

УДК 622.235.53

А.М. САМЕДОВ (д-р техн. наук, проф.)

О.С. ТАРАСЮК (ассистент)

О.Ю. КРАВЕЦ (аспирантка)

Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ОСНОВАНИЙ ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ С ПОДСТИЛАЮЩИМИ СЛОЯМИ ИЗ СТРУКТУРНО-НЕУСТОЙЧИВЫХ ГРУНТОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

В статье рассмотрены проблемы математического моделирования сжимаемости оснований подземных сооружений, состоящих из прочных грунтов, на примере намывного песка средней крупности и средней плотности малой толщины (до 1,5 м) со слабыми подстилающими слоями на примере из структурно-неустойчивых, заторфованных грунтов при динамических нагрузках. Построены зависимости между общим напряжением σ и деформацией ε в упругой ε_u и пластической ε_p зонах. Используются модули общей E_0 , упругой E_u и пластической E_p деформаций и коэффициент вязкости ν грунта во времени t и определены нелинейные зависимости между динамическими максимальными напряжениями σ_d и деформацией ε_d . Используя реологические модели I-го слоя прочного грунта малой толщины (намывного песка) и II-го слабого подстилающего слоя (торфа) составлены системы колебательных движений при динамических нагрузках и дано общее решение дифференциального уравнения 4-го порядка от динамических нагрузок колебаний 2-х слойного основания.

Ключевые слова: Основания сооружений из прочного грунта, подстилающие слои из структурно-неустойчивых грунтов, напряжения, деформация, колебания.

В некоторых литературных источниках рассматриваются проблемы деформирования оснований сооружений при динамических воздействиях, например, в трудах Ставницера Л.Р., Ильичева В.А., Коренева Б.Г., Бородачева Н.М., Барштейна М.Ф., Резникова Л.М. и других. Однако, в строительной практике часто встречаются случаи, когда основания подземных сооружений состоят из прочных грунтов малой толщины и подстилающий слой из слабых структурно-неустойчивых грунтов, которые при динамических нагрузках резко изменяют свои структуры и дают провальные деформации совместно с прочным слоем и элементом конструкций подземных сооружений. И эти случаи в указанных источниках [1+6] не даны. Отсюда вытекает актуальность и важность рассматриваемой проблемы. Цель данной работы - математически смоделировать сжимаемость оснований, состоящих из прочных слоев грунта малой толщины и слабых структурно-неустойчивых подстилающих грунтов и оценить состояние оснований подземных сооружений во время в эксплуатации при динамических нагрузках.

При действии динамических нагрузок через элементы подземных сооружений на основания, состоящих из прочных грунтов малой толщины со слабыми подстилающими слоями из структурно-неустойчивых грунтов, одновременно развиваются упругие ε_u и пластические ε_p деформации в обоих слоях. Сумма этих деформаций равна полной объемной деформации ε в каждом слое, т.е. для каждого слоя будет:

$$\text{а) для I-слоя: } \varepsilon_u^I + \varepsilon_p^I = \varepsilon^I,$$

$$\text{б) для II-слоя: } \varepsilon_u^{II} + \varepsilon_p^{II} = \varepsilon^{II}$$

При действии динамической нагрузки в грунтах оснований возникают P_d динамические напряжения $\sigma_d = \frac{P_d}{F}$, где P_d - динамическая нагрузка, кН; F - площадь сечения, м².

На участке нагружения $0 < \sigma_d \leq \sigma_{d.p.u}$ (где $\sigma_{d.p.u}$ - динамическое напряжение, соответствующее динамическому пределу упругости грунта) при сжатии возникают больше упругие деформации, чем пластические, т.е. $\varepsilon_u > \varepsilon_p$.

С увеличением $\sigma_d \geq \sigma_{d.p.u}$ увеличиваются пластические составляющие деформации, тогда $\varepsilon_u < \varepsilon_p$.

Зависимости между динамическим напряжением σ_d и общей деформацией ε при составляющих ε_u и ε_p для обобщенных I-го и II-го слоев приведены на рис.1.

