

УДК 621.1.016

ГУЩИН А.М., к. т. н., доцент; ПРИЛЕПСКИЙ Ю.В., к. т. н., доцент;
ОСТАНЬКОВИЧ А.Д.

Донецкий институт железнодорожного транспорта

ГАЗОВЫЕ СМЕСИ И СМЕСЕОБРАЗОВАНИЕ

В работе показана возможность определения параметров газовой смеси при заранее заданном объеме, заранее заданном давлении или заранее заданной температуре при отсутствии химических реакций между компонентами газовой смеси и теплообмена с внешней средой.

Ключевые слова: смесь газовая, объем заданный, давление заданное, температура заданная, параметры смеси

Постановка задачи

Смешивание газовых компонентов осуществляется в разнообразных машинах и устройствах. Например, в эжекторах смешивание газовых компонентов является основным процессом работы данного устройства. В поршневых компрессорах после такта выталкивания сжатого воздуха происходит смешивание оставшейся порции сжатого воздуха с порцией засасываемого воздуха. Аналогичные процессы наблюдаются и в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания. В бензиновых двигателях на такте впуска происходит смешивание паров бензина с воздухом и остатками отработавших газов.

При смешивании газовых компонентов с определенным комплексом характеристик формируется газовая смесь с новыми параметрами, отличными от исходных. При управлении технологическими процессами, связанными со смесеобразованием в газовых средах, необходимо четко знать алгоритм формирования ожидаемых параметров конечного продукта. Особенно это важно для высокودинамичных процессов, таких, например, как формирование состава рабочей смеси для работы высокооборотных двигателей внутреннего сгорания на переходных режимах.

В литературных источниках, в том числе в учебной литературе по термодинамике [1,...,10], отсутствует решение подобной задачи. Вместе с тем, ее решение позволило бы создать математическую модель и алгоритмы формирования рабочей смеси в двигателях внутреннего сгорания и интерполировать этот процесс на последующие периоды. То есть начинать формирование рабочей смеси заранее, еще до наступления соответствующего момента переходного процесса. В данной работе осуществлена попытка решения подобной задачи.

Цель работы

Целью работы является установление зависимостей для определения параметров состояния газовой смеси по известным параметрам состояния газовых компонентов, образующих смесь.

Основная часть

При расчетах параметров смесеобразования и состояния газовой смеси накладываются два ограничения: в процессе смесеобразования не происходят химические реакции между отдельными газовыми компонентами; в процессе смесеобразования отсутствует теплообмен с внешней средой.

На величины параметров состояния отдельных газовых компонентов и газовой смеси накладываются ограничения: они не должны принимать нулевые значения и не должны быть равными бесконечности.

При рассмотрении процессов смесеобразования используются известные уравнения термодинамики.

Уравнение состояния газа:

$$PV = mRT, \quad (1)$$

где P – давление газового компонента или газовой смеси;

V – объём газового компонента или газовой смеси;

m – масса газового компонента или газовой смеси;

R – удельная газовая постоянная газового компонента или газовой смеси;

T – температура газового компонента или газовой смеси.

Масса газовой смеси: $m = \sum_{i=1}^n m_i$, а значение удельной газовой постоянной $R_{см}$ определяется по одной из зависимостей:

$$R_{см} = \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{V_{см}} R_i; \quad R_{см} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{m_{см}} R_i, \quad (2)$$

где $R_{см}$ – удельная газовая постоянная для газовой смеси;

$V_i, V_{см}$ – объём отдельного i -того газового компонента и газовой смеси;

R_i – удельная газовая постоянная отдельного i -того газового компонента.

Уравнение адиабатного процесса:

$$PV^K = const \quad \text{или} \quad P_1 V_1^K = P_i V_i^K, \quad (3)$$

где P_1 и P_i – давление первого и i -того состояний газового компонента или газовой смеси;

V_1 и V_i – объём первого и i -того состояний газового компонента или газовой смеси;

K – показатель адиабатного процесса (показатель адиабаты).

Используются понятия: парциальное давление газового компонента в газовой смеси и парциальный объём газового компонента в газовой смеси.

В общем случае задача смесеобразования распадается на три отдельных задачи.

Задача 1 – определение параметров газовой смеси при смешивании газовых компонентов в некотором заранее заданном объёме $V_{см}$.

Задача 2 – определение параметров состояния газовой смеси и необходимого объёма смеси для достижения заранее заданного давления смеси $P_{см}$.

Задача 3 – определение параметров газовой смеси и её объёма при заранее заданной температуре смеси $T_{см}$.

Решение задачи 1.

Имеются два газовых компонента с параметрами состояния P_1, V_1, m_1, T_1, R_1 и P_2, V_2, m_2, R_2, T_2 . Определить параметры газовой смеси $P_{см}$ и $T_{см}$, если смешивание производят в заранее заданном объёме $V_{см}$.

Решение. Используя уравнение адиабатного процесса, приводим параметры состояния обоих компонентов к объёму газовой смеси $V_{см}$.

Согласно соотношению (3) можно записать два уравнения:

$$P_1 V_1^K = P'_1 V_{см}^K; \quad P_2 V_2^K = P'_2 V_{см}^K, \quad (4)$$

где P'_1 – давление первого газового компонента после изменения его объёма от V_1 до $V_{см}$;
 P'_2 – то же для второго газового компонента.

