УДК 624.15

А.М. САМЕДОВ (д-р. техн. наук, проф.)
В.И. ОХРИМЕНКО (магистр)
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Украина, г. Киев

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ОСНОВАНИЙ ПОД ЛЕНТОЧНЫМИ ФУНДАМЕНТАМИ ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Рассмотрены проблемы напряженного состояния оснований под ленточными фундаментами подземных сооружений. Определены от полосовых равномерно распределенных нагрузок q(x) действующих от стен подземных сооружений через ленточные фундаменты на поверхности оснований компоненты нормальных σ_x, σ_z и касательных τ_{xz}, τ_{zx} напряжений. Приняты величины действующих нагрузок q(x) в виде периодической функции тригонометрического ряда синуса и косинуса. Использованы возможности применений взамен равномерно распределенной нагрузки q(x) сосредоточенную P при большой интенсивности q(x) на малую площадь ленточного фундамента, которые облегчают расчеты при вычислении компонентов напряжений возникающих в основаниях подземных сооружений. Предложено использовать единственную функцию Ери φ(x,z) которая хорошо описывает компоненты напряжений при решении плоских и пространственных задач напряженного состояния подвергающихся оснований подземных сооружений. Приведены схемы функции Ери для различных видов загружений оснований подземных сооружений от распределенных и сосредоточенных нагрузок, в табличном виде, которые позволяют решить многие задачи.

Ключевые слова: нормальные и касательные компоненты напряжений, ленточные фундаменты, подземные сооружения, основания, функция Ери, распределенные и сосредоточенные нагрузки.

Цель работы. Дать оценки напряженного состояния оснований подвергающихся действию собственного веса стен подземных сооружений через ленточные фундаменты и назначить способы усиления оснований в случае необходимости.

Результаты исследований. В некоторых источниках литературы [1÷6] рассмотрены разрушения оснований подземных сооружений стоящих на слабых подстилающих грунтах. Однако не проанализировано напряженное состояние оснований под ленточным фундаментом, которое может привести к их разрушению.

Актуальность настоящей работы заключается в том, что здесь даны методики определения компонентов напряжений в основаниях под ленточным фундаментом, в случаях, когда действующая распределенная нагрузка может быть больше, можна ее принимать в виде сосредоточенной нагрузки.

В инженерной практике часто встречаются подземные сооружения, в которых капитальные стены опираются на ленточные фундаменты.

Допустим на поверхность оснований свободно лежащих ленточных фундаментов находящихся друг от друга на расстояние 2a, действует равномерно распределенная нагрузка в виде колон интенсивностью q (рис. 1).

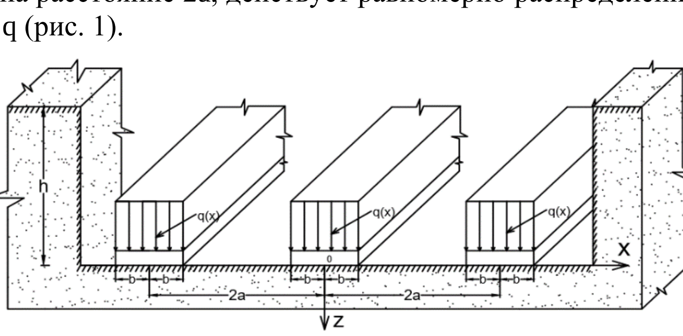


Рис. 1. Схема действия нагрузки от стен подземных сооружений на грунтовые основания через ленточные фундаменты

От полосовых равномерно-распределенных нагрузок q требуется определить напряженное состояние оснований подземных сооружений.

Задача относится к плоским напряженным состояниям, поэтому необходимо определить 3-х компонентные напряжения: нормальные σ_x, σ_z и касательных $\tau_{xz} = \tau_{zx}$.

Известно, что интенсивности нагрузки q действуют в интервале -b<x<b, а за пределами «-b» и «+b» не действуют, т.е. равны нулю.