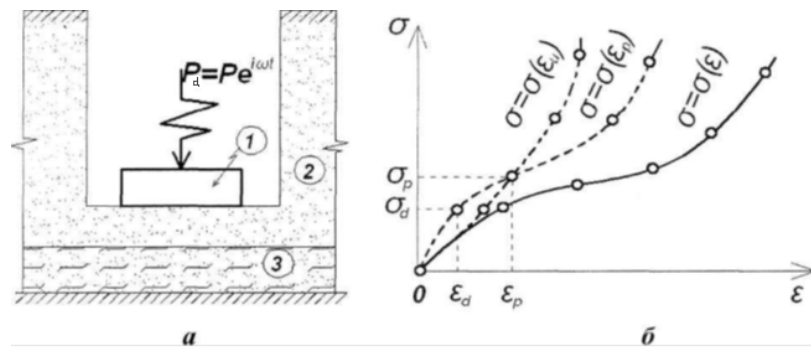


Рис.1. Схема действия динамических нагрузок (а) и деформаций грунта при нагружениях динамических нагрузках (б): 1 - элемент конструкции; 2 - прочный грунт; 3 - слабый подстилающий слой из структурно-неустойчивых грунтов

Первый наиболее прочный слой оснований от динамических нагрузок уплотняется и упрочняется, происходит переупаковка твердых частиц, и передает динамическую нагрузку на II-слой, состоящий из структурно-неустойчивых грунтов.

Образование необратимых (остаточных) пластических деформаций на основаниях, состоящих из обоих слоев, не может происходить мгновенно, при росте скорости деформирования протекают некоторые «запаздывания» в развитии интенсивных пластических деформаций, что выражается в увеличении предела динамической упругости $\sigma_{d.p.u}$. Это явление характеризует грунт, как вязко-уруго-пластическую среду, деформационная модель которой может быть представлена при динамических нагружениях следующей системой уравнений:

$$\sigma_d = E_0 \varepsilon + \nu \frac{d\varepsilon}{dt}, \text{ при } \varepsilon \leq \varepsilon_d \text{ (нагружение и разгрузка);} \quad (1)$$

$$\sigma_d = E_0 \varepsilon_d + E_p (\varepsilon - \varepsilon_d)^m, \text{ при } \varepsilon > \varepsilon_d, \frac{d\varepsilon}{dt} > 0 \text{ (нагружение);} \quad (2)$$

$$\sigma_d = \sigma_{d,max} - E_u (\varepsilon_{d,max} - \varepsilon), \text{ при } \varepsilon_{d,max} > \varepsilon_d; \frac{d\varepsilon}{dt} < 0 \text{ (разгрузка);} \quad (3)$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{const} + f \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right), \text{ при } \frac{d\varepsilon}{dt} > 0 \text{ (нагружение);} \quad (4)$$

где E_0 , E_u и E_p - соответственно, модуль общей деформации при отсутствии поперечных деформаций (т.е. модуль общей деформации без бокового расширения, в компрессионных условиях), модуль деформации в пластичном состоянии за пределами упругости, модуль деформации в упругой разгрузке, причем $E_u \geq E_0 > E_p$; ν - коэффициент вязкости

грунта; t - время; m - показатель степени нелинейности деформаций за пределами упругого состояния грунта, определяется опытным путем для каждого вида грунта; $\sigma_{d,\max}$ и $\varepsilon_{d,\max}$ - максимальные напряжения и деформации, достигнутые при динамическом нагружении; ε_d - динамический предел деформации в упругом состоянии грунта; ε_{const} - константа деформаций, соответствующая статическому пределу упругости грунта; $f\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)$ - неубывающая функция, выражающая зависимость динамической деформации в пределах упругости грунта от скорости деформации при нагружении.

