

*В работе установлена связь собственных значений оценочной ковариационной матрицы с параметрами принимаемого сигнала. Показана методика использования полученных результатов и их практическая значимость в приложениях задач пассивной локации.*

# АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ СОБСТВЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ОЦЕНОЧНОЙ КОВАРИАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ И МОЩНОСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

*А. В. Крупка*

*Аспирант кафедры «Проектирование радиоэлектронных систем летательных аппаратов» Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», ул. Чкалова 17, г. Харьков, 61070  
Контактный тел.: +38(0572)44-23-51*

## 1. Введение

Использование радиолокационных систем для распознавания сигналов с заданным набором параметров  $\vec{\alpha}_k$  (амплитуда, частота, фаза, угол прихода и т.п.) представляется важной на практике задачей.

Известные пути решения подобных задач требуют, как правило, длительного времени накопления сигнала [1], что характерно для задач радиометрических измерений, либо сложных алгоритмов с точки зрения вычислительной реализации [2].

Здесь синтезирован простой в вычислительном отношении критерий для решения задачи различения двух сигналов, приходящих с разных направлений в пределах ширины диаграммы направленности антенной решетки (АР).

## 2. Постановка задачи

Для упрощения методики решения задачи полагается, что прием сигналов осуществляется на линейную эквидистантную АР с шагом  $d$ , состоящую из  $M$  элементов. Фазовый центр первого элемента расположен в начале оси координатной. Тогда фазовый центр  $m$ -го элемента АР расположен в точке с координатой:

$$x_m = d(m-1), \quad m = \overline{1, M}. \quad (1)$$

Есть в пределах ширины диаграммы направленности существуют два источника сигналов с индивидуальным вектором параметров  $\vec{\alpha}_k, k = 1, 2$ .

## 3. Основной материал

В рамках поставленной задачи модель входного сигнала на  $m$ -ом элементе АР может быть представлена уравнением наблюдения, записанном в виде суммы [3]:

$$U(t, \vec{a}, m) = S_1(t, \vec{a}, m) + S_2(t, \vec{a}, m) + n(t, m), \quad m = \overline{1, M}. \quad (2)$$

где

$$S_k(t, \vec{a}_k, m) = \dot{S}_k(t, \vec{a}_k, m) \cdot \exp[j(2\pi f_0 t + \varphi_k)] \cdot \Lambda_k, \quad k = 1, 2 - \text{сигналы от каждого источника излучения}; \quad (3)$$

$$\Lambda_k^T = \left( f_1(\Theta_k), \dots, f_M(\Theta_k) \cdot \exp\left[-j \cdot 2\pi \frac{d}{\lambda} (M-1) \cdot \Theta_k\right] \right) \quad k = 1, 2 - \text{пеленгационный вектор}, \quad (4)$$

$\lambda = c/f_0$  - рабочая длина волны,

$c$  - скорость распространения электромагнитных волн.

Конкретизируем принимаемое колебание и параметры приемника. Сигнальная компонента  $\dot{S}_k(t, \vec{\alpha}_k, m)$  связана с передаточной характеристикой  $\dot{K}(f)$   $m$ -го тракта и спектрально-угловой плотностью амплитуды сигнала  $\dot{A}_k(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t)$  соотношением

$$\dot{S}_k(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k, m) = \int_{f_0-F}^{f_0+F} \dot{K}(f) \cdot \dot{F}_m(\Theta_k) \cdot \dot{A}_k(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t) \cdot df, \quad (5)$$

где  $F$  - верхняя частота полосы пропускания низкочастотного тракта канала предварительной временной обработки.

В общем случае статистические характеристики полезного сигнала  $\dot{A}(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t)$  и помехи  $n(t, m)$  определим так:

$$\begin{aligned} \langle \dot{A}(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t) \rangle &= 0; \\ \langle \dot{A}(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t) \cdot \dot{A}^*(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t_1) \rangle &\approx B(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t) \quad l = 1, 2, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \langle n(t, m) \rangle &= 0; \\ \langle n(t, m) \cdot \dot{n}^*(t_1, n) \rangle &= \sigma_0^2 \cdot \delta(t - t_1) \cdot \delta(m - n). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $B(\Theta_k, \vec{\alpha}_k, t)$  - спектрально-угловая плотность мощности  $k$ -го сигнала,  $\delta$  - функция Дирака. Пусть прием сигналов ведется на интервале времени  $T$  в узком диапазоне частот  $2F/f_0 \ll 1$ .

