*УДК 629.113*

***КОСЕНКО Е.Е., к.т.н., доцент; КОСЕНКО В.В., к.т.н., доцент;***
***ЧЕРПАКОВ А.В., к.т.н., доцент; ЕГОРОЧКИН А.О., инженер***
***Ростовский государственный строительный университет***

# ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СТАНЦИИ ТЕХНИЧЕСКОГО ОСМОТРА АВТОМОБИЛЕЙ

*Проведена оценка временных промежутков поступления автомобилей на станцию технического осмотра автомобилей. Результаты полученных исследований обработаны на соответствие трехпараметрическому закону распределения Вейбулла. Приведена методика определения параметров рассматриваемого закона при использовании полученных выборочных значений временных промежутков.*

***Ключевые слова:*** *выборка, закон распределения, совокупность конечного объема.*

## Постановка проблемы

Необходимость в увеличении количества станций технического осмотра связана с постоянным ростом парка машин. Для определения необходимого количества станций можно воспользоваться соотношением: 1 станция на 1 тыс. автомобилей. Для выполнения такого условия требуется разработка целого комплекса мероприятий, связанных с поддержанием такого сегмента рынка. Однако более простым путем увеличения парка обслуживаемых автомобилей является увеличение пропускной способности станции технического обслуживания.

Пункт технического осмотра, имеющий в своем распоряжении универсальную диагностическую линию, которая состоит из трех постов, был использован в качестве места проведения экспериментальных исследований.

В качестве эксперимента в представленной работе предлагается оценить пропускную способность станции технического обслуживания автомобилей, расположенную в г. Ростов-на-Дону. Работа проводится с целью определения необходимого и минимального времени на проведение диагностических операций при определении технического состояния автомобилей. При проведении исследований выбраны автомобили различных категорий.

Определение промежутков времени, отделяющих различные операции, проводилось в несколько этапов. На первом этапе проводимые операции делились на отдельные части для представления в последующем в качестве элемента графика. При проведении замеров промежутков времени выбирались следующие промежутки: начало движения автомобиля при заезде на станцию; окончание движения автомобиля после заезда на первый пост; начало движения автомобиля при его перемещении с первого поста на второй; окончание движения автомобиля после заезда на второй пост; начало движения автомобиля при его перемещении до каждого последующего поста; окончание движения автомобиля после заезда на n-ый пост; начало движения автомобиля при съезде с линии; окончание движения автомобиля при его постановке на стоянку.

## Цель статьи

Рассматриваемый пункт технического осмотра автомобилей укомплектован несколькими линиями диагностического обследования. При определении промежутков времени движения автомобилей по станции технического обслуживания получены выборочные значения. Результаты полученных значений предлагается оценить с применением математического метода, особенностью которого является использование аналитического перехода от выборочных парамет-

ров к параметрам распределения трехпараметрического закона Вейбулла для совокупности конечного объема в области минимальных значений времени проведения диагностических операций.

**Основной раздел**

Предлагаемый аналитический метод для оценки результатов исследований

– позволяет определять параметры распределения трехпараметрического закона Вейбулла для совокупности по выборочным параметрам распределения (как при b>2, так и при b<2, в отличие от метода Dubey);

– использует закон Вейбулла с тремя параметрами для распределения выборочных сдвигов [1, 7].

В основе предлагаемого аналитического метода лежит условие равенства сдвига выборочного распределения и математического ожидания распределения крайних членов выборок или с допустимой погрешностью сдвигов выборочных распределений μ=c.

Допустим, что выборочные данные распределены по закону Вейбулла с тремя параметрами:

$$F(x)=1-e^{-\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b}} \tag{1}$$

Если $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – минимальные члены выборки, а

$$\xi_n=\min\left(x_1,x_2,\ldots,x_n\right) \tag{2}$$

Закон распределения минимальных членов выборок или, приближенно, сдвигов выборочных распределений согласно теории крайних членов выборок имеет вид [2]:

$$F(x)=P(\xi_n\langle x)=1-\left[1-F(x)\right]^{n}, \tag{3}$$

где $n$ – количество выборок объема m каждая.