Величины E_0 , E_u , E_p , ν , m , ε_{const} , а также вид функции $f\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)$ определяются экспериментально по результатам испытаний образцов грунтов на динамической компрессионной установке в лабораторных условиях. Деформационная модель грунта, описываемая уравнениями (1)÷(4), учитывает уменьшение динамической сжимаемости грунтов оснований I-го и II-го слоев при увеличении скорости деформации и нелинейный характер уплотнения (упрочнения) при деформировании за пределами упругой стадии работы оснований. Более простые модели грунта могут быть получены из уравнений (1)÷(4), как частные случаи, если принимать $\nu = 0$, $m = 1$ и $f\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right) = 0$, тогда можно считать, как упругопластическую среду.

Рассмотрим сжимаемость оснований подземных сооружений, состоящих из прочных грунтов (на примере, намывного песка средней крупности и средней плотности - толщиной 1,5 м) и подстилающих слоев из структурно-неустойчивых грунтов (на примере, торфянистого грунта с более 60% органических примесей и со степенями разложения более 20% - толщиной 2,0 м) расположенных над твердыми глинами. Реологическая модель и динамическая система сжимаемости оснований, приведены на рис.2.

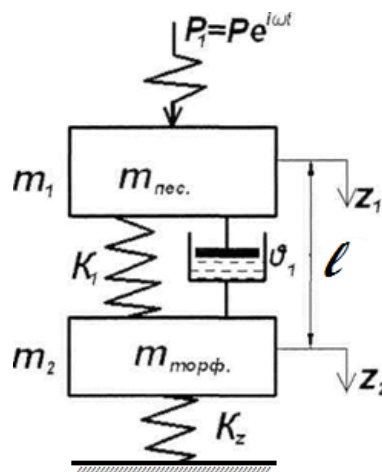


Рис.2. Реологическая модель сжимающихся оснований из прочного грунта и слабого подстилающего слоя из структурно-неустойчивых грунтов при динамических нагрузках

Динамическая нагрузка через элементы конструкций подземных сооружений имеет гармонический характер $P_1 = P e^{i\omega t}$ и передается на грунтовое основание. Динамическая нагрузка P_1 состоит из постоянно действующей части динамических нагрузок P , изменяющейся по гармонической закономерности: $e = 2,71$ - основание натурального логарифма; $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица; ω - частота возмущающей силы (для расчета

можно принимать из паспортных данных механизмов или оборудований, которые передают динамические нагрузки на основания); t - время.

Здесь не будем учитывать постоянную нагрузку от собственного веса подземных сооружений, которые относятся к статическому расчету оснований.

Принимаем массу 1-го слоя совместно с динамической нагрузкой P_1 , т.е. $m_1 = P_1 + m_{nec} = Pe^{i\omega t} + m_{nec}$, где $m_{nec} = \gamma_{I.сл.} \cdot h_1 = 18 \cdot 1,5 = 27$ кН/м², $\gamma_{I.сл.} = 18$ кН/м³ - удельный вес I-го слоя (песка); $h_1 = 1,5$ м - толщина I-го слоя. Массу II-го слоя принимаем: $m_2 = \gamma_{II.сл.} \cdot h_2 = 9,2 \cdot 2,0 = 18,4$ кН/м², где $\gamma_{II.сл.} = 9,2$ кН/м³ - удельный вес II-го слоя (торфянистого грунта); $h_2 = 2,0$ м - толщина II-го слоя. Для расчета используем массы m_1 и m_2 .