Решение такого вида радиометрических задач требует анализа  $W$  мгновенных откликов АР на входное воздействие в заданные моменты времени  $t_p = p\Delta t, p = 1, \dots, M$ ,

$\Delta t = 1/2F, 2F \cdot T = W, T = \Delta t \cdot (W - 1)$ . При этом в момент  $t_p$  получают  $M$ -мерный вектор наблюдений:

$$\vec{U}_p(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k) = \vec{S}_p(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k) + \vec{n}_p, \quad k = 1, 2, \text{ где } (8)$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_p^T(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k) &= [U_{p1}(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k), U_{p2}(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k), \dots, U_{pM}(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k)]; \\ \vec{S}_p^T(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k) &= [S_{p1}(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k), S_{p2}(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k), \dots, S_{pM}(t, \Theta_k, \vec{\alpha}_k)]; \\ \vec{n}_p^T &= [\dot{n}_{p1}(p \cdot \Delta t), \dot{n}_{p2}(p \cdot \Delta t), \dots, \dot{n}_{pM}(p \cdot \Delta t)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Исчерпывающее описание процесса (8) дает ковариационная матрица

$$\tilde{R} = \|R_{mn}\| = \langle \vec{U}_p \cdot \vec{U}_p^+ \rangle = \langle \vec{S}_p \cdot \vec{S}_p^+ \rangle + 2\sigma_0^2 I_M, \quad m, n = \overline{1, M}. \quad (10)$$

Здесь символ «+» означает сопряжение по Эрмиту, диагональная матрица  $I_M$  - единичная матрица размером  $M \times M$ . В рамках изложенной модели ковариационную матрицу  $\tilde{R}$  можно записать так:

$$\tilde{R} = |\dot{S}_1|^2 \Lambda_1 \Lambda_1^+ + |\dot{S}_2|^2 \Lambda_2 \Lambda_2^+ + \sigma_0^2 I_M, \quad (11)$$

Пусть

$$\tilde{\Psi} = \tilde{R} / \sigma_0^2 \quad (12)$$

нормированная ковариационная матрица. Тогда в матричном виде (11) может быть представлено так:

$$\tilde{\Psi} = \tilde{\Lambda} \tilde{\Phi} \tilde{\Lambda}^+ + I_M. \quad (13)$$

Здесь

$$\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}, M_1 = (\dot{S}_1(t, \Theta_1, \vec{\alpha}_1))^2 / \sigma_0^2, M_2 = (\dot{S}_2(t, \Theta_2, \vec{\alpha}_2))^2 / \sigma_0^2$$

и

$$\tilde{\Lambda} = [\Lambda_1 \quad \Lambda_2]. \quad (14)$$

Для оценивания параметров сигналов  $\dot{S}_1(t, \Theta_1, \vec{\alpha}_1), \dot{S}_2(t, \Theta_2, \vec{\alpha}_2)$  запишем критерий [4] так:

$$\xi = \min_{\dot{S}_1, \dot{S}_2, \Lambda_1, \Lambda_2} l = Sp \Psi^{-1} S_0 - \ln |\Psi^{-1} S_0| - M, \quad (15)$$

где  $S_0$  - выборочная ковариационная матрица. По методу максимального правдоподобия нахождение оценок параметров сигналов  $\dot{S}_1(t, \Theta_1, \vec{\alpha}_1), \dot{S}_2(t, \Theta_2, \vec{\alpha}_2)$  сводится к решению уравнений правдоподобия:

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial \Lambda} = \frac{\partial}{\partial \Lambda} (Sp \Psi^{-1} S_0 - \ln |\Psi^{-1} S_0| - 1) = 0 \\ \frac{\partial \xi}{\partial \Phi} = \frac{\partial}{\partial \Phi} (Sp \Psi^{-1} S_0 - \ln |\Psi^{-1} S_0| - 1) = 0 \end{cases}. \quad (16)$$

