

УДК 629.113

ВЕРБИЦКИЙ В.Г., д.ф.-м.н., профессор,
Государственный экономико-технологический университет транспорта;
БАННИКОВ В.А., к.т.н., доцент,
Запорожский национальный технический университет;
ЗИНОВЬЕВ Е.Я., ст. преп.,
Донецкая академия автомобильного транспорта

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ КОЛЕСА ПРИ ПОВОРОТЕ ОТНОСИТЕЛЬНО НАКЛОННОЙ СТОЙКИ

Представлены результаты сравнительного анализа теоретических и экспериментальных исследований кинематики колеса трехколесного экипажа (массштабной модели) при повороте относительно наклонной стойки. Приведены зависимости, отражающие аналитический подход.

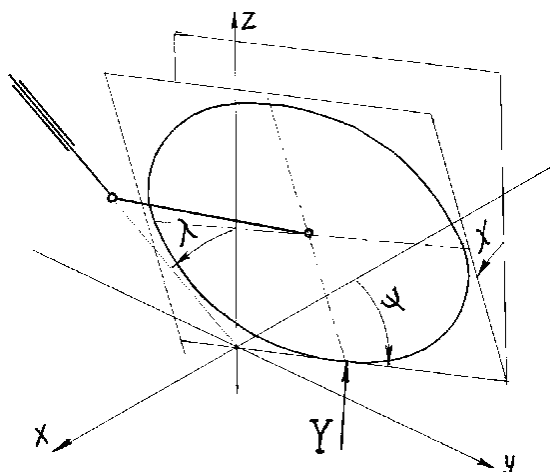
Ключевые слова: модель трехколесного экипажа, курсовой угол, пространственное положение колеса, наклонная стойка

Постановка проблемы

Уточненные сведения о пространственных положениях колеса и стойки с учетом ее угла наклона ($\lambda \neq 0$), а также углов поворота стойки относительно своей оси, на угол не менее $\psi \pm 90^\circ$ (управляемое колесо ведущее), позволяют создать более точную математическую модель движения 3-х колесного экипажа в целом.

Анализ последних исследований и публикаций

Исследование поведения колеса в передней стойке, а именно в режиме ее возмущенного движения, представлены для частного случая ($\lambda=0$) [1]. Известные работы по исследованию поведения колеса в передней стойке, а именно по расположению точек контакта шины с опорной поверхностью, проводились для традиционной схемы управляемого колеса в составе 2-х колесного переднего управляемого моста при неподвижном автомобиле [2]. Проводились также исследования поведения колеса в одноколесной передней стойке, а именно в режиме ее возмущенного движения, которые представлены для частного случая ($\lambda=0$) [3,4]. При этом, однако, углы поворота управляемого колеса, не превышали их максимальных и традиционных значений.



Цель статьи

Целью статьи является иллюстрация подхода к реализации определения характеристик пространственного положения колеса при его повороте в широком диапазоне значений углов относительно наклонной стойки, и выполнение сопоставления экспериментальных исследований.

В работе рассмотрена упрощенная схема, не учитывающая изменения угла наклона стойки при повороте переднего колеса относительно её оси.

Основная часть

Углы, задающие пространственное положение колеса при повороте относительно наклонной стойки: курсовой угол θ ; угол развала χ (положение точки контакта при $\psi=0$ выбирается за начало координат). Геометрическое место точек контакта при изменении угла поворота ψ будет зависеть лишь от двух конструктивных параметров – радиуса колеса R и угла наклона стойки λ (в модели трехколесного экипажа угол λ меняется в зависимости от ψ) (1,2).