Массы m_1 и m_2 связаны между собой вязко-упруго-пластическими реологическими связями, моделирующими деформационные свойства грунта в соответствии с системой определяющих уравнений (1) ÷ (4). При определении величины деформаций соответствующей пределу упругости ε_d грунта с помощью уравнения (4) требуется дополнительно рассмотреть вязкоупругую стадию движения массива грунтов оснований. Для этого случая на рис.2 изображаем механические связи между массами m_1 и m_2 , которыми являются упругая пружина Гука с коэффициентом жесткости $K_1 = \frac{E_0 F}{l}$ и v_1 вязкий демпфер или амортизатор Ньютона $v_1 = \nu l$. Для практических расчетов здесь можно принимать площадь $F = 1$ м², E_0 - модуль общей деформации 1-го слоя (для песков средней крупности и средней плотности, $E_0 = 36 \div 40$ МПа). Кроме того, на массу m_2 накладываем дополнительную упругую связь K_z - пружину Гука, моделирующую податливость подстилающего слоя из структурно-неустойчивых грунтов, представленной на рис.2 пружиной с коэффициентом жесткости $K_z = m_1 \omega_z^2 = C_z F$, где ω_z - вертикальная вынужденная частота колебаний возмущающей силы машины и механизмов; C_z - коэффициент упругого сжатия подстилающего слоя (для структурно-неустойчивых грунтов при расчете можно принимать $C_z = 10$ Н/см³); $F = 1$ м² - площадь основания уплотняемой зоны от динамических нагрузок. При этом вязкими свойствами подстилающего слоя пренебрегаем.

При деформировании I-го слоя из намывных песков средней крупности и средней плотности от динамических нагрузок за пределами упругости, пружина и демпфер сжимаются, и происходит упругопластическая деформация, которая выражается уравнением (2). На начальной стадии движения частиц 1-го слоя до достижения динамического предела упругости грунта работают вязкоупругие связи (т.е. амортизатор Ньютона), а затем включается в работу пружина. Сжатая масса m_1 воздействует с динамическими нагрузками на подстилающий слой и вся система, показанная на рис.2, получает колебательные движения, которые можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \frac{v_1}{m_1} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) + \frac{K_1}{m_1} (z_1 - z_2) &= 0; \\ \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{v_1}{m_2} \left(\frac{dz_1}{dt} - \frac{dz_2}{dt} \right) - \frac{K_1}{m_2} (z_1 - z_2) + \frac{K_z}{m_2} z_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где Z_1 и Z_2 - координаты вертикальных перемещений по осям z_1 и z_2 соответствующих масс при динамических нагрузках.

В системе (5) не учтено статическое перемещение (осадка) грунта от веса сооружений, так как это выполняется отдельными расчетами по осадкам подземных сооружений.

Если обозначить деформации $\varepsilon = \frac{z_1 - z_2}{l}$, тогда получим деформации I-гослоя от сжатия динамическими нагрузками. Перемещение II-го подстилающего слоя будет иметь вид: $z_2 = z_1 - \varepsilon l$.

Вычитая одно из другого уравнения системы (5), получаем после деления на величину l и используя значения ε и z_2 , получим следующее выражение:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{v_1(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1}{m_1 m_2} \cdot \varepsilon = \frac{K_z}{m_2 l} z_1 \quad (6)$$

Из уравнения (6) после двукратного дифференцирования по времени получим уравнение сжатия системы:

$$\frac{d^2 z_1}{dt^2} = \frac{m_2 l}{K_z} \left[\frac{d^4 \varepsilon}{dt^4} + \frac{v_1(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \cdot \frac{d^3 \varepsilon}{dt^3} + \frac{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1}{m_1 m_2} \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} \right] \quad (7)$$

Разделим первое из уравнений системы (5) на величину l и воспользуемся обозначением ε , получим:

$$\frac{1}{l} \cdot \frac{d^2 z_1}{dt^2} + \frac{v_1}{m_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{K_1}{m_2} \cdot \varepsilon = 0 \quad (8)$$

Подставляя выражение (7) в уравнение (8), получаем дифференциальное уравнение четвертого порядка от динамических нагрузок колебаний 2-х слойного основания:

$$\frac{d^4 \varepsilon}{dt^4} + \frac{v_1(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \cdot \frac{d^3 \varepsilon}{dt^3} + \frac{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1}{m_1 m_2} \cdot \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{v_1 K_z}{m_1 m_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{K_1 K_z}{m_1 m_2} \cdot \varepsilon = 0; \quad (9)$$

Составим соответствующее характеристическое уравнение к уравнению (9):

$$R^4 + \frac{v_1(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \cdot R^3 + \frac{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1}{m_1 m_2} \cdot R^2 + \frac{v_1 K_z}{m_1 m_2} R = 0; \quad (10)$$