Решение любого из уравнений (15) приводит к равенству:

$$\Psi^{-1} \Lambda = S_0^{-1} \Lambda. \quad (17)$$

На основании известных свойств матриц представим выборочную ковариационную матрицу так:

$$S_0 = \tilde{V} \tilde{X} \tilde{V}^+, \quad (18)$$

где  $\tilde{X} = \text{diag}(x_1, x_2)$  - матрица из собственных значений, а  $\tilde{V}$  - собственный вектор матрицы  $S_0$ . Тогда для отыскания связи  $\tilde{X}$  и  $\Phi$  допустим, что оценка по методу максимального правдоподобия строится путем нахождения такой пеленгационной матрицы  $\tilde{V}$ , при которой достигается прием максимальной мощности сигнала:

$$V^+ \Lambda = M I_2. \quad (19)$$

Тогда на основании известных свойств обращения матриц и с учетом (10), (16), (17) получим:

$$(I_M - \Lambda(\Lambda^+ \Lambda + \Phi^{-1})^{-1} \Lambda^+) \Lambda = \tilde{V} \tilde{X}^{-1} \tilde{V}^+ \Lambda. \quad (20)$$

Воспользовавшись свойством ортогональности собственных векторов и с учетом (18):

$$I_2 - \tilde{X}^{-1} = (I_2 + ((\Lambda^+ \Lambda) \Phi)^{-1})^{-1}. \quad (21)$$

Разложив правую часть в ряд Тейлора и ограничиваясь линейными членами разложения получим решение:

$$\tilde{X} = I_2 + \Lambda^+ \Lambda \Phi. \quad (19)$$

Для определения искоемых собственных значений  $x_1$  и  $x_2$  матрицы  $\tilde{X}$  при вычислении следа и определителя  $\tilde{X}$  получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = M_1 + M_2 \\ y_1 \cdot y_2 = M_1 \cdot M_2 \cdot \xi_0 \end{cases}, \quad (22)$$

где  $\xi_0 = 1 - \frac{|\Lambda_1^+ \cdot \Lambda_2|}{M^2}, y_1 = \frac{x_1 - 1}{M}, y_2 = \frac{x_2 - 1}{M}$ . Решение системы дает два корня:

$$\begin{aligned} y_{1,2}^{(1)} &= \frac{M_1 + M_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{M_1 + M_2}{2}\right)^2 - M_1 \cdot M_2 \cdot \xi_0}; \\ y_{1,2}^{(2)} &= \frac{M_1 + M_2}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{M_1 + M_2}{2}\right)^2 - M_1 \cdot M_2 \cdot \xi_0}. \end{aligned} \quad (23)$$

Возвращаясь к  $x_1$  и  $x_2$  матрицы  $\tilde{\Psi}$ , окончательно получим:

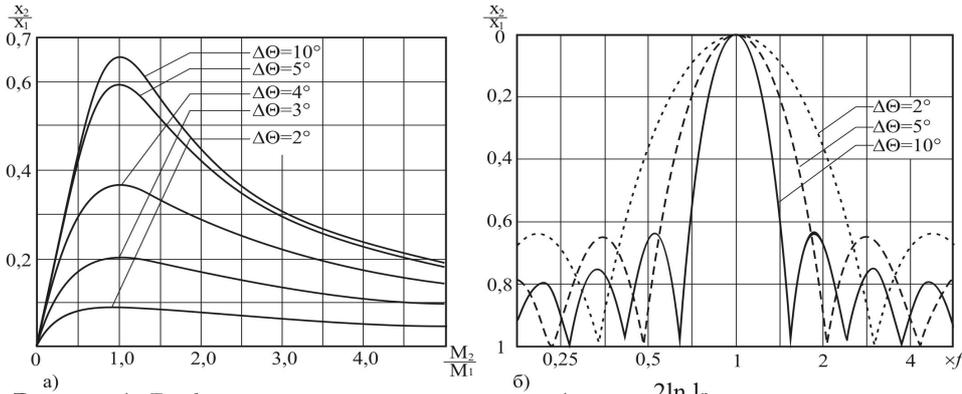
$$x_{1,2} = 1 + M_1 \Lambda_1^+ \Lambda_1 - \frac{1}{2} (a \mp b), \text{ где } (24)$$

$$a = M_1 \Lambda_1^+ \Lambda_1 - M_2 \Lambda_2^+ \Lambda_2; \quad b = \sqrt{a^2 + 4M_1 \cdot M_2 |\Lambda_1^+ \Lambda_2|^2}. \quad (25)$$