Если подставим в (3) функцию (1), то функция распределения минимальных членов или, приближенно, сдвигов выборочных распределений будет иметь вид:

$$F(x)=1-e^{-n\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b}} \tag{4}$$

Плотность распределения минимальных членов следующая:

$$f(x)=n\cdot\left(\frac{b}{a}\right)\cdot\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1}\cdot e^{-n\cdot\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b}} \tag{5}$$

Приняв условие, что математическое ожидание распределения (5) μ совпадает с параметром сдвига "c" выборочного распределения, найдем числовые характеристики распределения.

Дисперсию распределения сдвигов $c_i$ найдем по формуле:

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx;$$

$$D(x) = \int_{c}^{\infty} (x-c)^2 n\frac{b}{a}\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} e^{-n\left(\frac{x-c}{a}\right)^b} dx$$

В интеграле сделаем замену переменных

$$n\left(\frac{x-c}{a}\right)^b = t;$$

$$x = c \Rightarrow t = 0 \quad ;$$

$$n\frac{b}{a}\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} dx = dt;$$

$$x-c = \frac{t^{\frac{1}{b}}}{n^{\frac{1}{b}}}\cdot a \,\Bigg|\, = \int_0^{\infty}\left(\frac{t^{\frac{1}{b}}}{n^{\frac{1}{b}}}\cdot a\right)^2 \cdot e^{-t}dt = \frac{a^2}{n^{\frac{2}{b}}}\int_0^{\infty} t^{\frac{2}{b}}\cdot e^{-t}dt = \frac{a^2}{n^{\frac{2}{b}}}\cdot \Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)$$

Так как

$$\int_0^{\infty} t^{\frac{2}{b}} e^{-t}dt = \Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right),$$

то

$$D(x) = \frac{a^2}{n^{\frac{2}{b}}}\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)$$

Среднее квадратическое отклонение распределения сдвигов $c_i$ найдем по формуле:

$$S = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\frac{a^2}{n^{\frac{2}{b}}}\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)} = \frac{a}{n^{\frac{1}{b}}}\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)},$$

$$S = \frac{a}{n^{\frac{1}{b}}}\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)} \qquad (6)$$

Найдем коэффициент асимметрии

$$\rho_B = \frac{\mu_3}{S^3}\,; \tag{7}$$

$$\mu_3 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^3 \cdot f(x)dx\,, \tag{8}$$

т. к.
$$\mu = c\,,\; f(x) = n \cdot \frac{b}{a}\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} \cdot e^{-n\cdot\left(\frac{x-c}{a}\right)^b}\,, \tag{9}$$

получим

$$\mu_3 = \int\limits_{c}^{\infty} (x-c)^3 \cdot n \cdot \frac{b}{a}\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} \cdot e^{-n\left(\frac{x-c}{a}\right)^b} dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} n\left(\frac{x-c}{a}\right)^b = t \\ \frac{nb}{a}\left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} dx = dt \Rightarrow x-c = \frac{t^b a}{n^{\frac{1}{b}}} \end{matrix} \right| = \int\limits_0^{\infty} \frac{a^3}{n^{\frac{3}{b}}} \cdot t^{\frac{3}{b}} \cdot e^{-t}dt = \frac{a^3}{n^{\frac{3}{b}}} \int\limits_0^{\infty} t^{\frac{3}{b}} \cdot e^{-t}dt\,,$$

$$\mu_3 = \frac{a^3}{n^{\frac{3}{b}}}\,\Gamma\left(1+\frac{3}{b}\right), \tag{10}$$

где $\Gamma\left(1+\frac{3}{b}\right) = \int\limits_0^{\infty} t^{\frac{3}{b}} \cdot e^{-t}dt$.