Так как все коэффициенты уравнения (10) положительные, оно имеет две пары сопряженных комплексных корней с отрицательной вещественной частью, причем модули каждой пары сопряженных комплексных корней с отрицательной вещественной частью и модули каждой пары комплексных чисел, в общем случае, существенно различны. Поэтому для вычисления корней при практических расчетах целесообразно применить приближенное разложение уравнений системы (5) на квадратичные множители следующего вида:

$$\left[R^2 + \frac{v_1(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \cdot R + \frac{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1}{m_1 m_2} \right] \cdot \left[R^2 + \frac{v_1 K_z}{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1} \cdot R + \frac{K_1 K_z}{K_1(m_1+m_2)+K_z m_1} \right] = 0 \quad (11)$$

Свободные члены в сомножителях являются квадратами собственных частот I-го и II-го слоев динамической системы, показанной на рис.2. Для практических расчетов можно исключить диссипативные члены, такие как $v_1 = \nu l = 0$. Из выражения (11) получаем корни уравнения (10):

$$R_1 = \psi_1 \pm i\xi_1; \quad R_2 = -\psi_2 \pm i\xi_2; \quad (12)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \frac{v_1(m_1+m_2)}{2m_1m_2}; & \psi_2 &= \frac{v_1K_z}{2K_1(m_1+m_2)+2K_2m_1}; \\ \xi_1 &= \sqrt{\frac{K_1(m_1+m_2)+K_2m_1}{m_1m_2} - \psi_1^2}; \\ \xi_2 &= \sqrt{\frac{K_1K_z}{K_1(m_1+m_2)+K_2m_1} - \psi_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Величины ψ_1 и ψ_2 являются коэффициентами затухания в слоях грунта динамических нагрузок; ξ_1 и ξ_2 - собственные частоты рассмотренной динамической системы.

Общее решение уравнения (9), как дифференциального уравнения 4-го порядка, нам известно из контактной задачи гибких фундаментов на упругом Винклеровском основании, которые имеют вид:

$$\varepsilon(t) = e^{-\psi_1 t}(A_1 \cos \xi_1 t + A_2 \sin \xi_1 t) + e^{-\psi_2 t}(B_1 \cos \xi_2 t + B_2 \sin \xi_2 t) \quad (14)$$

где $\psi_1, \psi_2, \xi_1, \xi_2$ - определяются по формулам (14); A_1, A_2, B_1, B_2 - произвольные постоянные, определяемые из начальных условий. Начальные условия задачи для деформаций от динамических нагрузок $\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}, \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}, \frac{d^3\varepsilon}{dt^3}$ можно получить при рассмотрении зависимостей (5)÷(7) и начальных условий $Z_1, Z_2, \frac{dz_1}{dt}, \frac{dz_2}{dt}$

$$\text{При } t = 0 \text{ имеем: } z_1 = 0, z_2 = 0; \quad \frac{dz_1}{dt} = \frac{P_1}{m_1} v_0; \quad \frac{dz_2}{dt} = 0. \quad (15)$$

