СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 621.396

ОСОБЕННОСТИ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ СОВМЕСТНОМ ПОИСКЕ И ПРОВЕРКЕ ГИПОТЕЗ О СОСТОЯНИИ ОБЪЕКТА НАБЛЮДЕНИЯ

Кратко анализируются основные результаты решения задач поиска и обнаружения объектов в информационных системах наблюдения. Вводятся дифференциальные характеристики байесовского критерия минимума среднего риска. Уточняется байесовское правило принятия многоальтернативных решений при совместной оптимизации поиска и проверки гипотез о состоянии объекта наблюдения в текущей зоне обзора.

Д.В. Голкин

Доктор технических наук, профессор кафедры Харьковского военного университета, пл. Свободы,6, г.Харьков, Украина, 61000.
Контактный тел.: +38(0572)33-02-38

Г.В. Худов

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник. Докторант Харьковского военного университета, пл. Свободы,6, г.Харьков, Украина, 61000.
Контактный тел.: +38(0572)43-03-85

1. Введение. Постановка проблемы в общем виде.

Решение задачи поиска и обнаружения объектов проводится, как правило, в условиях ограниченного поискового потенциала. В статье в интересах снижения требований к поисковому потенциалу рассматриваются особенности многоальтернативных решений при совместной оптимизации поиска и проверки гипотез о состоянии объекта наблюдения. Уточняется байесовское правило принятия многоальтернативных решений при совместной оптимизации процесса поиска и проверки гипотез о состоянии объекта наблюдения.

2. Анализ последних достижений и публикаций.

В настоящее время задачи поиска и обнаружения объектов в информационных системах наблюдения решаются независимо друг от друга. При этом в решении оптимизационных задач поиска [1 - 3] практически не используются достижения теории статистических решений. С другой стороны, в теории принятия статистических решений [4 - 8] не учитываются достижения теории поиска объектов. С середины 90-х годов поставлены задачи совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов [9 - 12]. Получен ряд существенных научных результатов. Однако, полученные результаты сводятся к поиску упрощенных, частных вариантов решения задачи. Задача совместной оптимизации поиска и обнаружения в целом осталась нерешенной. Рассмотренные в работах [9 - 12] методы оптимизации рассматривают поиск и обнаружение как единую задачу только в постановочном плане, решения получены для отдельных составляющих поставленной задачи, решение задачи в целом не получено. Первая попытка решить задачу совместной оптимизации поиска и обнаружения предпринята в [13]. Для случая непрерывного обзора некоторой области Ω сформулировано уточненное байесовское правило принятия решения об обнаружении объекта, заключающееся в том, что при решении задачи проверки простой гипотезы против простой альтернативы совместная оптимизация поиска и обнаружения объектов сводится к нахождению равномерно – оптимальной стратегии поиска, вычислению максимума безусловного отношения правдоподобия в текущей зоне обзора и сравнению его с порогом.

Рассмотрим особенности оптимизации многоальтернативных решений при совместном поиске и проверке гипотез о состоянии объекта наблюдения. Поиск ограничим поиском объекта только по пространственным координатам в заданной зоне поиска (обзора). Гипотезы о состоянии объекта наблюдения ограничим заданным числом гипотез о классе объекта наблюдения.

3. Постановка задачи и изложение материалов исследований.

Проанализируем классический подход к решению многоальтернативной задачи проверки гипотез с позиции теории статистических решений [6]. В теории статистических решений при наличии полного комплекта априорных данных используется критерий среднего риска - среднего значения платы за принятие решения при проверке статистических гипотез [6]

$$R = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=0}^{m} П_{jk}\, p_j \int_{Y_k} W(y / H_j)\, dy , \qquad (1)$$

где $П_{jk}$ - элементы матрицы потерь за принятие ошибочных решений; p_j - априорные вероятности гипотез; $m+1$ - количество выдвигаемых гипотез о состоянии объекта; H_j - j-ая гипотеза о состоянии объекта; $W(y / H_j)$ - функция правдоподобия выборки Y при условии, что верна гипотеза H_j; Y_k - область, где верна гипотеза k.