Так как $S(x) = \sqrt{D(x)} = \frac{a}{n^{\frac{1}{b}}} \cdot \sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)}$, то

$$\rho_в = \frac{a^3 \cdot \Gamma\left(1+\frac{3}{b}\right) \cdot n^{\frac{3}{b}}}{n^{\frac{3}{b}} a^3 \left(\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)}\right)^3} = \frac{\Gamma\left(1+\frac{3}{b}\right)}{\left(\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)}\right)^3}\,. \tag{11}$$

Плотность распределения сдвигов $c_i$ имеет вид

$$f(x)=\frac{B}{A}\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B-1}e^{-\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B}}dx, X\geq C\cdot \tag{12}$$

Далее определяем коэффициент асимметрии и числовые характеристики:

$$\mu = AK_B + C, \tag{13}$$

$$\overline{D}(X)=\int_C^{\infty}(X-\mu)^2\frac{B}{A}\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B-1}e^{-\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B}}dX=$$

$$=\left|\begin{matrix}\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B}=t\\ \frac{B}{A}\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B-1}dX=dt\end{matrix}\right|\begin{matrix}X-\mu=X-AK_B-C=\\ =X-C-AK_B=At^{\frac{1}{B}}-AK_B\end{matrix}\right|=$$

$$=A^2\cdot\int_0^{\infty}\left(t^{\frac{1}{B}}-K_B\right)^2\cdot e^{-t}dt=$$

$$=A^2\left(\int_0^{\infty}t^{\frac{2}{B}}\cdot e^{-t}dt-2K_B\int_0^{\infty}t^{\frac{1}{B}}\cdot e^{-t}dt+K_B{}^2\int_0^{\infty}e^{-t}dt\right)=$$

$$=A^2\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{B}\right)-2K_B\Gamma\left(1+\frac{1}{B}\right)+K_B^2\cdot e^{-t}\Big|_0^{\infty}\right)=$$

$$=A^2\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{B}\right)-2K_B^2+K_B^2\right)=$$

$$=A^2\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{B}\right)-K_B^2\right)$$

$$\overline{S}(x)=\sqrt{\overline{D}(x)}=A\sqrt{\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{B}\right)-K_B^2\right)}\cdot \tag{14}$$

Определим центральный момент третьего порядка $\overline{\mu_3}$ выборочных сдвигов

$$\overline{\mu_3}=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^3f(x)dx=\int_C^{\infty}(x-\mu)^3\frac{B}{A}\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B-1}e^{-\left(\frac{X-C}{A}\right)^{B}}dx=$$

$$=\left|\begin{matrix}\left(\frac{x-C}{A}\right)^{B}=t\\ \frac{B}{A}\left(\frac{x-C}{A}\right)^{B-1}dx=dt\end{matrix}\right|\begin{matrix}x-\mu=x-AK_B-C=\\ =At^{\frac{1}{B}}-AK_B\end{matrix}\right|=$$

$$= A^3 \int_0^\infty \left( t^{\frac{1}{B}} - K_B \right)^3 e^{-t} dt = A^3 \left( \int_0^\infty t^{\frac{3}{B}} e^{-t} dt - 3K_B \int_0^\infty t^{\frac{2}{B}} e^{-t} dt + 3K_B^2 \int_0^\infty t^{\frac{1}{B}} e^{-t} dt - K_B^3 \int_0^\infty e^{-t} dt \right) =$$

$$= A^3 \left( \Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \cdot \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 3K_B^2 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{B}\right) - K_B^3 \cdot e^{-t}\Big|_0^\infty \right) =$$

$$= A^3 \left( \Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 3K_B^3 - K_B^3) \right) =$$

$$= A^3 \left( \Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 2K_B^3 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{\mu_з} = A^3 \left( \Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 2K_B^3 \right) \cdot \qquad (15)$$

Значит, коэффициент асимметрии имеет вид:

$$\rho_B = \frac{\overline{\mu_3}}{\overline{S^3}} = \frac{A^3 \left( \Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 2K_B^3 \right),}{A^3 \left( \sqrt{\Gamma(1 + \frac{2}{B}) - K_B^2} \right)^3}$$

$$\rho_B = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 2K_B^3}{\left( \sqrt{\Gamma(1 + \frac{2}{B}) - K_B^2} \right)^3} \qquad (16)$$

Так как $\rho_в = \rho_B$, то коэффициент *B* найдем из уравнения:

$$\frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3K_B \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 2K_B^3}{\left( \sqrt{\left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) - K_B^2\right)} \right)^3} = \rho_в . \qquad (17)$$