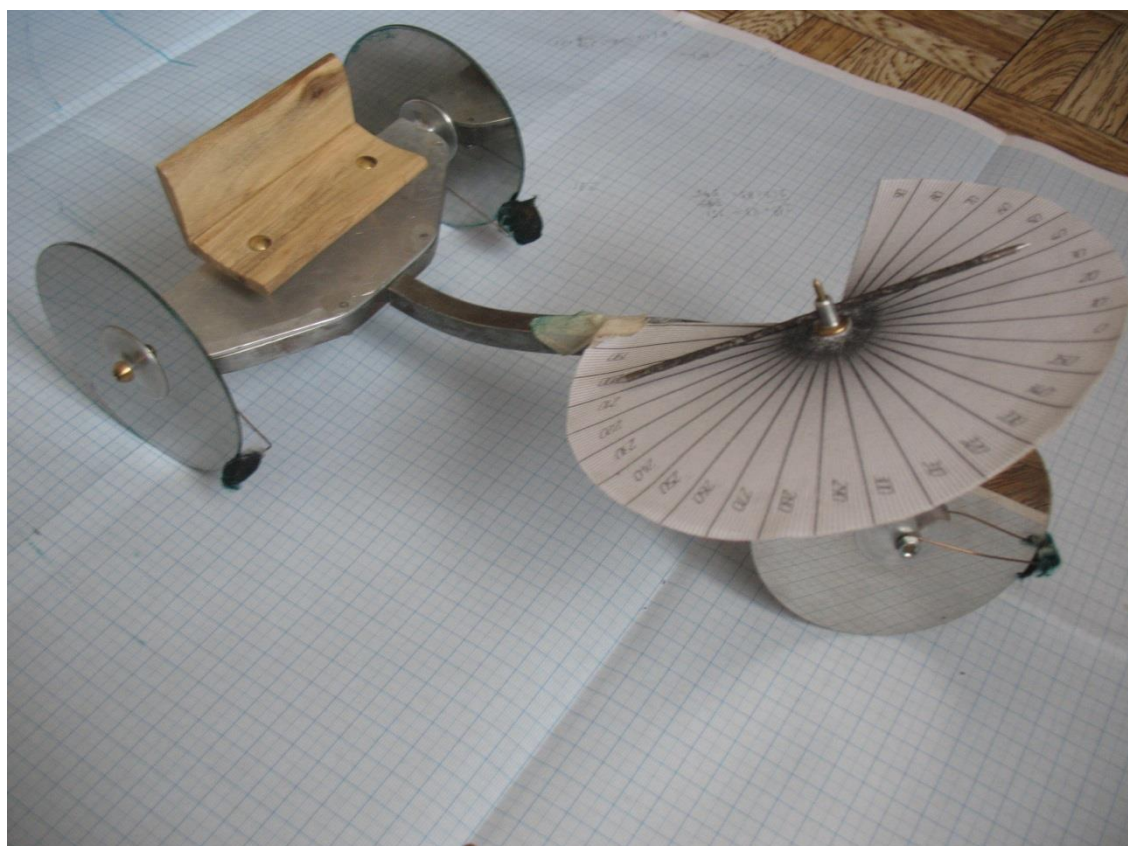


Рис.2. Масштабная модель трехколесного экипажа

Параметры масштабной модели трехколесного экипажа: база $L=232$ мм, с углом наклона стойки $\lambda=20^\circ$, радиус колеса $R=47,5$ мм, возможность установки угла поворота стойки не менее $\psi \pm 90^\circ$. Жесткие зеркальные колеса позволяют использовать оптический метод (луч «лазерной» указки) для повышения точности угловых измерений.

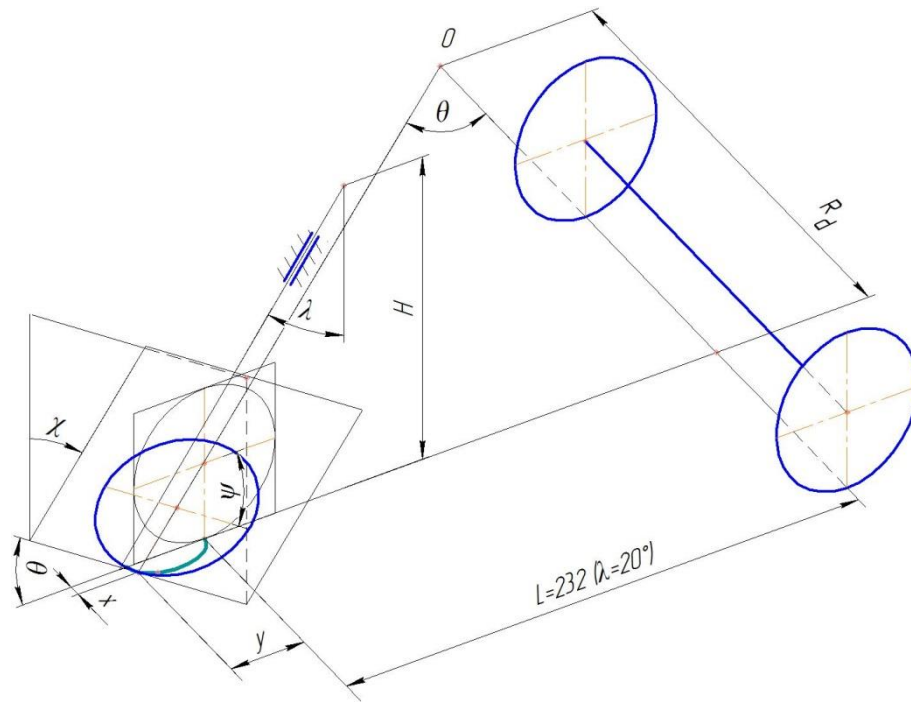


Рис.3. Общий вид схемы модели 3-х колесного экипажа

Вычисление проведены для следующих числовых значений конструктивных параметров:

$$R := \frac{95}{2}; \quad \lambda := \frac{\pi}{9}; \quad \psi := \frac{\pi}{4};$$