Правило проверки гипотез отыскивается в классе оптимальных байесовских правил принятия решения, при использовании которых достигается минимальное значение (нижняя граница) среднего риска. При этом минимальное значение среднего риска (1) достигается, если к области Y_k принятия решения γ_k, где $k=\overline{1,m}$, относят точки y, удовлетворяющие системе неравенств [6]

$$\sum_{i=1}^{m}(\Pi_{ij}-\Pi_{ik})\frac{p_i W(y/H_i)}{p_0 W(y/H_0)} \ge \Pi_{0k}-\Pi_{0j},\ j=\overline{0,m},\ j\ne k,\ k=\overline{1,m} \quad (2)$$

Область Y_0 принятия решения γ_0, определяется из условия

$$Y_0 = Y^n - \bigcup_{k=1}^{n} Y_k \quad , \qquad (3)$$

где Y^n - n-мерное евклидово пространство [6].

Вводя вектор условного отношения правдоподобия $l(y)=[l_1(y),\ldots,\ l_m(y)]$ [6], где

$$l_k(y)=\frac{W(y/H_k)}{W(y/H_0)} \quad , \qquad (4)$$

систему неравенств (2) перепишем в виде:

$$\sum_{i=1}^{m}(\Pi_{ij}-\Pi_{ik})\frac{p_i}{p_0} l_i(y) \ge \Pi_{0k}-\Pi_{0j},\ j=\overline{0,m},\ j\ne k,\ k=\overline{1,m} \qquad (5)$$

Таким образом, байесовское правило (5) решения многоальтернативной задачи проверки $m+1$ гипотезы состоит в вычислении компонентов m-мерного вектора условных отношений правдоподобия (4), который несет всю информацию о проверяемых гипотезах.

Как видно из выражений (1) - (5), основными характеристиками среднего риска и его составляющих элементов являются такие интегральные характеристики, как априорные вероятности p_i и p_0. С помощью таких характеристик можно получить некоторые показатели качества поиска и решения многоальтернативной задачи проверки гипотез в некоторой заданной зоне поиска в целом. Неравномерность распределения объектов наблюдения в зоне поиска при этом не учитывается. Очевидно, что при таком подходе одним и тем же интегральным показателям качества будет удовлетворять бесконечное множество стратегий поиска, что и затрудняет нахождение оптимальных решающих правил для случая совместной оптимизации таких процедур, как одновременный поиск и проверка статистических гипотез.

Для преодоления указанного противоречия аналогично [13] введем в рассмотрение дифференциальные характеристики критерия среднего риска, которые позволили бы учесть особенности принятия байесовского решения для каждой точки и отдельного участка зоны поиска. Дифференциальные характеристики будем рассматривать в следующем виде [13]: $u(x)$- априорная плотность распределения объекта в заданной зоне поиска Ω по пространственным координатам x; $dp(x)=u(x)dx$- априорная вероятность нахождения объекта в элементарной ячейке dx зоны поиска Ω; $\tilde{u}(x)$ - априорная плотность вероятности отсутствия объекта в заданной зоне поиска Ω по пространственным координатам x; $dR(x)=R(x)dx$ - средний риск при принятии решения о справедливости той или иной гипотезы о состоянии объекта в элементарной ячейке dx; R(x)- плотность среднего риска в зоне поиска; $P(\gamma_i/H_j,\ x)$- условная вероятность принятия решения γ_i при условии, что верна гипотеза H_j в элементарной ячейке dx зоны поиска Ω; $i,j=\overline{0,m}$. Элементы матрицы потерь оставим неизменными.

