sp} – радиус-вектор, направленный из элемента dv с плотностью тока \vec{J} в точку, где требуется определить \vec{H} .

Здесь можно воспользоваться численным интегрированием, когда вычисление поля в точке проводится суммированием приращений поля, создаваемых элементарными объемами dv , плотность тока в каждом из которых равна \vec{J} [2].

Возможен и другой способ [3], состоящий в том, что реальная физическая обмотка заменяется модельным аналогом, представляющим собой совокупность базисных токонесущих элементов, которые обеспечивают аналитическое интегрирование в законе Био-Савара (5). Для наиболее часто встречающихся в технике геометрий катушек достаточно наличие трех базисных элементов: брусочек, сегмент дуги окружности, полный круговой цилиндр. Каждый из этих элементов, в свою очередь, может иметь точечное, линейное и прямоугольное сечение. Подробности вычисления интегралов для каждого из трех типов базисных элементов содержатся в работе [4]. Все полученные там выражения для трех компонент поля содержат известные трансцендентные функции, функции Якоби и полные и неполные эллиптические интегралы первого, второго и третьего рода, которые с помощью алгоритмов, изложенных в [5], могут быть вычислены быстро и с высокой точностью. При наличии алгоритма построения модельного аналога, определяющего пространственное расположение в нем каждого из базисных токонесущих элементов, поле в любой точке вычисляется суперпозицией результатов от всех базисных токонесущих элементов.

Для рассматриваемых нами конфигураций катушек реактора описанный выше способ расчета поля наиболее удачно, по нашему мнению, конкретизирован в [3]. Здесь при переходе от реальной физической обмотки к ее модельному аналогу используются два упрощающих фактора:

- реальное (квазиоднородное) распределение тока в сечении обмотки заменяется дискретным;
- реальная форма витков заменяется приближенной конфигурацией, которая аппроксимируется набором последовательно соединенных базисных токонесущих элементов стержневой формы.

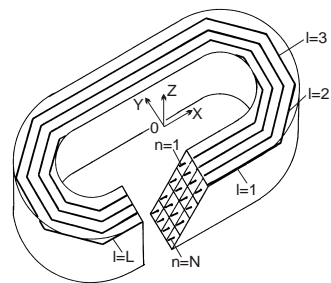


Рисунок 1 – Реальная физическая обмотка и ее модельный аналог

Процедура построения модельного аналога состоит в следующем. Поперечное сечение реальной обмотки разбивается на области с квазиоднородной плотностью тока – участки. Группа витков реальной физической обмотки, проходящая через середину данного участка, заменяется одним элементарным витком (фрагментом) бесконечно малого сечения.

Каждый фрагмент заменяется набором последовательно соединенных базисных токнесущих элементов стержневой формы, приближающих его реальную форму. Форма фрагмента модели выбирается такой, чтобы его магнитный момент совпадал с магнитным моментом соответствующей группы реальных витков.

Таким образом, в модельном аналоге ток распределяется по конечной совокупности элементов v_1, v_2, \dots, v_l ($l = \overline{1, L}$) простейшей геометрической формы, приближающих реальную форму катушки. Каждый базисный токнесущий элемент описывается рядом действительных чисел $\varsigma_1, \varsigma_2, \dots, \varsigma_k$ ($k = \overline{1, k}$), которые определяют его размеры и положение в пространственной системе координат относительно всех остальных элементов v_1, v_2, \dots, v_l . Ток в фрагменте I_n принимается равным сумме токов реальных физических витков i_1, i_2, \dots, i_s , проходящих через участок сечения обмотки

$$I_n = \sum_{s=1}^{S_1} i_s, \quad (6)$$

где S_1 – число физических витков, сосредоточенных в поперечном сечении участка разбиения обмотки.

Свойство аддитивности компонент магнитного поля позволяет в отсутствии ферромагнитных элементов вычислять магнитное поле модельного аналога суммированием магнитных полей, создаваемых отдельными элементами

$$\vec{H}^q(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L I_{n,l} \cdot a_{n,l}^q(\varsigma_1, \varsigma_2, \dots, \varsigma_k, \vec{r}) q(x, y, z), \quad k = 1, 2, \dots, k, \quad (7)$$

где $a_{n,l}^q(\varsigma_1, \varsigma_2, \dots, \varsigma_k, \vec{r})$ – коэффициент связи между током в l -м элементе n -го фрагмента и q -той компонентой напряженности поля, создаваемого этим элементом в точке r ; $(\vec{r}) = (x_1, y_1, z_1)$ – радиус-вектор точки, в которой вычисляется магнитное поле; $\vec{H}^q(\vec{r})$ – значение одной из компонент напряженности магнитного поля системы в точке.