Соотношения, определяющие курсовой угол θ и угол развала χ :

$$> Sx := \text{evalf}(\sin(\psi) \cdot \sin(\lambda));$$

$$Sx := 0.241844762647976$$

$$> Cx := \sqrt{1 - Sx^2};$$

$$Cx := 0.970314954424461$$

$$> \chi := \arcsin(Sx);$$

$$\chi := 0.244266601795615$$

$$> \text{evalf}\left(\frac{\chi \cdot 180}{\pi}\right);$$

$$13.9954453588914$$

$$> St := \tan(\chi) \cdot \cot(\lambda);$$

$$St := 0.249243569363955 \cot\left(\frac{1}{9} \pi\right)$$

$$> \theta := \arcsin(St);$$

$$\theta := \arcsin\left(0.249243569363955 \cot\left(\frac{1}{9} \pi\right)\right)$$

$$> \text{evalf}\left(\frac{\theta \cdot 180}{\pi}\right);$$

$$43.2191788937145$$

$$> ZO := R \cdot Cx;$$

$$ZO := 46.0899603351619$$

$$\Delta ZO := R - ZO;$$

$$\Delta ZO := 1.4100396648381$$

$$\Delta L := \text{evalf}(\Delta ZO / \cos(\lambda));$$

$$\Delta L := 1.50053286963009$$

$$YO := \Delta ZO \cdot \tan(\lambda);$$

$$YO := 1.4100396648381 \tan\left(\frac{1}{9} \pi\right)$$

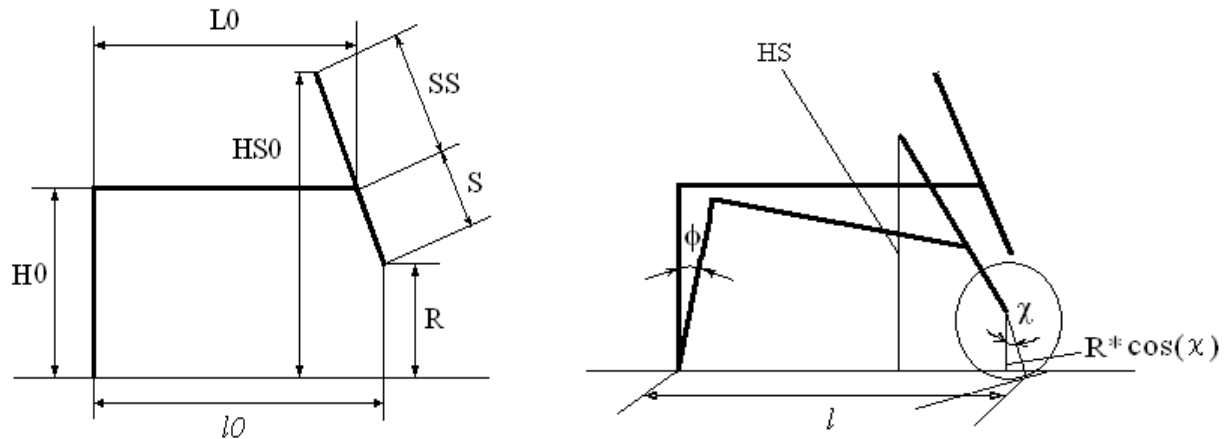


Рис. 4. Схема появления тангажа при повороте стойки на угол ψ и наклоне колеса на угол χ

Определение положения точки контакта переднего колеса непосредственно по расчетной схеме экипажа

Величину угла тангажа ϕ при повороте рулевого колеса определяем из уравнения:

$$H0 \cdot \cos(\phi) - L0 \cdot \sin(\phi) - S \cdot \cos(\lambda - \phi) = R \cdot \sqrt{1 - (\sin(\psi) \cdot \sin(\lambda - \phi))^2}.$$

Углы χ , Θ из соотношений:

$$\chi = \arcsin(\sin(\psi) \cdot \sin(\lambda - \phi)); \quad \Theta = \arcsin(\tan(\chi) \cdot \tan(\lambda - \phi)).$$