Основания под ленточным фундаментом в таком случае подвергаются действию нагрузок в отрезанном участке периодическими функциями, которые можно определить с помощью тригонометрических рядов в следующем виде:

$$q_{(x)} = -\frac{2qb}{a}\left[\frac{1}{2} + \frac{a}{\pi b}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi b}{a}\cos\frac{n\pi b}{a}\right] \quad (1)$$

Если ширина ленточных фундаментов значительно меньше чем расстояние между лентами, тогда в интервале 2b действующую нагрузку можно принимать как сосредоточенную, т.е. 2bq = P.

В таком случае полоски нагрузок 2b можно уменьшить таким образом, чтобы нагрузка q увеличилась на площадке 2b×1, а действующая сосредоточенная нагрузка P осталась постоянной, т.е. P=2qb=const или $\lim_{b\to 0}(\sin\frac{n\pi b}{a} : \frac{n\pi b}{a}) = 1$. Тогда внешняя нагрузка $q_{(x)}$ будет тригонометрическим рядом следующего вида: lim b/2a→0, т. е., q = P = 2bq = 2·1пог.м · кН/м=2кН, (един. измерен. P – кН).

По другому, если интенсивность нагрузки q значительно больше, чем на площадь подошвы «2b», тогда взамен распределенной нагрузки q, кН/м, можно принимать сосредоточенную нагрузку «P», кН.

$$q_{(x)} = -\frac{P}{a}\left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi x}{a}\right), \text{ (n=1,2,3…∞)} \quad (2)$$

Во многих случаях для определения компонентов напряжений пери плоских задач используют одну единственную функцию Ери в теории упругости φ(x, z) (см. табл.1). Единственную функцию напряжений φ(x, z) можно написать 2-х степенной производной в следующем виде:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2};\ \sigma_z = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2};\ \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z}.$$

В таких случаях уравнение равновесия (объемное усилие не учитывается) превращается в равенство:

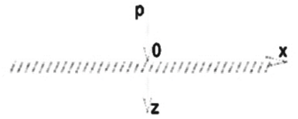
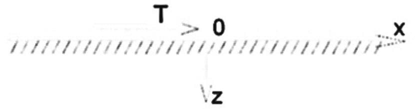
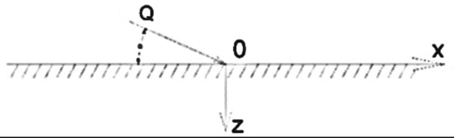
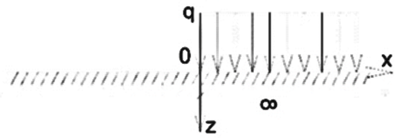
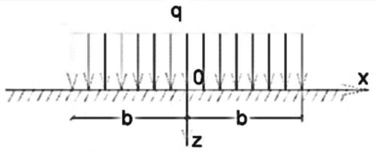
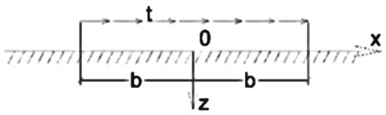
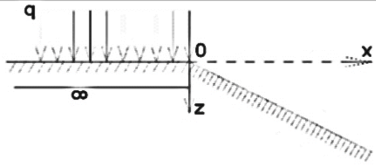
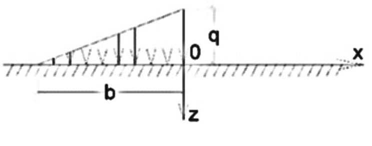
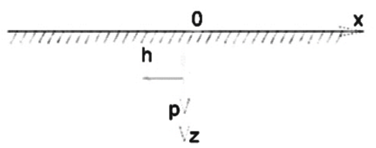
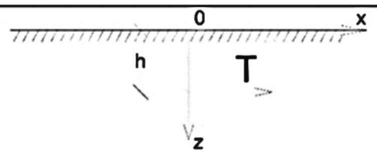
$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial x^2} = 0$$
$$\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_2}{\partial z} = -\frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z\partial z^2} = 0$$