Из уравнений (4) можно получить:

$$P'_1 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_{см}} \right)^K; \quad P'_2 = P_2 \left(\frac{V_2}{V_{см}} \right)^K, \quad (5)$$

Таким образом, новые состояния характеризуются следующими параметрами: для первого газового компонента – P'_1 и $V_{см}$; для второго газового компонента – P'_2 и $V_{см}$.

По двум найденным параметрам P и V можно определить температуру этих компонентов. Согласно уравнению (1) и соотношениям (5) можно записать:

$$T'_1 = \frac{P'_1 V_{см}}{m_1 R_1} = \frac{V_{см}}{m_1 R_1} P_1 \left(\frac{V_1}{V_{см}} \right)^K; \quad (6)$$

$$T'_2 = \frac{V_{см}}{m_2 R_2} P_2 \left(\frac{V_2}{V_{см}} \right)^K \quad (7)$$

Если же соотношения mR в уравнениях (6) и (7) заменить согласно (1) на $mR = \frac{PV}{T}$, то уравнения (6) и (7) после преобразований примут вид:

$$T'_1 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_{см}} \right)^{K-1}; \quad T'_2 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_{см}} \right)^{K-1} \quad (8)$$

Далее параметры состояния газовых компонентов P'_1 , T'_1 , $V_{см}$ (первый газовый компонент) и P'_2 , T'_2 , $V_{см}$ (второй газовый компонент) приводим к температуре газовой смеси $T_{см}$.

Поскольку в этом случае объёмы каждого газового компонента и смеси одинаковы, то к этому процессу нельзя применить уравнение адиабатного процесса.

Используют уравнение первого закона термодинамики в виде:

$$Q = \Delta U + \int P dV \quad (9)$$

В нашем случае объём $V = \text{const}$, тогда уравнение (9) перепишется в виде:

$$Q = \Delta U, \quad (10)$$

где Q – сообщаемая в процессе теплота;

ΔU – изменение внутренней энергии рабочего тела (газовых компонентов).

Уравнение (10) применимо к изменению состояния первого и второго газовых компонентов при изменении их температур от T'_1 до $T_{см}$ – для первого газового компонента и от T'_2 до $T_{см}$ – для второго газового компонента.

При раскрытии уравнения (10) будем считать, что в общем случае удельная массовая изохорная теплоёмкость C_v является функцией температуры. Тогда можно записать два уравнения:

$$Q_1 = m_1 C_{v_1}(T_{cm}) \cdot T_{cm} - m_1 C_{v_1}(T'_1) \cdot T'_1, \quad (11)$$

$$Q_2 = m_2 C_{v_2}(T_{cm}) \cdot T_{cm} - m_2 C_{v_2}(T'_2) \cdot T'_2, \quad (12)$$

где $C_{v_1}(T_{cm})$ – удельная массовая изохорная теплоёмкость первого газового компонента при температуре смеси T_{cm} ;

$C_{v_1}(T'_1)$ – то же при температуре T'_1 ;

$C_{v_2}(T_{cm})$ – удельная массовая изохорная теплоёмкость второго газового компонента при температуре смеси T_{cm} .

$C_{v_2}(T'_2)$ – то же при температуре T'_2 .

Для того чтобы удовлетворить ранее принятое допущение о том, что процесс смешивания газовых компонентов – адиабатный, необходимо, чтобы сумма теплот $Q_1 + Q_2 = 0$. Исходя из этого требования, из уравнений (11) и (12) можно записать:

$$m_1 C_{v_1}(T_{cm}) \cdot T_{cm} - m_1 C_{v_1}(T'_1) \cdot T'_1 + m_2 C_{v_2}(T_{cm}) \cdot T_{cm} - m_2 C_{v_2}(T'_2) \cdot T'_2 = 0 \quad (13)$$

Уравнение (13) перепишем в виде:

$$m_1 C_{v_1}(T_{cm}) \cdot T_{cm} + m_2 C_{v_2}(T_{cm}) \cdot T_{cm} = m_1 C_{v_1}(T'_1) \cdot T'_1 + m_2 C_{v_2}(T'_2) \cdot T'_2 \quad (14)$$

Решение уравнения (14) относительно неизвестной величины T_{cm} зависит от формы связи удельной изохорной теплоёмкости C_v с температурой T .

Рассмотрим первый случай: удельная массовая изохорная теплоёмкость C_v не зависит от температуры.

Тогда из уравнения (14) можно получить:

$$T_{cm} = \frac{m_1 C_{v_1} T'_1 + m_2 C_{v_2} T'_2}{m_1 C_{v_1} + m_2 C_{v_2}} \quad (15)$$

В уравнение (15) подставим соотношения (8):

$$T_{cm} = \frac{m_1 C_{v_1} \cdot T_1 \left(\frac{V_1}{V_{cm}} \right)^{K-1} + m_2 C_{v_2} T_2 \left(\frac{V_2}{V_{cm}} \right)^{K-1}}{m_1 C_{v_1} + m_2 C_{v_2}} \quad (16)$$

Давление газовой смеси P_{cm} может быть определено как сумма парциальных давлений газовых компонентов либо по формуле:

$$P_{cm} = \frac{m_{cm} R_{cm} T_{cm}}{V_{cm}} \quad (17)$$

Формула (16) получена для случая смешивания двух газовых компонентов. Если же смешивается несколько газовых компонентов, то она примет вид:

$$T_{см} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot C_{v_i} \cdot T_i \left(\frac{V_i}{V_{см}} \right)^{\kappa-1}}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot C_{v_i}}. \quad (18)$$