где v_0 - начальная скорость движения динамической нагрузки, передающейся на 1-й слой оснований через элементы конструкций подземных сооружений. В этот момент времени колебания от динамической нагрузки еще не успели дойти до подстилающего слоя из структурно-неустойчивых грунтов, поэтому выражения для начальных значений функции $\varepsilon(t)$ и ее производных имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz_w}{dt} &= 0 \\ \varepsilon(t) &= 0; \quad \frac{d}{dt} \varepsilon(0) = \frac{P_1}{m_1 l} v_0; \quad \frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(0) = -\frac{2\psi_1 P_1}{m_1 l} v_0; \\ \frac{d^3}{dt^3} \varepsilon(0) &= -\frac{2\psi_1 P_1 v_0 (K_1 - 2v_1 \psi_1)}{v_1 m_1 l}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Трижды дифференцируя выражение (16), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= e^{-\psi_1 t} [(-\psi_1 A_1 + \xi_1 A_2) \cos \xi_1 t - (\xi_1 A_1 + \psi_1 A_2) \sin \xi_1 t] + \\ &+ e^{-\psi_2 t} [(-\psi_2 B_1 + \xi_2 B_2) \cos \xi_2 t - (\xi_2 B_1 + \psi_2 B_2) \sin \xi_2 t]; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} &= e^{-\psi_1 t} [(\psi_1^2 A_1 - \xi_1^2 A_1 - 2\psi_1 \xi_1 A_2) \cos \xi_1 t + (\psi_1^2 A_2 - \xi_1^2 A_2 + 2\psi_1 \xi_1 A_1) \sin \xi_1 t] + \\ &+ e^{-\psi_2 t} [(\psi_2^2 B_1 - \xi_2^2 B_1 - 2\psi_2 \xi_2 B_2) \cos \xi_2 t + (\psi_2^2 B_2 - \xi_2^2 B_2 + 2\psi_2 \xi_2 B_1) \sin \xi_2 t]; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3\varepsilon}{dt^3} &= e^{-\psi_1 t} [(-\psi_1^3 A_1 - \xi_1^3 A_2 + 3\psi_1 \xi_1^2 A_1 + 3\psi_1^2 \xi_1 A_2) \cos \xi_1 t \\ &+ (-\psi_1^3 A_2 + \xi_1^3 A_2 + 3\psi_1 \xi_1^2 A_2 - 3\psi_1^2 \xi_1 A_1) \sin \xi_1 t] + \\ &+ e^{-\psi_2 t} [(-\psi_2^3 B_1 - \xi_2^3 B_2 + 3\psi_2 \xi_2^2 B_1 + 3\psi_2^2 \xi_2 B_2) \cos \xi_2 t + (-\psi_2^3 B_2 + \xi_2^3 B_2 + 3\psi_2 \xi_2^2 B_2 - \\ &- 3\psi_2^2 \xi_2 A_2) \sin \xi_2 t] \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (19)$$

Полагая, что в полученных выражениях $t = 0$, и используя условия (16), приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_1 , A_2 , B_1 и B_2 :

$$\left. \begin{aligned} A_1 + B_1 &= 0; & -\psi_1 A_1 + \xi_1 A_2 - \psi_2 B_1 + \xi_2 B_2 - \frac{P_1 V_0}{m_1 t} &= 0; \\ (\xi_1^2 - \psi_1^2) A_1 + 2\psi_1 \xi_1 A_2 + (\xi_2^2 - \psi_2^2) B_1 + 2\psi_2 \xi_2 B_2 - \frac{2\psi_1 P_1 V_0}{m_1 t} &= 0; \\ \psi_1 (3\xi_2^2 - \psi_2^2) A_1 - \xi_1 (\xi_1^2 - 3\psi_1^2) A_2 + \psi_2 (3\xi_2^2 - \psi_2^2) B_1 - & \\ -\xi_2 (\xi_2^2 - 3\psi_2^2) B_2 + \frac{2\psi_1 P_1 V_0 (K_1 - 2\nu_1 \psi_1)}{\nu_1 m_1 t} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Решение которой в численном виде без особых затруднений можно осуществить методом последовательного исключения неизвестных величин. В общем виде решение системы уравнений (17) представлено ниже с помощью определителей:

$$A_1 = -B_1 = \begin{vmatrix} \frac{d}{dt} \varepsilon(0) & \xi_1 & \xi_2 \\ -\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(0) & 2\psi_1 \xi_1 & 2\psi_2 \xi_2 \\ \frac{d^3}{dt^3} \varepsilon(0) & \xi_1 (3\psi_1^2 - \xi_1^2) & \xi_2 (3\psi_2^2 - \xi_2^2) \end{vmatrix} : D \quad (21)$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} (\psi_2 - \psi_1) & \frac{d}{dt} \varepsilon(0) & \xi_2 \\ (\xi_1^2 - \xi_2^2 - \psi_1^2 + \psi_2^2) & -\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(0) & 2\psi_2 \xi_2 \\ [\psi_1 (3\xi_1^2 - \psi_1^2) - \psi_2 (3\xi_2^2 - \psi_2^2)] & \frac{d^3}{dt^3} \varepsilon(0) & \xi_2 (3\psi_2^2 - \xi_2^2) \end{vmatrix} : D \quad (22)$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} (\psi_2 - \psi_1) & \xi_1 & \frac{d}{dt} \varepsilon(0) \\ (\xi_1^2 - \xi_2^2 - \psi_1^2 + \psi_2^2) & 2\psi_1 \xi_1 & -\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(0) \\ [\psi_1 (3\xi_1^2 - \psi_1^2) - \psi_2 (3\xi_2^2 - \psi_2^2)] & \xi_1 (3\psi_1^2 - \xi_1^2) & \frac{d^3}{dt^3} \varepsilon(0) \end{vmatrix} : D \quad (23)$$

$$D = \begin{vmatrix} (\psi_2 - \psi_1) & \xi_1 & \xi_2 \\ (\xi_1^2 - \xi_2^2 - \psi_1^2 + \psi_2^2) & 2\psi_1 \xi_1 & 2\psi_2 \xi_2 \\ [\psi_1 (3\xi_1^2 - \psi_1^2) - \psi_2 (3\xi_2^2 - \psi_2^2)] & \xi_1 (3\psi_1^2 - \xi_1^2) & \xi_2 (3\psi_2^2 - \xi_2^2) \end{vmatrix} \quad (24)$$

Таким образом, все параметры, входящие в зависимость (14), определены. Используя исходное уравнение (4), выражающее зависимость динамического предела упругости I-го слоя от скорости деформаций, и подставляя в него вместе с ε_d правые части выражений (14) и (17), получим уравнение с одним неизвестным t_d , определяющим момент времени, при котором деформация грунта становится равной динамическому пределу упругого состояния оснований при соответствующей скорости деформаций:

$$\varepsilon(t_d) = \varepsilon_{const} + f \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)_{t=t_d} \quad (25)$$

Решив уравнение (25) относительно времени t_d одним из известных методов, выбор которых зависит от вида функции $\frac{d\varepsilon}{dt}$ и используя выражение (14), находим искомую величину ε_d .

Когда ε_d соответствует деформации от динамических нагрузок, которые возникают при динамическом пределе упругости во времени t_d . После исчерпания деформаций величиной ε_d , динамическая нагрузка с массой собственного веса I-го слоя передается на II-й подстилающий слой, состоящий из торфянистого грунта. Торфянистый грунт, как

очень сильно сжимающий грунт, не выдерживает сжимающую нагрузку и дает провальную деформацию оснований подземных сооружений.

Выводы

На основании из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. При воздействии внешних нагрузок (особенно динамических) основания подземных сооружений работают на большие глубины (примерно 12-18 м), т.е. если имеется слабый подстилающий слой, тогда этот слой подвергается деформациям.

2. Используя реологические модели грунтов оснований под подошвой сооружений I-го слоя и подстилающего слабого II-го слоя можно написать системы колебательных движений 2-х слойного основания, а затем заменить эти системы на дифференциальные уравнения 4-го порядка колебаний 2-х слойного основания и определит корни характеристических уравнений.

3. Общее решение уравнений 4-го порядка можно построить как решение контактных задач гибких фундаментов на упругом винклеровском основании с помощью тригонометрических функций.

4. Путем тройного дифференцирования деформаций ε в момент времени $t=0$, можно получить системные линейные алгебраические уравнения относительно к коэффициентам A_1 , A_2 , B_1 и B_2 , решение которой в численном виде выполняется методами последовательного исключения неизвестных величин.