Подставим в (18) $K_B = \Gamma\left(1 + \frac{1}{B}\right)$ и получим

$$\frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{B}\right) - 3 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{B}\right) \cdot \Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) + 2\Gamma\left(1 + \frac{1}{B}\right)^3}{\left( \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{B}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{B}\right)^2} \right)^3} = \rho_в . \qquad (18)$$

По значению b по формуле (12) определяется значение $\rho_b$. Используя ГОСТ [4] по табл. 1, с. 7 для значения $\rho_b$ определяем значение $B$ как его первое приближение. Затем в формулу (19) подставляем значения $\rho_b$ и первое приближение параметра формы $B$ и находим окончательное значение $B$ [5, 6].

По найденному параметру $B$ в соответствии с [4]

$$K_B = \Gamma\left(1+\frac{1}{B}\right),$$

$$g_B = \sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{B}\right) - K_B^{\,2}}.$$

Тогда по формуле

$$A = \frac{S}{g_B} \tag{19}$$

находим параметр А распределения сдвигов $c_i$ и параметр сдвига

$$C = \mu - A \cdot K_B. \tag{20}$$

**Выводы**

Анализ проведенных расчетов показал предпочтительность применения данного метода для оценки промежутков времени движения автомобиля по станции технического осмотра.

Приведенная методика позволяет определить параметры распределения трехпараметрического закона Вейбулла для совокупности конечного объема (годовой временной фонд промежутков движения автомобиля по станции) по выборочным данным, что обеспечивает возможность прогнозирования загруженности станции технического осмотра.

Полученные результаты планируется использовать для дальнейших расчетов и разработки рекомендаций при определении возможности сокращения времени осмотра автомобилей.

**Список литературы**

**1. Dubey S.D. Hyper efficient of the location parameter of the Weibull laws// Naval research Logistics Quarterly.-1966.-N3.-P.253.**

**2. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. – М.: Наука, 1969. – 512 с.**

**3. Касьянов В.Е., Прянишникова Л.И., Прянишников А.В., Дудникова В.В. Определение параметра формы распределения Вейбулла для выборочных сдвигов с помощью коэффициента асимметрии // Тезисы докладов на IV Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике. – Петрозаводск, 2003. – Вып. 3. – Т. 10. С. 663-664).**

**4. ГОСТ 11.007-75. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров распределения Вейбулла. – М.: Изд-во стандартов, 1975. – 30 с.**

**5. Касьянов В.Е., Прянишникова Л.И., Дудникова В.В., Прянишников В.В., Кузьменко А.В. Метод определения распределения совокупности конечного объема по выборке // Тезисы докладов на VI всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике. – Петрозаводск, 2004. – Вып. 2. – Т. 11. С. 238-239).**

**6. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.**

**7. Бурцева О.А., Нефедов В.В., Косенко Е.Е., Косенко В.В., Черпаков А.В. Моделирование напряженного состояния арматурных стержней, применяемых при производстве преднапряженных железобетонных конструкций// Инженерный вестник Дона. – 2011. – № 4.**

**Косенко Є.Є., Косенко В.В., Черпаков О.В., Єгорочкін О.О. Застосування статистичних методів для оцінки пропускної здатності станції технічного огляду автомобілів**

***Анотація.*** *Проведено оцінка часових проміжків надходження автомобілів на станцію технічного огляду автомобілів. Результати отриманих досліджень оброблено на відповідність трехпараметрическому закону розподілу Вейбулла. Наведено методику визначення параметрів розглянутого закону при використанні отриманих вибіркових значень часових проміжків.*

***Ключові слова:*** *вибірка, закон розподілу, сукупність кінцевого об'єму*

**Kosenko E.E., Kosenko V.V., Cherpakov A.V., Egorochkin A.O. The Application of statistical methods for the assessment of the capacity station of technical inspection of cars**

***Abstract.*** *The estimation of time intervals of the arrivals of cars to the station of technical inspection of cars. The results of the studies processed for compliance with the law of three-parameter Weibull distribution. Describes methods of determining the parameters of the law when using the obtained sample values of the time intervals.*

***Keywords:*** *sampling, distribution law, the population of final volume*

*Стаття надійшла до редакції 01.11.2014 р.*