Второй случай: удельная массовая изохорная теплоёмкость изменяется от температуры по линейному закону:

$$C_v = a + bT \quad (19)$$

В этом случае можно записать:

$$C_{v_1} = a_1 + b_1 T; \quad C_{v_2} = a_2 + b_2 T \quad (20)$$

С учётом соотношений (20) можно записать:

$$\begin{aligned} C_{v_1} T_{см} &= (a_1 + b_1 T_{см}) T_{см}; & C_{v_2} T_{см} &= (a_2 + b_2 T_{см}) T_{см}; \\ C_{v_1} T'_1 &= (a_1 + b_1 T'_1) T'_1; & C_{v_2} T'_2 &= (a_2 + b_2 T'_2) T'_2 \end{aligned} \quad (21)$$

Соотношения (21) подставляем в (14):

$$m_1 (a_1 + b_1 T_{см}) T_{см} + m_2 (a_2 + b_2 T_{см}) T_{см} = m_1 (a_1 + b_1 T'_1) T'_1 + m_2 (a_2 + b_2 T'_2) T'_2 \quad (22)$$

После преобразований получаем:

$$AT_{см}^2 + BT_{см} - C = 0 \quad (23)$$

где $A = m_1 b_1 + m_2 b_2$;

$B = m_1 a_1 + m_2 a_2$;

$C = m_1 b_1 T'^2_1 + m_2 b_2 T'^2_2 + m_1 a_1 T'_1 + m_2 a_2 T'_2$ (24)

Решение уравнения (24) имеет вид:

$$T_{см} = \frac{1}{2A} \left(\pm \sqrt{B^2 + 4AC} - B \right) \quad (25)$$

Знак минус перед корнем в уравнении (25) не соответствует физическому смыслу задачи, поэтому решение уравнения (23) имеет вид:

$$T_{см} = \frac{1}{2A} \left(\sqrt{B^2 + 4AC} - B \right) \quad (26)$$

Давление газовой смеси может быть определено как сумма парциальных давлений газовых компонентов или по уравнению:

$$P_{cm} = m_{cm} R_{cm} T_{cm} / V_{cm} \quad (27)$$

Уравнения (26) и (27) получены для случая смешивания двух газовых компонентов. Если смешиваются несколько газовых компонентов, то величины A , B , C , входящие в эти формулы, будут определяться по зависимостям:

$$A = \sum_{i=1}^n m_i b_i; \quad B = \sum_{i=1}^n m_i a_i; \quad C = \sum_{i=1}^n m_i b_i T_i'^2 + \sum_{i=1}^n m_i a_i T_i' \quad (28)$$

Третий случай: удельная массовая изохорная теплоемкость определяется по квадратичной зависимости от температуры, тогда соотношения (19) запишутся в следующей форме:

$$\begin{aligned} c_{v1} T_{cm} &= (c_1 + d_1 T_{cm} + l_1 T_{cm}^2) T_{cm}; & c_{v2} T_{cm} &= (c_2 + d_2 T_{cm} + l_2 T_{cm}^2) T_{cm}; \\ c_{v1} T_1' &= (c_1 + d_1 T_1' + l_1 T_1'^2) T_1'; & c_{v2} T_2' &= (c_2 + d_2 T_2' + l_2 T_2'^2) T_2' \end{aligned} \quad (29)$$

Соотношения (29) подставляем в (14):

$$\begin{aligned} m_1 (c_1 + d_1 T_{cm} + l_1 T_{cm}^2) T_{cm} + m_2 (c_2 + d_2 T_{cm} + l_2 T_{cm}^2) T_{cm} = \\ = m_1 (c_1 + d_1 T_1' + l_1 T_1'^2) T_1' + m_2 (c_2 + d_2 T_2' + l_2 T_2'^2) T_2' \end{aligned} \quad (30)$$

Уравнение (30) является уравнением третьей степени относительно искомой величины T_{cm} .

Уравнение (30) представим в виде:

$$DT_{cm}^3 + ET_{cm}^2 + FT_{cm} - G = 0 \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где: } D &= m_1 l_1 + m_2 l_2; \\ E &= m_1 d_1 + m_2 d_2; \\ F &= m_1 c_1 + m_2 c_2; \\ G &= m_1 (c_1 + d_1 T_1' + l_1 T_1'^2) T_1' + m_2 (c_2 + d_2 T_2' + l_2 T_2'^2) T_2' \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Решение уравнения (31) осуществляется с использованием формулы Карно; при этом, если смешиваются несколько газовых компонентов, выражения (32) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} D &= \sum_{i=1}^n m_i l_i; & E &= \sum_{i=1}^n m_i d_i; & F &= \sum_{i=1}^n m_i c_i; \\ G &= \sum_{i=1}^n m_i (c_i + d_i T_i' + l_i T_i'^2) T_i'; \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Задача 2 – Имеются два газовых компонента с параметрами состояния P_1, V_1, T_1, m_1, R_1 (первый компонент) и P_2, V_2, T_2, m_2, R_2 (второй компонент). Определить температуру T_{cm} и объем смеси V_{cm} , если необходимо обеспечить давление смеси P_{cm} .

Решение. Газовые компоненты приводим к давлению P_{cm} путем адиабатного процесса согласно уравнению (3).

Для первого газового компонента это уравнение будет иметь вид:

$$P_1 V_1 = P_{см} V'_1 \quad (34)$$

и для второго газового компонента:

$$P_2 V_2 = P_{см} V'_2, \quad (35)$$

где V'_1 – объем первого газового компонента после приведения его давления к давлению газовой смеси;

V'_2 – то же для второго газового компонента.