Аппликата характерной точки:

$$HS = (SS + S) \cdot \cos(\lambda - \phi) + R \cdot \sqrt{1 - (\sin(\psi) \cdot \sin(\lambda - \phi))^2}.$$

База модели:

$$l = H0 \cdot \sin(\phi) + L0 \cdot \cos(\phi) + S \cdot \sin(\lambda - \phi) + R \cdot \sin(\chi) \cdot \sin(\Theta);$$

$$l0 = L0 + S \cdot \sin(\lambda).$$

Отклонения точек контакта в продольном и поперечном направлениях:

$$YK = l - l0;$$

$$XK = R \cdot \sin(\chi) \cdot \cos(\Theta).$$

$$R = 47.50 \text{ мм}; \quad H0 = 99.70 \text{ мм}; \quad L0 = 213 \text{ мм}; \quad S = 55.55 \text{ мм}; \quad SS = 39.16 \text{ мм}; \quad l0 = 232.00 \text{ мм};$$

$$HS0 = 136.50 \text{ мм}.$$

```
#5: YK := .1203090; XK := 1.410814602; HS := 136.4818475;
#10: YK := .4778657; XK := 2.780367143; HS := 136.4279965;
#15: YK := 1.0626282; XK := 4.068460438; HS := 136.3402402;
#30: YK := 3.9850748; XK := 7.079940143; HS := 135.9074161;
#45: YK := 8.0233110; XK := 8.227989847; HS := 135.3246624;
#60: YK := 12.1155080; XK := 7.171837794; HS := 134.7515090;
#75: YK := 15.1458855; XK := 4.160363387; HS := 134.3378886;
#90: YK := 16.2624840; XK := -.322624e-8; HS := 134.1877324;
```

Координаты точек контакта:

$$XK := evalf(R \cdot Sx \cdot \cos(\theta)) \quad (1)$$

$$XK := 8.37148635805861$$

$$YK := evalf(YO + R \cdot Sx \cdot \sin(\theta)) \quad (2)$$

$$YK := 8.37983642281342$$

Непрерывные кривые на графиках отвечают «непрерывному» изменению угла поворота ψ ; дискретные точки отвечают экспериментальным данным.

$P := \text{plot}([YK, XK, psi = 0..89.9 \cdot Pi/180]):$

$PP := \text{pointplot}([[0,0], [2.5,6], [4,8], [8,10.5], [13,9.5], [15,7], [17.5,0]]):$

Угол развала χ :

$$\begin{aligned} &\text{pointplot}\left(\left[\left[0,0\right], \left[15 \cdot Pi/180, \left(4 + \frac{31}{60}\right) \cdot Pi/180\right], \left[30 \cdot Pi/180, \left(10 + \frac{55}{60}\right) \cdot Pi/180\right], \right. \right. \\ &\left. \left[45 \cdot Pi/180, \left(14 + \frac{2}{60}\right) \cdot Pi/180\right], \left[60 \cdot Pi/180, \left(17 + \frac{47}{60}\right) \cdot Pi/180\right], \right. \\ &\left. \left[75 \cdot Pi/180, \left(19 + \frac{3}{60}\right) \cdot Pi/180\right], \left[90 \cdot Pi/180, 20 \cdot Pi/180\right] \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

Таблица 1

Таблица параметров, полученных при экспериментальных исследованиях модели экипажа, при $\lambda=20$ град; $R = 47,5$ мм; $L=232$ мм

ψ , град	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
x; y, мм	0; 0	6; 2,5	8; 4	10,5; 8	9,5; 13,0	7; 15,0	0; 17,0
H, мм	136,5	136,1	135,8	135,6	135,3	134,5	133,8
Θ , град	0	16°33'	31°34'	46°56'	59°57'	73°07'	90°
χ , град	0°	4°31'	10°55'	14°02'	17°47'	19°03'	20°
ΔL , мм	0	2,5	4	8	13	15	17
Λ , град	20°	19°59'	19°57'	19°55'	19°53'	19°51'	19°50'
R_D , мм	∞	–	365	211	121,8	–	0

Здесь и далее (рис.4, 5, 8) точки в виде ромбов – результаты экспериментов. Сплошная линия – результат решения уравнений (3), (4), (1), (2).