Так как внешняя нагрузка $q_{(x)}$ приобретает вид сосредоточенной нагрузки с помощью тригонометрических рядов, как приведено в формуле (2), тогда функции Ери будем искать в следующем виде:

$$\varphi = -\frac{Px^2}{4a} + \sum_{n=1}^{\infty}A_n\left(1 + \frac{n\pi z}{a}\right)\cdot e^{-\frac{n\pi z}{a}}\cdot\cos\frac{n\pi z}{a}, \text{ (n=1,2,3…∞)} \quad (3)$$

В формуле (3) постоянные A_n неизвестный параметр, для определения его используем граничные условия следующего характера.

Таблица 1. Схемы функции Ери для различных нагружений оснований

	$\varphi = \frac{P}{\pi} x \cdot arctg\frac{x}{z}$
	$\varphi = \frac{T}{\pi} z \cdot arctg\frac{x}{z}$
	$\varphi = \frac{Q}{\pi}(x \cdot sin\alpha \cdot arctg\frac{x}{z} + z \cdot cos\alpha \cdot arctg\frac{x}{z})$
	$\varphi = \frac{q}{2\pi}[\frac{\pi(x^2+z^2)}{2} + xz + (x^2+z^2)\, arctg\frac{x}{z}]$
	$\varphi = \frac{q}{2\pi}\left\{[(x+b)^2+z^2] \cdot arctg\frac{x+b}{z} - [(x-b)^2+z^2] \cdot arctg\frac{x-b}{z}\right\}$
	$\varphi = \frac{t}{\pi}\left\{z(x+b) \cdot arctg\frac{x+b}{z} - z(x-b) \cdot arctg\frac{x-b}{z} + \frac{z^2}{2}\ln[z^2+(x-b)^2] - \frac{z^2}{2}\ln[z^2+(x+b)^2]\right\}$
	$\varphi = \frac{q}{2(\pi-\alpha-tg\alpha)}\left[(x^2+z^2)(\pi-\alpha - (x^2+z^2)arctg\frac{z}{x} + xz - x^2tg\alpha\right]$
	$\varphi = \frac{q}{\pi b}\left\{\frac{(x-b)^3+3z^2(x-b)}{6} \cdot arctg\frac{x-b}{z} - \frac{z^3}{6} \cdot \ln[z^2+(x-b)^2] + \frac{z(x-b)^2}{6} - \frac{3(x-b)(x^2+z^2)-2x^3}{6} \cdot arctg\frac{x}{z} + \frac{z^3}{6}ln(x^2+z^2) + \frac{xz(3b-x)}{6}\right\}$
	$\varphi = \frac{P}{\pi}\left[\frac{x}{2}\left(arctg\frac{z-h}{x} + arctg\frac{z+h}{x}\right) - \frac{1-2\mu}{8(1-\mu)}(z-h)ln\frac{x^2+(z-h)^2}{x^2+(z+h)^2} - \frac{1}{2(1-\mu)} \cdot \frac{hz(h+z)}{x^2+(z+h)^2}\right]$
	$\varphi = \frac{T}{\pi}\left[-\frac{z-h}{2}(arctg\frac{z-h}{x} + arctg\frac{z+h}{x} - \frac{1-2\mu}{8(1-\mu)}xln\frac{x^2+(z-h)^2}{x^2+(z+h)^2} + \frac{1}{2(1-\mu)} \cdot \frac{hxz}{x^2+(z+h)^2}\right]$

Следует отметить, что функция Ери зависит от расположения действующих нагрузок относительно к осям на поверхности оснований и от вида нагрузок (сосредоточенными или равномерно распределенными в треугольной форме) как приведено в табл.1.