Из уравнений (34) и (35) находим объемы V'_1 и V'_2 :

$$V'_1 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_{см}} \right); \quad V'_2 = V_2 \left(\frac{P_2}{P_{см}} \right) \quad (36)$$

Таким образом, после проведения адиабатного процесса с каждым газовым компонентом они имеют параметры состояния: $P_{см}, V'_1$ – для первого газового компонента и $P_{см}, V'_2$ – для второго газового компонента, а значения температур этих газовых компонентов определим по уравнению состояния идеального газа (1):

$$T'_1 = P_{см} V'_1 \frac{1}{m_1 R_1}; \quad T'_2 = P_{см} V'_2 \frac{1}{m_2 R_2} \quad (37)$$

В формуле (37) подставим значения V'_1 и V'_2 по (36), а значения mR заменим на соответствующие величины по (1):

$$T'_1 = P_{см} V_1 \left(\frac{P_1}{P_{см}} \right)^{1/K} \frac{T_1}{P_1 V_1} = T_1 \left(\frac{P_{см}}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}; \quad (38)$$

$$T'_2 = P_{см} V_2 \left(\frac{P_2}{P_{см}} \right)^{1/K} \frac{T_2}{P_2 V_2} = T_2 \left(\frac{P_{см}}{P_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} \quad (39)$$

Далее газовые компоненты с приведенными выше параметрами приводим к температуре смеси $T_{см}$, для чего, как показано выше, для каждого газового компонента запишем уравнения первого закона термодинамики в виде:

$$Q = \Delta U + \int P dV \quad (40)$$

В нашем случае давление $P = const$ и равно заданному давлению $P_{см}$, тогда уравнение (40) в общем виде запишется следующим образом:

$$Q = m C_v (T) (T_2 - T_1) + P \Delta V, \quad (41)$$

где C_v – удельная массовая изохорная теплоемкость, являющаяся функцией температуры.

Применительно к первому газовому компоненту уравнение (41) запишется в форме:

$$Q_1 = m_1 [C_{v1}(T_{cm})T_{cm} - C_{v1}(T'_1)T'_1] + P_{cm}(V_{cm} - V'_1), \quad (42)$$

где $C_{v1}(T_{cm})$ – удельная массовая изохорная теплоемкость первого газового компонента при температуре T_{cm} ;

$C_{v1}(T'_1)$ – то же при температуре T'_1 .

$$Q_2 = m_2 [C_{v2}(T_{cm})T_{cm} - C_{v2}(T'_2)T'_2] + P_{cm}(V_{cm} - V'_2), \quad (43)$$

где $C_{v2}(T_{cm})$ – удельная массовая изохорная теплоемкость второго газового компонента при температуре T_{cm} ;

$C_{v2}(T'_2)$ – то же при температуре T'_2 .

Для удовлетворения условия о том, что при смешивании газовых компонентов отсутствует теплообмен с внешней средой, необходимо, чтобы сумма теплоты Q_1 и Q_2 была равна нулю. При этом условии должна быть равна нулю и сумма правых частей уравнений (42) и (43):

$$m_1 C_{v1}(T_{cm})T_{cm} - m_1 C_{v1}(T'_1)T'_1 + P_{cm}(V_{cm} - V'_1) + m_2 C_{v2}(T_{cm})T_{cm} - m_2 C_{v2}(T'_2)T'_2 + P_{cm}(V_{cm} - V'_2) = 0, \quad (44)$$

Где $C_{v1}(T_{cm}), C_{v1}(T'_1), C_{v2}(T_{cm}), C_{v2}(T'_2)T'_2$ – удельные массовые изохорные теплоемкости для первого и второго газовых компонентов, зависящие от температур T_{cm}, T'_1, T'_2 .

Рассмотрим три случая связи удельной изохорной теплоемкости C_v с температурой T .

Случай 1. Удельная массовая изохорная теплоемкость C_v не зависит от температуры.

Тогда уравнение (44) переписывается в форме:

$$m_1 C_{v1} T_{cm} - m_1 C_{v1} T'_1 + P_{cm}(V_{cm} - V'_1) + m_2 C_{v2} T_{cm} - m_2 C_{v2} T'_2 + P_{cm}(V_{cm} - V'_2) = 0 \quad (45)$$

Раскрываем значения величин T'_1 и T'_2 по (38) и (39), значения величин V'_1 и V'_2 – по (28), а произведения $P_{cm} V_{cm}$ заменим на $m_{cm} V_{cm} T_{cm}$, тогда из уравнения (45) найдем искомую температуру T_{cm} :

$$T_{cm} = \frac{P_{cm} \left[V_1 \left(\frac{P_1}{P_{cm}} \right) + V_2 \left(\frac{P_2}{P_{cm}} \right)^{1/K} + m_1 C_{v1} T_1 \left(\frac{P_{cm}}{P_1} \right)^{K-1/K} + m_2 C_{v2} T_2 \left(\frac{P_{cm}}{P_2} \right)^{K-1/K} \right]}{m_1 C_{v1} + m_2 C_{v2} + 2m_{cm} R_{cm}}. \quad (46)$$

Объем V_{cm} , в котором необходимо производить смесеобразование для получения заданного давления P_{cm} , определяем из соотношения:

$$V_{cm} = \frac{1}{P_{cm}} m_{cm} R_{cm} T_{cm} \quad (47)$$

Формула (46) для определения T_{cm} получена для случая, когда смешиваются два газовых компонента. Если же в смешивании участвуют несколько газовых компонентов (« n » компонентов), то формула (46) будет иметь вид:

$$T_{cm} = \frac{P_{cm} \left[\sum_{i=1}^n V_i \left(\frac{P_i}{P_{cm}} \right)^{1/K} + \sum_{i=1}^n m_i C_{vi} T_i \left(\frac{P_{cm}}{P_i} \right)^{K-1/K} \right]}{\sum_{i=1}^n m_i C_{vi} + n m_{cm} R_{cm}}.$$

Случай 2. Удельная массовая изохорная теплоемкость C_v связана температурой линейной зависимостью вида $C_v = a + bT$.