С учетом введенных обозначений дифференциальное значение среднего риска $dR(x)$ для многоальтернативной задачи проверки гипотез можно вычислить как

$$dR(x)=\sum_{j=0}^{m}\sum_{k=0}^{m}\Pi_{jk}\,dp_j(x)\int_{Y_k}W(y/H_j,x)dy\ , \qquad (6)$$

Минимальное значение среднего риска (6) в элементарной ячейке dx зоны поиска Ω достигается, если к области Y_k принятия решения , где γ_k $k=\overline{1,m}$, относят точки y, удовлетворяющие системе неравенств

$$\sum_{i=1}^{m}(\Pi_{ij}-\Pi_{ik})\frac{dp_i W(y/H_i,x)}{dp_0 W(y/H_0,x)} \ge \Pi_{0k}-\Pi_{0j},\ j=\overline{0,m},\ j\ne k,\ k=\overline{1,m} \qquad (7)$$

Область Y_0 принятия решения γ_0 определяется из условия (3). Вводя вектор безусловного отношения правдоподобия $dl(y,x)=[dl_1(y,x),\ldots,dl_m(y,x)]$, где

$$dl_k(y,x)=\frac{dp_i W(y/H_k,x)}{dp_0 W(y/H_0,x)}\ , \qquad (8)$$

систему неравенств (7) перепишем в виде:

$$\sum_{i=1}^{m}(\Pi_{ij}-\Pi_{ik})dl_i(y,x) \ge \Pi_{0k}-\Pi_{0j},\ j=\overline{0,m},\ j\ne k,\ k=\overline{1,m} \qquad (9)$$

Таким образом, байесовское правило (9) решения совместной задачи поиска и многоальтернативной проверки $m+1$ гипотез состоит в вычислении компонентов m-мерного вектора безусловных отношений правдоподобия (8), который несет всю информацию о проверяемых гипотезах.

Учтем теперь, что такие введенные дифференциальные характеристики непосредственно на практике применены быть не могут, так как предполагают вычисление среднего риска и безусловного отношения правдоподобия для каждой элементарной ячейки dx, что практически нереализуемо, к тому же остается неизвестным, какой алгоритм использовать при решении задачи просмотра элементарных ячеек зоны поиска.

Введем в рассмотрение текущую зону обзора $\Omega(t)$ при условии, что $\Omega(t)\to\Omega$ при $t\to T$, где T - время обзора заданной зоны Ω. Поставим задачу нахождения оптимального байесовского правила принятия решения в текущей зоне обзора $\Omega(t)$ с учетом введенных дифференциальных характеристик. При такой постановке задачи появляется дополнительный параметр оптимизации: текущие размеры и положение зоны $\Omega(t)$ в общей зоне поиска Ω. Следовательно, создаются условия для нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта.

Среднее значение риска теперь может быть найдено как

$$R(t)=\int_{\Omega(t)}dR(x)=\int_{\Omega(t)}\dot{R}(x)dx\ . \qquad (10)$$

Подставляя выражение (6) в выражение (10) после ряда преобразований получаем, что минимальное значение среднего риска (10) в текущей зоне $\Omega(t)$ достигается, если к области Y_k принятия решения γ_k, где $k=\overline{1,m}$, относить точки y , удовлетворяющие системе неравенств

$$\sum_{i=1}^{m}(\Pi_{ij}-\Pi_{ik})\frac{\int_{\Omega(t)}W(y/H_i,x)u(x)dx}{\int_{\Omega(t)}W(y/H_0,x)\tilde{u}(x)dx} \ge \Pi_{0k}-\Pi_{0j},$$

$$j=\overline{0,m},\ j\ne k,\ k=\overline{1,m} \qquad (11)$$

Область Y_0 принятия решения γ_0 по-прежнему определяется из условия (3). Вводя вектор безусловного отношения правдоподобия $l(y,x,t)=[l_1(y,x,t),\ldots,l_m(y,x,t)]$, где

$$l_k(y,x,t) = \frac{\int\limits_{\Omega(t)} W(y/H_i,x)u(x)dx}{\int\limits_{\Omega(t)} W(y/H_0,x)\tilde{u}(x)dx} \quad , \qquad (12)$$