С помощью функции Ери можно описать неразрывность условия деформации путем применения бигармонических дифференциальных уравнений четвертого порядка в следующем виде:

$$\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial z^2}+\frac{\partial^4\varphi}{\partial z^4}=0 \text{ или } \nabla^2\nabla^2\varphi=0$$

где $\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

Главные напряжения (применительно к численным значениям) определяются следующими путями:

$\sigma_1=\frac{q}{\pi}(\alpha+\sin\alpha)=\frac{3.0}{3.14}(0.588+0.554)=1.09$ кгс/см^2 = 0,11МПа;

$\sigma_2=\frac{q}{\pi}(\alpha-\sin\alpha)=\frac{3.0}{3.14}(0.588-0.554)=0{,}0325$ кгс/см^2 = 0,00325 МПа;

Известно, что на поверхности оснований от ленточного фундамента действующие распределенные нагрузки $q_{(x)}$ в вертикальном виде создает нормальное напряжение равные интенсивности $q_{(x)}$, т. е.

$$\sigma_z(0,x)=q(x)=P \tag{4}$$

С другой стороны:

$$\sigma_z(0,x)=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=-\frac{P}{2a}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\pi^2}{a^2}\cdot A_n\cdot\cos\frac{n\pi x}{a};\ z=0 \tag{5}$$

Тогда

$$-\frac{P}{2a}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\pi^2}{a^2}\cdot A_n\cdot\cos\frac{n\pi x}{a}=-\frac{P}{\alpha}\left(\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi x}{a}\right) \tag{6}$$

Отсюда:

$$A_n=\frac{P_\alpha}{n^2\pi^2} \tag{7}$$

Последние значения выбранной функции Ери для сосредоточенной нагрузки будут:

$$\varphi=-\frac{Px^2}{4a}+\frac{Pa}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\left(1+\frac{n\pi z}{a}\right)\cdot e^{-\frac{n\pi z}{\alpha}}\cdot\cos\frac{n\pi x}{\alpha} \tag{8}$$

В рассматриваемой задаче компоненты напряжений с применение функции Ери будут в следующем виде:

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=-\frac{P}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{n\pi z}{a}\right)\cdot e^{-\frac{n\pi z}{\alpha}}\cdot\cos\frac{n\pi x}{\alpha} \tag{9}$$

$$\sigma_z=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=-\frac{P}{2a}-\frac{P}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{n\pi z}{a}\right)\cdot e^{-\frac{n\pi z}{\alpha}}\cdot\cos\frac{n\pi x}{\alpha} \tag{9'}$$

$$\tau_{xz}=\tau_{zx}=-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z}=-\frac{P}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\pi z}{a}\cdot e^{-\frac{n\pi z}{\alpha}}\cdot\sin\frac{n\pi x}{\alpha} \tag{9''}$$

Как видно из (9, 9', 9") компоненты напряжений для плоских задач можно определить с помощью функции Ери, которые можно решить с применение рядов, как степенные тригонометрические функции косинуса и синуса, принимая взамен распределенной нагрузки q(x), кН/м, сосредоточенную нагрузку Р, кН, так как от стены сооружений через ленточный фундамент малой ширины действуют q(x) и большая нагрузка Р, которую можно принимать как сосредоточенную нагрузку, чтобы выбрать функцию Ери для определения компонентов напряжения действующих на основание.

Исходя из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

Часто встречаются подземные сооружения, в которых стены передают равномерно распределенную нагрузку q(x) через ленточные фундаменты грунтовому основанию. В таких случаях, если интенсивность равномерно распределенной нагрузки q(x), относительно площади поверхности ленточного фундамента значительно больше, тогда взамен распределенной нагрузки можно принимать сосредоточенную нагрузку Р, кН, это облегчит практические вычисления компонентов напряжений в основаниях под ленточным фундаментом.

С целью облегчения по определению напряженного состояния оснований можно принимать одну функцию Ери, которая состоит из рядов степенной тригонометрической функции, где решение считается известным.