Тогда уравнения (42) и (43) будут иметь вид:

$$Q_1 = m_1 [(a_1 + b_1 T_{cm}) T_{cm}] - m_1 [(a_1 + b_1 T'_1) T'_1] + P_{cm} (V_{cm} - V'_1); \quad (49)$$

$$Q_2 = m_2 [(a_2 + b_2 T_{cm}) T_{cm}] - m_2 [(a_2 + b_2 T'_2) T'_2] + P_{cm} (V_{cm} - V'_2). \quad (50)$$

Сумма левых частей в уравнениях (49) и (50) по условию задачи равна нулю, следовательно, сумма правых частей этих уравнений также равна нулю:

$$\begin{aligned} & m_1 [(a_1 + b_1 T_{cm}) T_{cm}] - m_1 [(a_1 + b_1 T'_1) T'_1] + \\ & + P_{cm} (V_{cm} - V'_1) + m_2 [(a_2 + b_2 T_{cm}) T_{cm}] - \\ & - m_2 [(a_2 + b_2 T'_2) T'_2] + P_{cm} (V_{cm} - V'_2) = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

В уравнении (51) произведение $P_{cm} V_{cm}$ заменяем по уравнению состояния газа (1):

$$P_{cm} V_{cm} = m_{cm} R_{cm} T_{cm} \quad (52)$$

С учетом последнего соотношения уравнение (51) можно записать в виде:

$$AT_{cm}^2 + BT_{cm} - C = 0, \quad (53)$$

$$\text{где } A = m_1 b_1 + m_2 b_2; \quad (54)$$

$$B = m_1 a_1 + m_2 a_2 + 2m_{cm} R_{cm}; \quad (55)$$

$$C = m_1 b_1 T'_1 + m_2 b_2 T'_2 + m_1 a_1 T'_1 + m_2 a_2 T'_2 + P_{cm} (V'_1 + V'_2). \quad (56)$$

В уравнении (56) величины T'_1, T'_2, V'_1 и V'_2 заменим соответственно по соотношениям (36), (38) и (39):

$$C = m_1 b_1 T_1^2 \left(\frac{P_1}{P_{cm}} \right)^{\frac{2(K-1)}{K}} + m_2 b_2 T_2^2 \left(\frac{P_{cm}}{P_2} \right)^{\frac{2(K-1)}{K}} + m_1 a_1 T_1 \left(\frac{P_{cm}}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} + m_2 a_2 T_2 \left(\frac{P_{cm}}{P_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} + P_{cm} \left[V_1 \left(\frac{P_1}{P_{cm}} \right)^{\frac{1}{K}} + V_2 \left(\frac{P_2}{P_{cm}} \right)^{\frac{1}{K}} \right] \quad (57)$$

Уравнение (53) имеет два вещественных корня, один из которых не соответствует физическому смыслу задачи, так что:

$$T_{cm} = \frac{1}{2A} \left(\sqrt{B^2 + 4AC} - B \right). \quad (58)$$

Объем, в котором необходимо смешивать газовые компоненты, чтобы давление смеси было равным заданному, определится из соотношения:

$$V_{cm} = \frac{m_{cm} R_{cm} T_{cm}}{P_{cm}} \quad (59)$$

Формулы (58), (59) получены для случая смешивания двух газовых компонентов. Если смешивается несколько газовых компонентов (« n » компонентов), то значения величин A , B , C по соотношениям (54), (55), (56) будут иметь вид:

$$A = \sum_{i=1}^n m_i b_i; \quad B = \sum_{i=1}^n m_i a_i + n m_{cm} R_{cm}; \quad C = \sum_{i=1}^n (m_i b_i T'_i + m_i a_i T'_i) + P_{cm} \sum_{i=1}^n V'_i \quad (60)$$

Случай 3. Удельная массовая изохорная теплоемкость C_v связана с температурой квадратичной зависимостью вида $C_v = c + dT + eT^2$, тогда уравнения (42) и (43) переписутся в форме:

$$Q_1 = m_1 (c_1 + d_1 T_{cm} + e_1 T_{cm}^2) T_{cm} - m_1 (c_1 + d_1 T'_1 + e_1 T'^2_1) T'_1 + P_{cm} \left[V_{cm} - V_1 \left(\frac{P_1}{P_{cm}} \right)^{\frac{1}{K}} \right] \quad (61)$$

$$Q_2 = m_2 (c_2 + d_2 T_{cm} + e_2 T_{cm}^2) T_{cm} - m_2 (c_2 + d_2 T'_2 + e_2 T'^2_2) T'_2 + P_{cm} \left[V_{cm} - V_2 \left(\frac{P_2}{P_{cm}} \right)^{\frac{1}{K}} \right] \quad (62)$$