систему неравенств (12) перепишем в виде:

$$\sum_{i=1}^{m}(\Pi_{ij}-\Pi_{ik})l_i(y,x,t) \geq \Pi_{0k}-\Pi_{0j},\ j=\overline{0,m},\ j\neq k,\ k=\overline{1,m} \qquad (13)$$

Байесовское правило (13) решения совместной задачи поиска и многоальтернативной проверки $m+1$ гипотез состоит в вычислении компонентов m-мерного вектора безусловных отношений правдоподобия (12), который несет всю информацию о проверяемых гипотезах, а также в вычислении размеров и положения текущей зоны обзора $\Omega(t)$. Таким образом, для нахождения оптимального байесовского правила принятия решения в текущей зоне $\Omega(t)$ зоны поиска Ω наряду с решением задачи проверки гипотез в этой зоне, должна быть решена задача нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта. Стратегия поиска $\lambda(x,t)$ есть правило, которое в любой момент времени t устанавливает, в какой области $\Omega(t)$ зоны поиска Ω должен производиться поиск и с какими энергетическими затратами.

Для дальнейших исследований введем основные ограничения на стратегию поиска, используемые обычно в теории поиска [3, 13]. Потребуем, чтобы стратегия поиска была T − урезанной, то есть $\lambda(x,t)=0$ при $t>T$ и $x\in\Omega$. Иными словами, должно выполняться условие обязательного просмотра зоны поиска Ω за время поиска T. Очевидно, что

$$\begin{aligned} &\lambda(x,t)>0, \text{ для } x\in\Omega(t) \\ &\lambda(x,t)=0, \text{ для } x\in\Omega/\Omega(t). \end{aligned} \qquad (14)$$

Будем считать, что стратегия поиска должна быть постоянна для всех координат, просматриваемых в фиксированный момент времени t. При этом мера текущей зоны обзора $\Omega(t)$ должна быть неубывающей функцией времени t, поскольку стратегия поиска распространяется в течение всего времени поиска. Поэтому, для каждой точки зоны поиска Ω существует момент времени $t(x)$, который определяет момент начала ее просмотра, то есть

$$\begin{aligned} &\lambda(x,t)>0, \text{ для } t\in[t(x),T], \\ &\lambda(x,t)=0, \text{ для } t\in[0,t(x)] \end{aligned} \qquad (15)$$

Помимо указанных выше свойств стратегии поиска потребуем, чтобы она удовлетворяла условию оптимальности, заключающемуся в том, что если каждой T− урезанной стратегии $\lambda(x,t)$ соответствует функционал $P_k(\gamma_k,t)=P(\lambda(x,t))$ - безусловная вероятность правильного определения состояния объекта за время t при стратегии $\lambda(x,t)$, то стратегия $\lambda_{opt}(x,t)$ будет оптимальна, если

$$P(\lambda_{opt}(x,t)) = \sup P(\lambda(x,t)). \qquad (16)$$

Потребуем также, чтобы стратегия поиска была оптимальна для любого момента времени T окончания поиска, то есть в какой бы момент времени поиск не был бы прерван, вплоть до этого момента времени он должен быть оптимальным по критерию максимума безусловной вероятности правильного определения состояния объекта.

Из анализа результатов по выбору стратегий поиска, исследованных в теории поиска, из всех стратегий наиболее полно условиям (14) − (16) удовлетворяет класс равномерно − оптимальных стратегий поиска [3, 13]. Стратегия $\lambda(x,t)$ равномерно − оптимальна, если ее любая T − урезанная стратегия оптимальна, то есть

$$P(\lambda(x,t)) = P(\lambda_{opt}(x,t)),\ \forall t\leq T. \qquad (17)$$

Таким образом, при решении задачи нахождения по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта оптимальной является равномерно − оптимальная стратегия поиска, в соответствие с которой должны быть выбраны текущие размеры и положение зоны $\Omega(t)$ в общей зоне поиска Ω.