$\text{plot}(\chi, \text{psi} = 0..89.9 \cdot \text{Pi}/180)$

Курсовой угол Θ :

$$\begin{aligned} \text{pointplot}\left(\left[\left[0,0\right],\left[15 \cdot \text{Pi}/180,\left(16+\frac{33}{60}\right) \cdot \text{Pi}/180\right],\left[30 \cdot \text{Pi}/180,\left(31+\frac{34}{60}\right) \cdot \text{Pi}/180\right],\right.\right. \\ \left.\left[\left[45 \cdot \text{Pi}/180,\left(46+\frac{56}{60}\right) \cdot \text{Pi}/180\right],\left[60 \cdot \text{Pi}/180,\left(59+\frac{57}{60}\right) \cdot \text{Pi}/180\right],\right.\right. \\ \left.\left[\left[75 \cdot \text{Pi}/180,\left(73+\frac{7}{60}\right) \cdot \text{Pi}/180\right],\left[90 \cdot \text{Pi}/180,90 \cdot \text{Pi}/180\right]\right]\right]; \end{aligned} \quad (4)$$

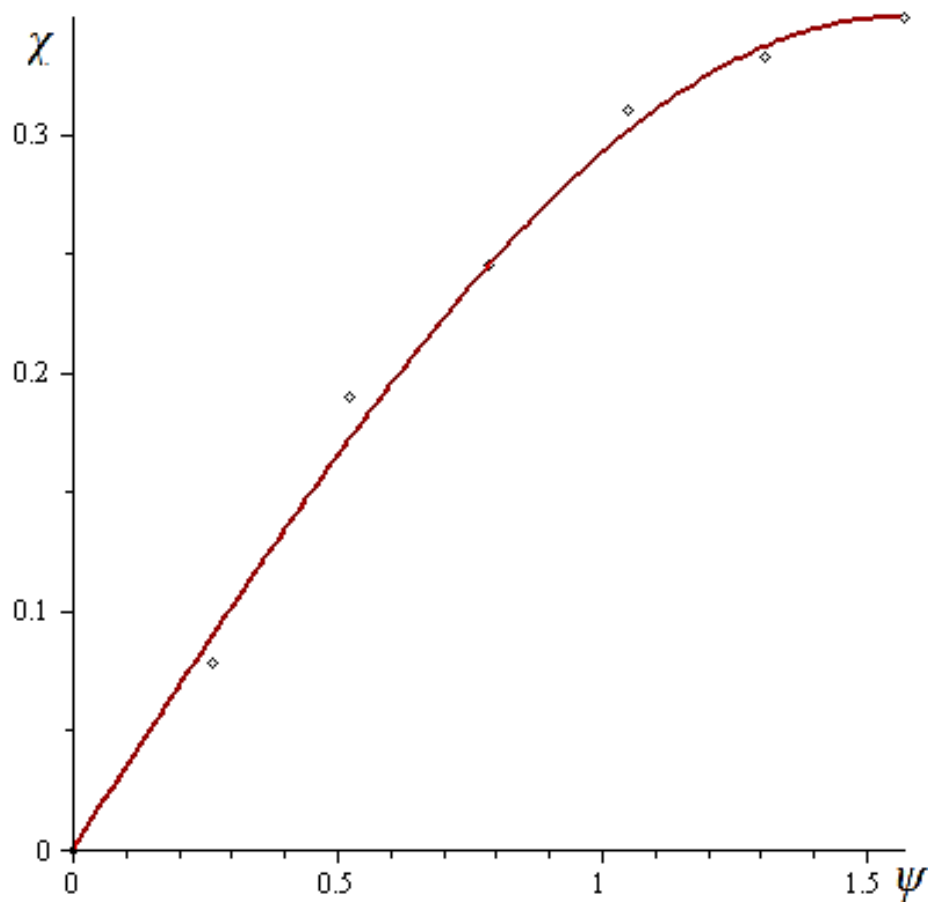


Рис. 4. Угол «развала» как функция угла ψ

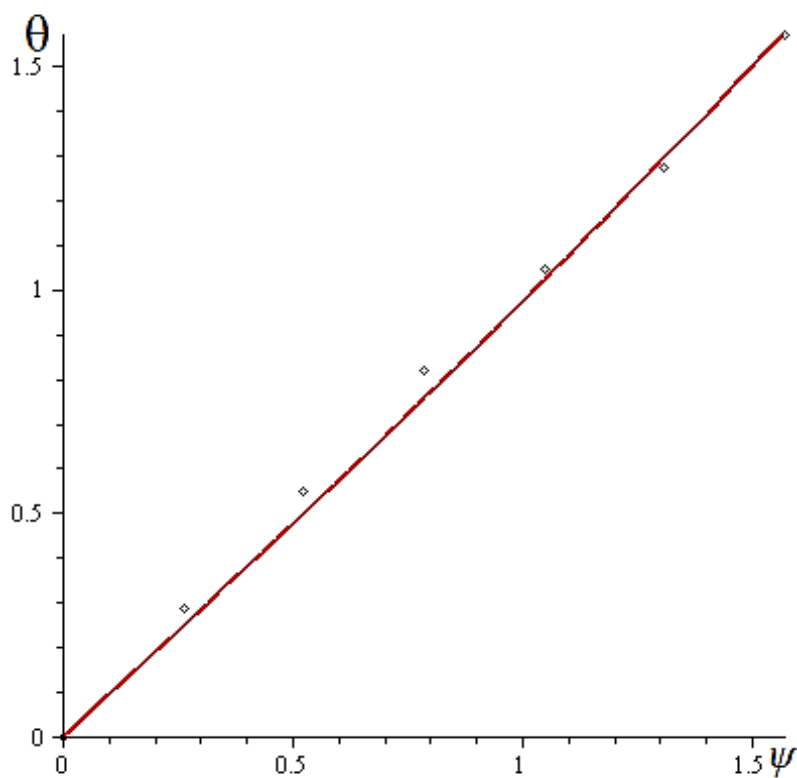


Рис. 5. Курсовой угол в плоскости дороги, как функция угла ψ

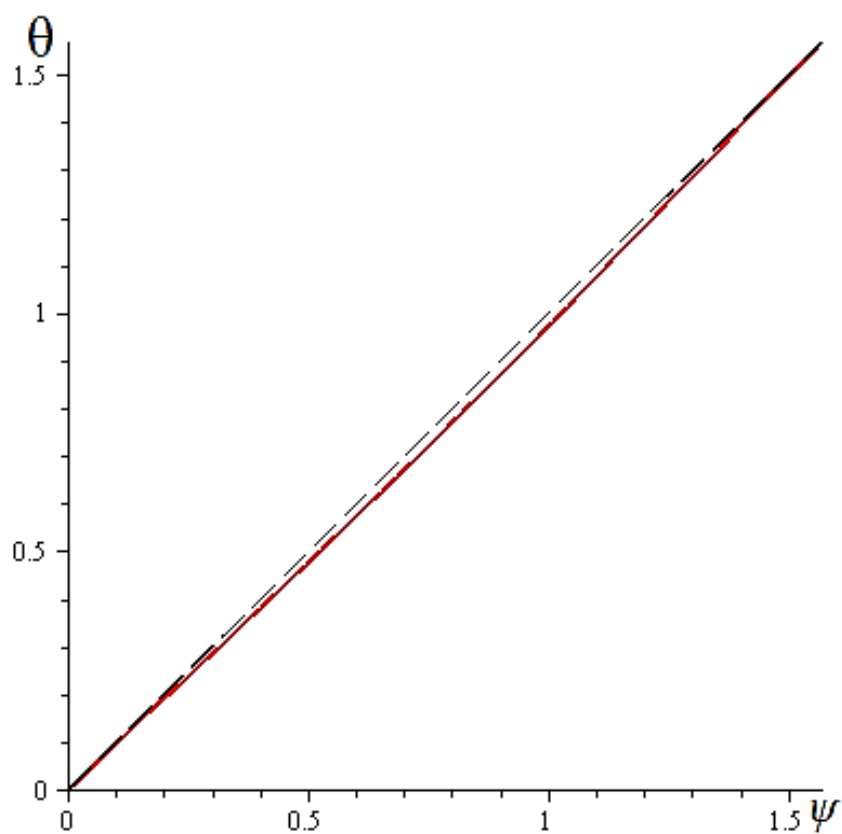


Рис.6. Запозывание курсового угла θ отношению к углу ψ контакта колеса

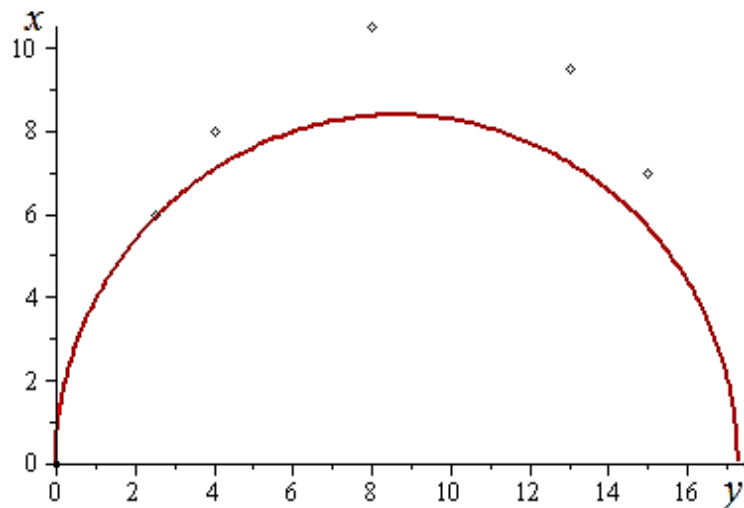


Рис. 7. Положение точек контакта по отношению к углу ψ

Наибольшее рассогласование результатов наблюдается для координат точек контакта, которое указывает на необходимость еще большего усовершенствования методов измерений.