Для удовлетворения условия об отсутствии теплообмена с внешней средой в процессе смешения сумма левых частей уравнений (61) и (62) должна быть равна нулю, тогда сумма и правых частей этих уравнений будет равна нулю. Отсюда следует:

$$\begin{aligned}
& m_1(c_1 + d_1 T_{cm} + e_1 T_{cm}^2) T_{cm} - m_1(c_1 + d_1 T_1' + e_1 T_1'^2) T_1' + \\
& + P_{cm} \left[V_{cm} - V_1 \left(\frac{P_1}{P_{cm}} \right)^{1/K} \right] + m_2(c_2 + d_2 T_{cm} + e_2 T_{cm}^2) T_{cm} - \\
& - m_2(c_2 + d_2 T_2' + e_2 T_2'^2) T_2' + P_{cm} \left[V_{cm} - V_2 \left(\frac{P_2}{P_{cm}} \right)^{1/K} \right] = 0
\end{aligned} \quad (63)$$

Уравнение (63) является алгебраическим уравнением третьей степени относительно неизвестной T_{cm} . Это уравнение можно переписать в форме:

$$AT_{cm}^3 + BT_{cm}^2 + CT_{cm} - D = 0, \quad (64)$$

$$\text{где } A = m_1 e_1 + m_2 e_2; \quad (65)$$

$$B = m_1 d_1 + m_2 d_2; \quad (66)$$

$$C = m_1 c_1 + m_2 c_2 + 2m_{cm} R_{cm}; \quad (67)$$

$$\begin{aligned}
D = & m_1 e_1 T_1^3 \left(\frac{P_{cm}}{P_1} \right)^{3 \frac{K-1}{K}} + m_2 e_2 T_2^3 \left(\frac{P_{cm}}{P_2} \right)^{3 \frac{K-1}{K}} + m_1 d_1 V_1^2 \left(\frac{P_{cm}}{P_1} \right)^{2 \frac{K-1}{K}} + m_2 d_2 T_2^2 \left(\frac{P_{cm}}{P_2} \right)^{2 \frac{K-1}{K}} + \\
& + m_1 c_1 T_1 \left(\frac{P_{cm}}{P_1} \right)^{\frac{K-1}{K}} + m_2 c_2 T_2 \left(\frac{P_{cm}}{P_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} + P_{cm} \left[V_1 \left(\frac{P_1}{P_{cm}} \right)^{1/K} + V_2 \left(\frac{P_2}{P_{cm}} \right)^{1/K} \right]
\end{aligned} \quad (68)$$

Уравнение (64) получено для случая смешивания двух газовых компонентов. Если же смешиваются несколько газовых компонентов (« n » компонентов), то величины A , B , C , D в уравнении (64) будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
A = \sum_{i=1}^n m_i e_i; \quad B = \sum_{i=1}^n m_i d_i; \quad C = \sum_{i=1}^n m_i c_i + n m_{cm} R_{cm}; \\
D = \sum_{i=1}^n m_i e_i T_i^3 \left(\frac{P_{cm}}{P_i} \right)^{3 \frac{K-1}{K}} + \sum_{i=1}^n m_i d_i V_i^2 \left(\frac{P_{cm}}{P_i} \right)^{2 \frac{K-1}{K}} + \sum_{i=1}^n m_i c_i T_i \left(\frac{P_{cm}}{P_i} \right)^{\frac{K-1}{K}} + P_{cm} \sum_{i=1}^n V_i \left(\frac{P_i}{P_{cm}} \right)^{\frac{1}{K}}.
\end{aligned} \quad (69)$$

С учетом соотношений (69) уравнение (64) решается с применением формулы Кардана.

Задача 3 – Имеются два газовых компонента с параметрами состояния P_1, T_1, V_1, m_1, R_1 (первый газовый компонент) и P_2, T_2, V_2, m_2, R_2 (второй газовый компонент). Требуется определить необходимый объем смеси V_{cm} и давление смеси P_{cm} , если необходимо достичь температуру смеси T_{cm} .

Решение. Газовые компоненты приводим к температуре T_{cm} путем адиабатного процесса. При этом давления и объемы газовых компонентов будут иметь некоторые промежуточные значения P_1', V_1', P_2' и V_2' .

Для этого промежуточного процесса запишем уравнения адиабатного процесса для каждого газового компонента.

Для первого газового компонента:

$$P_1 V_1^K = P_1' V_1'^K. \quad (70)$$

Для второго газового компонента:

$$P_2 V_2^K = P_2' V_2'^K. \quad (71)$$

В уравнениях (70) и (71) значения величин P_1', V_1', P_2', V_2' нам неизвестны.

Напишем уравнения состояния для каждого газового компонента:

$$P_1' V_1' = m_1 R_1 T_{cm}; \quad (72)$$

$$P_2' V_2' = m_2 R_2 T_{cm}. \quad (73)$$

Из уравнений (72) и (73) выразим одну из неизвестных величин через другие величины:

$$P_1' = \frac{m_1 R_1 T_{cm}}{V_1'}; \quad P_2' = \frac{m_2 R_2 T_{cm}}{V_2'} \quad (74)$$

Соотношения (74) подставляем в уравнения (70), (71):

$$P_1 V_1^K = \frac{m_1 R_1 T_{cm}}{V_1'} V_1'^K = m_1 R_1 T_{cm} V_1'^{K-1}; \quad (75)$$

$$P_2 V_2^K = \frac{m_2 R_2 T_{cm}}{V_2'} V_2'^K = m_2 R_2 T_{cm} V_2'^{K-1}. \quad (76)$$