Для нахождения положения и меры области $\Omega(t)$ распространения стратегии поиска необходимо найти область первичного поиска Ω, из условия $u(x)>C$, где C- постоянная, а затем решить дифференциальное уравнение Аркина с нулевым начальным условием [3]

$$\frac{d\Omega(t)}{dt} = \frac{C(\Omega(t))L_0}{\Omega(t)C'(\Omega(t))}, \qquad (18)$$

где L_0- заданная функция, характеризующая поисковый потенциал поисковой системы.

На основании выполненных исследований можно сформулировать следующее уточненное правило нахождения оптимального байесовского правила принятия решения: при решении задачи многоальтернативной проверки гипотез совместная оптимизация поиска и определения состояния объекта сводится к нахождению равномерно - оптимальной стратегии поиска и вычислению вектора безусловных отношений правдоподобия в текущей зоне обзора.

4. Выводы и направления дальнейших исследований.

1. Проанализирован классический подход к решению многоальтернативной задачи проверки гипотез с позиции теории статистических решений при использовании критерия среднего риска. Сделан вывод о том, что основными характеристиками среднего риска и его составляющих являются интегральные характеристики, с помощью которых можно получить некоторые показатели качества поиска и решения многоальтернатвиной задачи проверки гипотез в некоторой заданной зоне поиска в целом.

2. Учитывая факт неравномерного распределения объектов поиска в зоне поиска, введены в рассмотрение дифференциальные характеристики критерия среднего риска, которые позволяют учесть особенности принятия байесовского решения для каждой точки и отдельного участка зоны поиска.

3. Введена текущая зона обзора $\Omega(t)$, поставлена и решена задача нахождения оптимального байесовского правила принятия решения в текущей зоне обзора $\Omega(t)$ с учетом введенных дифференциальных характеристик, сформулировано уточненное правило нахождения оптимального байесовского правила принятия решения.

4. В дальнейших исследованиях необходимо рассмотреть особенности полученного правила применительно к решению задачи поиска и многоальтернативной проверки гипотез в информационных системах различного назначения.

Литература

1. Емельянов Л.А., Абчук В.А., Лапшин В.П., Суздаль В.Г. Теория поиска в военном деле. – М.: Воениздат, 1964. – 318 с.

2. Абчук В.А., Суздаль В.Г. Поиск объектов. – М.: Сов. Радио, 1977. – 284 с.

3. Хеллман О. Введение в теорию оптимального поиска. – М.: Наука, 1985. – 246 с.

4. Питерсон У., Бердсал Т., Фокс У. Теория обнаружения сигналов// Теория информации и ее приложения: Пер.с англ./ Под ред. А.А.Харкевича. – М.: Физматгиз, 1959. – 328 с.

5. Леман Е. Проверка статистических гипотез: Пер. с англ./Под ред. Б.А.Севастьянова.– М.: Наука, 1971. – 375 с.

6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989. – 654 с.

7. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический анализ при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. Радио, 1977. – 392 с.

8. Бакут П.А. Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.

9. Теребулин С.Ю., Юрчик И.А. Совместная оптимизация алгоритмов обзора пространства и процедур обработки радиолокационной информации. – Радиотехника. 1996, № 10. – С. 71 – 75.

10. Татарский Б.Г., Романенко Г.С., Дыморец Р.З. Оптимизация процедуры обзора пространства радиолокационной системой на основе методов искусственного интеллекта. – Радиотехника. 1998, № 4. – С. 87 – 91.

11. Васильев О.В., Карев В.В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей, оптимизированный по информационному критерию. – Радиотехника, 2000, № 3. – С. 84 – 88.

12. Васильев О.В., Меркулов В.И., Карев В.В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей. – Успехи современной радиоэлектроники. 2002, № 1. – С. 49 – 61.

13. Голкин Д.В., Худов Г.В. Постановка задачи совместной байесовской оптимизации поиска и обнаружения объектов в радиолокационных системах// Збірник наукових праць „Системи обробки інформації”/ НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2002, - Вип.. 6 (22) – С. 383 – 389.