Коэффициент связи $a_{n,l}^q$ является функцией списка параметров $(\varsigma_1, \varsigma_2, \dots, \varsigma_k, \vec{r})$, которые зависят от размеров элемента дискретизации, его положения в пространстве и радиус-вектора точки исследования поля. Значения коэффициента соответствует вкладу в значение напряженности магнитного поля от части модельного аналога в форме выбранного элемента при единичном токе в нем и определяется законом Био-Савара. В выбранной системе прямоугольных

координат вектор напряженности магнитного поля, создаваемого током линейного отрезка в любой точке пространства (рис. 2), составляет

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{P}_1 \vec{P}_2 \times \vec{P}_1 A}{|\vec{P}_1 \vec{P}_2 \times \vec{P}_1 A|^2} \cdot \left[\frac{(\vec{P}_1 \vec{P}_2 \cdot \vec{P}_2 A)}{|\vec{P}_2 A|} + \frac{(\vec{P}_1 \vec{P}_2 \cdot \vec{P}_1 A)}{|\vec{P}_1 A|} \right]. \quad (8)$$

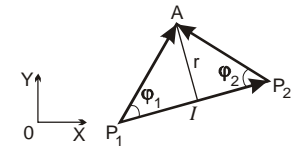


Рисунок 2 – К определению коэффициента связи

Тогда значения искомых коэффициентов связи для компонент напряженности магнитного поля, создаваемого элементами стержневой формы, определяются соотношениями:

$$a_x = \frac{\cos(\vec{H}_j \cdot \vec{ox}) \cdot (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}{r}; \quad a_y = \frac{\cos(\vec{H}_j \cdot \vec{oy}) \cdot (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}{r}; \quad (9)$$

$$a_z = \frac{\cos(\vec{H}_j \cdot \vec{oz}) \cdot (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}{r}. \quad (10)$$

Смысл величин $\cos \varphi_1, \cos \varphi_2$ ясен из рис. 1, а величины $\cos(\vec{H}_j \cdot \vec{ox}), \cos(\vec{H}_j \cdot \vec{oy}), \cos(\vec{H}_j \cdot \vec{oz})$ являются направляющими косинусами углов вектора напряженности магнитного поля с осями системы координат, и их значения определяются параметрами данного линейного элемента

$$\varsigma_1 = x_2 - x_1; \quad \varsigma_4 = x_a - x_1; \quad \varsigma_7 = x_a - x_2; \quad \varsigma_2 = y_2 - y_1; \quad \varsigma_5 = y_a - y_1; \quad \varsigma_8 = y_a - y_2; \\ \varsigma_3 = z_2 - z_1; \quad \varsigma_6 = z_a - z_1; \quad \varsigma_9 = z_a - z_2. \quad (11)$$

Для устранения расходимости, имеющей место при вычислении магнитного поля, создаваемого фрагментом обмотки, в точке, расположенной на нем, необходимо вычисление поля осуществлять при принятии значения тока равным нулю в том звене ломаной линии, на котором располагается точка счета.

После того, как компоненты результирующего поля в зоне размещения фрагментов моделируемой обмотки вычислены, можно, зная направляющие косинусы токов, найти пондеромоторные силы как векторные произведения тока и поля в соответствии со следующим алгоритмом

$$\vec{F} = (I_y B_z - I_z B_y) \vec{i} + (I_z B_x - I_x B_z) \vec{j} + (I_x B_y - I_y B_x) \vec{k}, \quad (12)$$

где B_x, B_y, B_z – числовые величины проекций вектора индукции магнитного поля на оси координат, I_x, I_y, I_z – числовые величины проекций вектора тока на выделенном элементе, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты) основной системы координат магнита.

Выводы. Таким образом, получена математическая модель и алгоритм расчета электродинамических сил, действующих непосредственно на витки

токоограничивающего реактора тяговых подстанций, которая позволяет оценить степень надежности этого устройства в аварийных режимах короткого замыкания контактной сети.

Список литературы: 1. Справочник по электроснабжению железных дорог / Т. 2 // Под ред. К. Г. Маркварда. – М.: Транспорт, 1981. – 392 с. 2. Том Р., Тарр Дж. Магнитные системы МГД генераторов и термоядерных установок. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 268 с. 3. Клименко Е.Ю., Ожогина В.К. Математическое обеспечение проектирования сверхпроводящих магнитных систем для плазменных установок типа Токмак // Вопр. атомной науки и техники. – М., 1975. – С. 40-41. 4. Urankar L. Vector potential and magnetic field of current-carrying finite arc seg-Ment: In 3 parts / IEEE Trans. Mag.; Part 1: 1980. - 16. – P. 1283-1288; Part II, III: 1982. – 18. – P. 911-917; P. 1860-1867. 5. Bulirsch R. Numerical calculations of elliptic integrals and elliptic functions: In 3 parts // Numer. Math.; Part I, 1965. – 7. – P. 78-90; Part II, III, 1969. – 13. – P. 266-284; P. 305-315.

Надійшла до редколегії 16.01.13