Из уравнений (75) и (76) находим неизвестные величины V_1' и V_2' :

$$V_1' = \sqrt[K-1]{\frac{P_1 V_1^K}{m_1 R_1 T_{cm}}}; \quad V_2' = \sqrt[K-1]{\frac{P_2 V_2^K}{m_2 R_2 T_{cm}}}. \quad (77)$$

Уравнения (77) можно упростить, если осуществить замену

$$m_1 R_1 = \frac{P_1 V_1}{T_1}; \quad m_2 R_2 = \frac{P_2 V_2}{T_2}.$$

Таким образом,

$$V_1' = \sqrt[K-1]{\frac{P_1 V_1^K T_1}{P_1 V_1 T_{cm}}} = \sqrt[K-1]{V_1^{K-1} \frac{T_1}{T_{cm}}} = V_1 \left(\frac{T_1}{T_{cm}} \right)^{\frac{1}{K-1}}; \quad (78)$$

$$V_2' = \sqrt[K-1]{\frac{P_2 V_2^K T_2}{P_2 V_2 T_{cm}}} = \sqrt[K-1]{V_2^{K-1} \frac{T_2}{T_{cm}}} = V_2 \left(\frac{T_2}{T_{cm}} \right)^{\frac{1}{K-1}}. \quad (79)$$

Значения давлений P_1', P_2' найдем из уравнений (74) с учетом соотношений (78) и (79) (через искомую температуру T_{cm}).

$$P'_1 = \frac{m_1 R_1 T_{cm}}{V_1} \left(\frac{T_{cm}}{T_1} \right)^{\frac{1}{K-1}}; \quad P'_2 = \frac{m_2 R_2 T_{cm}}{V_2} \left(\frac{T_{cm}}{T_2} \right)^{\frac{1}{K-1}}. \quad (80)$$

Уравнения (80) можно упростить, если осуществить замены:

$$m_1 R_1 = \frac{P_1 V_1}{T_1}, \quad m_2 R_2 = \frac{P_2 V_2}{T_2},$$

тогда:

$$P'_1 = \frac{P_1 V_1 T_{cm}}{T_1 V_1} \left(\frac{T_{cm}}{T_1} \right)^{\frac{1}{K-1}} = P_1 \left(\frac{T_{cm}}{T_1} \right)^{\frac{K}{K-1}}; \quad (81)$$

$$P'_2 = \frac{P_2 V_2 T_{cm}}{T_2 V_2} \left(\frac{T_{cm}}{T_2} \right)^{\frac{1}{K-1}} = P_2 \left(\frac{T_{cm}}{T_2} \right)^{\frac{K}{K-1}}. \quad (82)$$

Таким образом, после приведения температуры газовых компонентов к заданной температуре T_{cm} давления компонентов составили: P'_1 (81) и P'_2 (82), их объемы V'_1 (78) и V'_2 (79).

Далее приведем объемы газовых компонентов V'_1 и V'_2 к объему газовой смеси V_{cm} при неизменной температуре T_{cm} , то есть проведем изотермические процессы. Для этих изотермических процессов с газовыми компонентами запишем уравнения первого закона термодинамики:

$$Q = \Delta U + \int_{V_1}^{V_2} P dV. \quad (83)$$

Для изотермического процесса изменение внутренней энергии ΔU равно нулю, тогда:

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} P dV. \quad (84)$$

Для изотермического процесса работа выражается зависимостью:

$$\int_{V_1}^{V_2} P dV = mRT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (85)$$

Для первого газового компонента теплота Q_1 выразится соотношением:

$$Q_1 = m_1 R_1 T_{cm} \ln \frac{V_{cm}}{V'_1}. \quad (86)$$

Для второго газового компонента теплота Q_2 выразится соотношением:

$$Q_2 = m_2 R_2 T_{cm} \ln \frac{V_{cm}}{V'_2}. \quad (87)$$

Для того, чтобы смесеобразование прошло без теплообмена с внешней средой, необходимо, чтобы сумма теплоты Q_1 и Q_2 была равной нулю, тогда из уравнений (86) и (87) можно записать:

$$m_1 R_1 T_{cm} \ln \frac{V_{cm}}{V'_1} + m_2 R_2 T_{cm} \ln \frac{V_{cm}}{V'_2} = 0. \quad (88)$$

Уравнение (88) перепишем в иной форме:

$$\ln \left(\frac{V_{cm}}{V'_1} \right)^{m_1 R_1} = \ln \left(\frac{V'_2}{V_{cm}} \right)^{m_2 R_2}. \quad (89)$$

Потенцируем уравнение (89):

$$\left(\frac{V_{cm}}{V'_1} \right)^{m_1 R_1} = \left(\frac{V'_2}{V_{cm}} \right)^{m_2 R_2}. \quad (90)$$

Из уравнения (90) получаем:

$$V_{cm}^{(m_1 R_1 + m_2 R_2)} = V_1'^{(m_1 R_1)} V_2'^{(m_2 R_2)}. \quad (91)$$

Из последнего уравнения находим искомые объемы каждого газового компонента, равные объему газовой смеси, если температура каждого из них равна температуре T_{cm} :

$$V_{cm} = {}^{(m_1 R_1 + m_2 R_2)} \sqrt[m_1 R_1 + m_2 R_2]{V_1'^{m_1 R_1} V_2'^{m_2 R_2}} = V_1'^{\frac{m_1 R_1}{m_1 R_1 + m_2 R_2}} V_2'^{\frac{m_2 R_2}{m_1 R_1 + m_2 R_2}}. \quad (92)$$

Здесь значения объемов V'_1 и V'_2 определяются соответственно по уравнениям (78) и (79).