Список использованной литературы

1. Барштейн М.Ф. Приложение вероятных методов к расчету сооружений на сейсмические воздействия / М.Ф. Барштейн // Строительная механика и расчет сооружений. – 1960. – №2. – С.4-9.
2. Борадачев Н.М. Динамическая контактная задача для полупространства. Справочник проектировщика. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия / Н.М. Борадачев. – М.: Стройиздат, 1981. – С. 129-135.
3. Ильичев В.А. Динамическое воздействие сооружений с основанием передача колебаний через грунт. Справочник проектировщика. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия / В.А. Ильичев. – М.: Стройиздат, 1981. – С. 114-128.
4. Коренев Б.Г. Расчет сооружений оборудованных динамическими гасителями колебаний. Справочник проектировщика. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. – М.: Стройиздат, 1981. – С. 149-175.
5. Ставницер Л.Р. Деформации оснований сооружений от ударных нагрузок / Л.Р. Ставницер. – М.: Стройиздат, 1969. – 126 с.
6. Резников Л.М. Оптимальные параметры и эффективность динамического гасителя при действии периодических импульсов / Л.М. Резников // Машиноведение. – 1973. – №1. – С. 16-24.
7. Самедов А.М. Расчет и проектирование подземных сооружений мелкого заложения (монография) / А.М. Самедов. – Киев: НТУУ «КПИ», 2013. – 852 с.

Надійшла до редакції 20.04.2014

А.М. Самедов, О.С. Тарасюк, О.Ю. Кравець

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТИСЛИВОСТІ ПІДСТАВ ПІДЗЕМНИХ СПОРУД З ПІДСТИЛЬНИМИ ШАРАМИ З СТРУКТУРНО-НЕСТІЙКИХ ГРУНТАХ ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

У статті розглянуто проблеми математичного моделювання стисливості підстав подземних споруд, що складаються з міцних ґрунтів, на прикладі намівного піску середньої крупності і середньої щільності малої товщини (до 1,5 м) зі слабкими подстилаючими шарами на прикладі з структур нестійких, заторфованих ґрунтів при динамічних навантаженнях. Побудовані залежності між загальним напруженням σ і деформацією ε в пружній ε_{el} і пластичній ε_{pl} зонах. Використано модулі загальної E_p , пружної E_{el} і пластичної E_{pl} деформацій і коефіцієнт ν в'язкості ґрунту в часі t і визначені нелінійні залежності між

динамічними максимальними напруженнями σ_z і деформацією ε_z . Використовуючи реологічні моделі I-го шару міцного ґрунту малої товщини (намитого піску) та II-го слабого підстиляючого шару (торфу) складені системи коливальних рухів при динамічних навантаженнях і дано загальне рішення диференціального рівняння 4-го порядку від динамічних навантажень коливаний 2-х шарового підстави.

Ключові слова: підстави споруд з міцного ґрунту, підстильні шари з структурно-нестійких ґрунтів, напруги, деформація, коливання.

A.M. Samedov, O.S. Tarasyuk, O.J. Kravets

MATHEMATICAL MODELING COMPRESSIBILITY BASES UNDERGROUND STRUCTURES WITH THE UNDERLYING LAYERS OF A STRUCTURALLY UNSTABLE SOIL DYNAMIC LOAD

The problems of mathematical modeling compressibility bases underground structures, consisting of solid ground, an example of alluvial sand and medium size medium density small thickness (up to 1.5 m) with weak underlying layers on the example of structurally unstable soils, peaty soil under dynamic loads. Dependence between the total stress σ and strain ε in the elastic ε_u and plastic ε_p areas were built. Modules used E_0 total, elastic E_u and plastic E_p strain and viscosity v soil in time t and identified nonlinear dynamic relationship between the maximum stress σ_z and strain ε_z . Rheological models using I- lasting soil layer of small thickness (reclaimed sand) and II- lasting weak underlying layer (peat) are composed of oscillating movements under dynamic loads and give a general solution of the differential equation of order 4 from the dynamic load fluctuations two-layer base.

Keywords: Foundations of durable structures soil underlying layers of structurally unstable soils, stress, strain, vibration.