Далее определим радиус кривизны круговой траектории середины задней оси экипажа для различных значений угла ψ и определим эффективную базу как функцию этого угла ψ .

$$R_D = L(\psi) / \operatorname{tg}(\theta)$$

$$L(\psi) = L(0) + YK - XK \cdot \operatorname{tg}(\theta),$$

где $L(\psi)$ – эффективная база экипажа, $\operatorname{tg}(\theta) = \operatorname{tg}(\psi) \cdot \cos(\lambda)$

Соотношения, определяющие курсовой угол θ и угол развала χ :

$$\sin(\theta) = \operatorname{tg}(\chi) \cdot \operatorname{ctg}(\lambda); \quad (\operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg} \psi \cdot \cos \lambda); \quad \sin \chi = \sin \psi \cdot \sin \lambda;$$

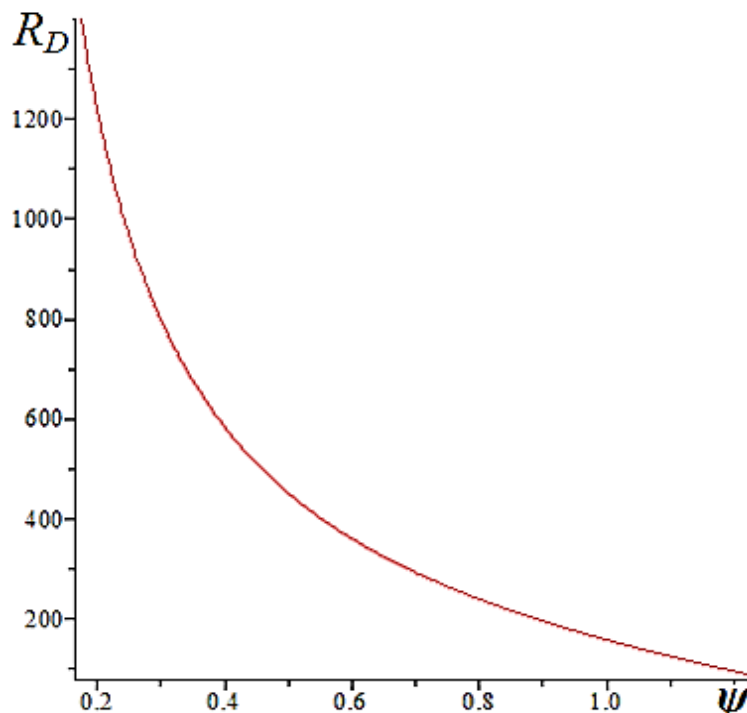


Рис. 8. R_D как функция угла поворота стойки (руля) ψ

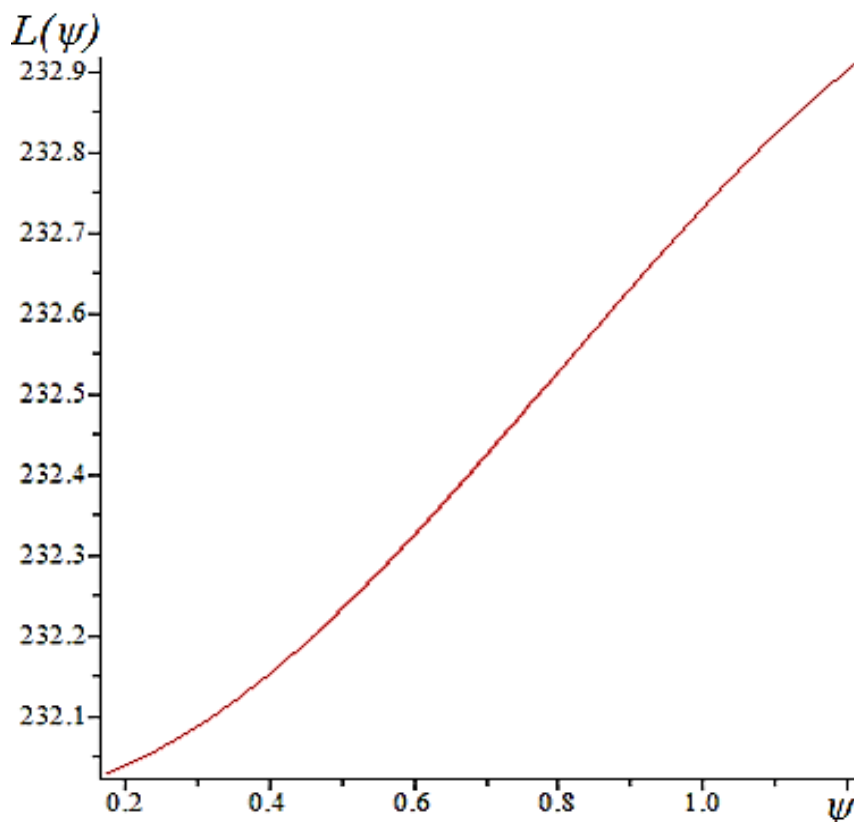


Рис. 9. Зависимость величины эффективной базы $L(\psi)$ в зависимости от угла поворота руля ψ

Выводы

1. Угол «развала» колеса, возрастает и достигает максимума, равного углу наклона стойки при повороте рулевого колеса на 90° .
2. Курсовой угол в плоскости дороги не совпадает с углом поворота рулевого колеса.
3. Запаздывание курсового угла Θ по отношению к углу ψ , при повороте руля на 45° , достигает максимума и составляет не более 0,05 радиана.
4. Точки контакта колеса, в зависимости от угла поворота руля ψ в пределах от 0° до 90° , располагаются по полуокружности таким образом, что при продолжении поворота рулевого колеса в ту же сторону на 90° (суммарно – на 180°), последние располагаются на окружности диаметром $L - L(0)$.
5. Величина эффективной базы $L(\psi)$ в зависимости от угла поворота руля ψ в пределах от 0° до 90° увеличивается на 0,1 %.
6. Для проверки сопоставления результатов экспериментального определения пространственного положения колеса при повороте относительно наклонной стойки масштабной модели трехколесного экипажа с результатами общего аналитического подхода использовано также сравнение радиусов кривизны круговой траектории середины задней оси экипажа R_D (R_D как функция угла поворота стойки (руля) $\psi \dots$), из которого следует, что R_D , с ростом ψ от 0° до 90° , уменьшается от ∞ до 0.