Давления каждого компонента при температуре T_{cm} и объеме V_{cm} найдем из уравнения состояния газов:

$$P_1'' V_{cm} = m_1 R_1 T_{cm}, \text{ откуда } P_1'' = m_1 R_1 \frac{T_{cm}}{V_{cm}}; \quad (93)$$

$$P_2'' V_{cm} = m_2 R_2 T_{cm}, \text{ откуда } P_2'' = m_2 R_2 \frac{T_{cm}}{V_{cm}}. \quad (94)$$

Полученные значения давлений P_1'' и P_2'' являются парциальными давлениями газовой смеси. Следовательно, давление газовой смеси будет равно:

$$P_{cm} = P_1'' + P_2'' = m_1 R_1 \frac{T_{cm}}{V_{cm}} + m_2 R_2 \frac{T_{cm}}{V_{cm}} = \frac{T_{cm}}{V_{cm}} (m_1 R_1 + m_2 R_2). \quad (95)$$

В формуле (95) объем газовой смеси V_{cm} определяется по формуле (92), а входящие в нее величины V'_1 и V'_2 – по формулам (78), (79).

Формулы (92) и (95) получены для случая смешивания двух газовых компонентов. В случае смешивания нескольких газовых компонентов (« n » компонентов) формулы (92), (95) будут иметь вид:

$$V_{см} = \prod_{i=1}^n V_i^{\left(\frac{m_i R_i}{\sum_{i=1}^n m_i R_i} \right)}; \quad (96)$$

$$P_{см} = \frac{T_{см}}{V_{см}} \sum_{i=1}^n m_i R_i. \quad (97)$$

Выводы

1. Установлено, что общая задача смесеобразования распадается по крайней мере на три отдельных задачи, отличающиеся граничными условиями смесеобразования. Задача первая – задается объем, в котором производится смесеобразование; задача вторая – задается давление, которое должно быть достигнуто при смесеобразовании; задача третья – задается температура, которая будет сформирована при смесеобразовании.

2. Показано, что каждая из отмеченных задач имеет единственное решение, если в процессе смесеобразования не происходят химические реакции и не происходит теплообмен с внешней средой.

3. Очевидно, что в процессе смесеобразования может осуществляться механическая работа, как положительная, так и отрицательная. Отрицательная работа будет осуществляться, например, в случае, когда смесеобразование происходит в объеме, большем суммы начальных объемов смешиваемых газовых компонентов.

4. Полученные зависимости после адаптации к реальным условиям процесса формирования рабочей смеси позволят более точно формировать состав рабочей смеси в двигателях внутреннего сгорания при работе на высокочастотных переходных процессах.

Список литературы

1. Тареев В.М., Матвеев Г.А., Григорьев С.Н. Теплотехника: Учебник для механических факультетов институтов железнодорожного транспорта. – М.: Транспортное железнодорожное из-во, 1951. – 761 с.
2. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача: Учебн. пособие для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1969. – 560 с.
3. Щукин А.А., Сушкин И.Н., Зах Р.Г. и др. Теплотехника. Изд. 2-е перераб. Учебн. для студентов нетеплоэнергетических специальностей. – М.: Металлургия, 1973. – 479 с.
4. Швеиц И.Т., Толубинский В.И., Алабовский А.Н. Теплотехника: Учебник для нетеплоэнергетических специальностей ВУЗов. – Киев, 1976. – 518 с.
5. Недужий И.А., Алабовский А.Н., Техническая термодинамика и теплопередача: Учебн. пособие для ВУЗов. Изд. 2-е перераб. и дополн. – Киев, «Вища школа», 1981. – 248 с.
6. Новиков И.И. Термодинамика: Учебник для энергомашиностроительных и теплотехнических специальностей ВУЗов. – М.: Машиностроение, 1984. – 592 с.
7. Лариков Н.Н. Теплотехника: Учебн. для студентов ВУЗов специальности «Производство строительных изделий и конструкций». – М.: Стройиздат, 1985. – 432 с.
8. Архаров И.А., Исаев С.И., Кожевцов И.А. и др. Теплотехника / Под общ. ред. Крутова В.И. – М.: Машиностроение, 1986. – 432 с.
9. Баскаков А.П., Берг Б.В., Витт О.К. и др. Теплотехника. Изд. 2-е, перераб. / Под общ. ред. Баскакова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 224 с.

10. Куликов Ю.А. Теоретические основы теплотехники. Учебн. пособие. – Луганск: Из-во «Елтон-2», 2009. – 311 с.

Гущин А.М., Прилепський Ю.В., Останькович А.Д. Газові суміші та сумішоутворення

Анотація. У роботі показано можливість визначення параметрів газової суміші при заздалегідь заданому об'ємі, заздалегідь заданому тиску або заздалегідь заданій температурі при відсутності хімічних реакцій між компонентами газової суміші й теплообміну із зовнішнім середовищем.

Ключові слова: суміш газова, обсяг заданий, тиск заданий, температура задана, параметри суміші.

Gushin A.M., Prylepskyi Yu.V., Ostanjkovich A.D. The gas mixture and carburetion

Abstract. The paper shows the possibility of determining the parameters of a gas mixture at a predetermined amount, a predetermined pressure or a predetermined temperature in the absence of chemical reaction between the components of the gas mixture and heat exchange with the external environment.

Keywords: the mixture of gases, the amount specified, the pressure is set, the set temperature, the mixture settings.

Стаття надійшла до редакції 22.05.2015 р.