При любых видах действующих нагрузок в зависимости относительно к осям координат можно выбрать функции Ери и решить задачи плоских и пространственных напряженных состояний (табл. 1).

Зная величины компонентов нормальных и касательных (или главных) напряжений возникающих в основаниях подземных сооружений с ленточными фундаментами, можно дать оценки несущей способности грунтов в основаниях и принимать инженерные меры по усилению оснований или силикатными или полимерными способами закрепления или применить свайные фундаменты или «стена в грунте» и т. д.

Библиографический список

1.Самедов А. М., Зарубкина О. В., Назаренко И.И. Влияние динамических нагрузок метрополитена на окружающую среду. Меж. ведом. научно-техн. сборн. Стр-ное произв. НДІБВ, вып. 49, Киев: 208. – с. 27-30.

2.Самедов А. М., Мани А.Д.Д., Алексеенко Я.В. Разрушение оснований подземных сооружений со слабыми подстилащими грунтами при динамических нагрузках нарушает экологию окружающей среды. Тезы VIII – всеукр. конф. студентів, магістрів та аспірантів «Сучасні проблеми екології та технології», журнал ЖДТУ.

3.Самедов А. М., Алексеенко Я. В., Разрушения оснований со слабыми подстилающими грунтами подземных сооружений при динамических нагрузках. Перспективы освоения подземного пространства. 5-я международная научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и студентов. 7-8 апреля 2011 г. ГВУЗ «НГУ», Днепропетровск 2011 г. – с. 49-52.

4.Самедов А. М. Расчет и проектирование подземных сооружений мелкого заложения (монография) Киев, НТУУ «КПИ», 2013 г, - 851с.

5.Флорин В. А. Основы механики грунтов, том I, Л-М.: «Стройиздат», 1959г, - 352с.

6.Цытович Н. А. Механика грунтов. М.: «Стройиздат», 1963г, - 255с.

Надійшла до редакції 08.05.2017

А.М. Самедов, В.І. Охріменко
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Україна, м. Київ

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ОСНОВ ПІД СТРІЧКОВИМИ ФУНДАМЕНТАМИ ПІДЗЕМНИХ СПОРУД

Розглянуто проблеми напруженого стану основ під стрічковими фундаментами підземних споруд. Визначено від смугових рівномірно розподілених навантажень q(x) діючих від стін підземних споруд через стрічкові фундаменти на поверхні основ компоненти нормальних σ_x, σ_z і дотичних τ_{xz}, τ_{zx} напружень. Прийнято величини діючих навантажень q(x) у вигляді періодичної функції тригонометричного ряду синуса і косинуса. Використано можливості застосувань замість рівномірно розподіленого навантаження q(x) зосереджене P при великій інтенсивності q(x) на малу площу стрічкового фундаменту, які полегшують розрахунок при обчисленні компонентів напружень, що виникають в основах підземних споруд.

Ключові слова: нормальні і дотичні компоненті напружень, стрічкові фундаменти, підземні споруди, основи, функція Ери, розподілені і зосереджені навантаження.

A. Samedov, V.Ohrimenko
National technical university of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute named Igor Sikorsky", Ukraine, Kyiv

STRESSED STATTE ON BAND-BASED FOUNDATIONS UNDEGROUND STRUCTURES

The problems of the stressed state of the bases under the tape foundations of underground structures are considered. The components of the normal σ_x, σ_z and the tangential stresses τ_{xz}, τ_{zx} are determined from the strip uniformly distributed loads q(x) of the underground structures operating from the walls through the strip foundations on the surface of the bases. The values of the existing loads q(x) are taken in the form of a periodic function of the trigonometric series of the sine and cosine. The possibilities of applications were used instead of the uniformly distributed load q(x) concentrated at a high intensity q(x) for a small area of the strip foundation, which facilitates the calculation of stress components arising in the foundations of underground structures.

Keywords: normal and tangential stress components, band foundations, underground structures, foundations, distributed and concentrated loads.