Список литературы

1. Вербицкий В.Г., Банников В.А., Загороднов М.И., Картунов А.Н. К теории анализа характеристик неустановившегося увода // В.Г. Вербицкий // – Луганск: Вісник Східно-Українського національного університету імені Володимира Даля -№11(141) (Науковий журнал) – 2009, – С.70 – 73
2. Клімов Е. С. Дослідження траєкторії руху точки контакту жорсткого керованого фальш-колеса при комбінованому нахилі шворня під час повороту на місці. Вісник національного техніч-

ного університету «ХІІ» Серія: Автомобіле- та тракторобудування Збірник наукових праць № 8 (1051) 2014. С.148 – 154.

3. V.Cossalter, N.Ruffo, F.Biral, R.Berritta: Development of a novel three-wheeled vehicle 15.Sicherheit Umwelt Zukunft 111, Tagungsband der 3 Motorradkonferenz, 2000 – № 9 – 19 p.

4. Сахно В.П. Вплив конструивних параметрів триколісного екіпажу на його маневриність / В.П.Сахно, В.Г.Вербицький, В.О.Банніков – [Вісник центрального наукового центру транспортної академії наук., окремий випуск] – Автошляховик України – Випуск 12 – червень – 2009. – С.178 – 183

Вербицький В.Г., Банніков В.О., Зинов'єв Є.Я. До визначення характеристик просторового положення колеса при повороті відносно похилої стійки

***Анотація.** Представлені результати порівняльного аналізу теоретичних й експериментальних досліджень кінематики колеса триколісного екіпажу (масштабної моделі) під час повороту щодо похилої стійки. Показані залежності, що відображають аналітичний підхід.*

***Ключові слова:** модель триколісного екіпажу, курсовий кут, просторове положення колеса, похила стійка*

Verbitsky V.G., Bannikov V.A., Zinovev E.Ya. The characterization of the spatial position of a wheel in rotation relative to the boom stand

***Abstract.** Results of the comparative analysis of theoretical and pilot studies of a three-wheeled crew (scale model) wheel kinematics at turning movement of rather inclined rack are presented. The dependences reflecting analytical approach are given.*

***Keywords:** model of a three-wheeled crew, course angle, spatial position of the wheel, inclined stand*

Стаття надійшла до редакції 19.08.2014 р.