Если  $M > 2$ , то при приеме двух сигналов

$$x_3 = x_4 = \dots = x_M = 1 \text{ [4].}$$

На рисунке 1 а) приведена зависимость отношения собственных значений от отношения мощностей двух сигналов точечных излучателей. Кривые получены для различных угловых расстояний излучателей  $\Delta\Theta = \Theta_2 - \Theta_1$  при следующих исходных данных:  $M_1 = 10; d/\lambda_1 = d/\lambda_2 = 1; M = 9$ . Элементы АР обладают ненаправленными свойствами. На рисунке 1 б) приведена кривая отношения собственных значений для приема двух сигналов, источники которых разнесены в пространстве на угол  $\Delta\Theta$  и по частоте. Частота одного из сигналов  $f_0$ , на которой  $d/\lambda_1 = 1$ .



**Рисунок 1.** Графики зависимости отношения собственных значений от отношения мощностей сигналов (а) и их частот (б)

Из (24), (25) вытекает несколько частных случаев:

а) Один из сигналов отсутствует:  $\dot{S}_2(t, \vec{\alpha}_2, m) = 0, M_2 = 0$ .

Тогда  $x_1 = 1 + M_1 \cdot \Lambda_1^+ \Lambda_1, x_2 = 1$ . При этом принимается полезный сигнал мощностью  $\sigma_0^2 \cdot (x_1 - 1)$ , а мощность канальных шумов  $\sigma_0^2 x_2$ .

б) Сигналы ортогональны:  $\Lambda_1^+ \Lambda_2 = 0$ . Тогда  $x_1 = 1 + M_1 \cdot \Lambda_1^+ \Lambda_1, x_2 = 1 + M_2 \cdot \Lambda_2^+ \Lambda_2$ . Энергия каждого сигнала определяется как  $\sigma_0^2 \cdot (x_{1,2} - 1)$ .

в) Сигналы полностью коррелированы:  $\Lambda_1^+ \Lambda_2 = 1$ . Тогда  $x_1 = 1 + M_1 \cdot \Lambda_1^+ \Lambda_1 + M_2 \cdot \Lambda_2^+ \Lambda_2, x_2 = 1$ . Различение сигналов невозможно.

Методику [4] с учетом изложенного выше можно распространить на решение задач классификации сигналов точечных излучателей. Пусть в пределах ширины диаграммы направленности АР находится точечный излучатель информационного сигнала с неизвестным вектором параметров  $\vec{\alpha}_1$  и излучатель помехи с вектором  $\vec{\alpha}_2$ .

Пусть  $H_{a_n}$  - гипотеза о поступлении сигнала с параметрами  $a_n$ :

$$H_{a_n} : \tilde{R}(\vec{a}_n) = \tilde{R}_n = \tilde{\Lambda} \cdot \tilde{\Psi}_{a_n} \cdot \tilde{\Lambda}^+ + 2\sigma_0^2 I_M. \quad (26)$$

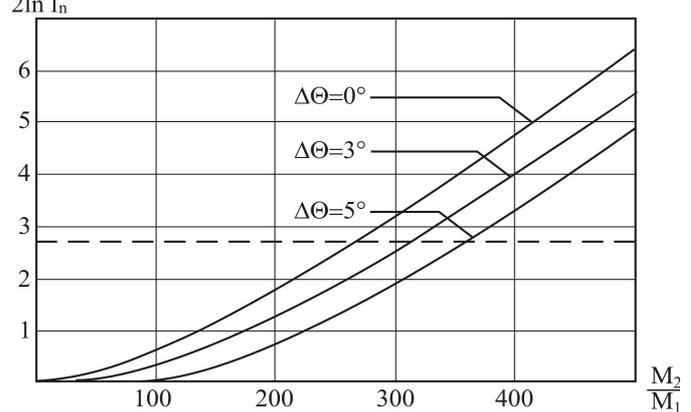
Стратегия оптимального по критерию отношения правдоподобия правила отождествления  $\hat{S}$  и  $\tilde{R}(\vec{a}_n)$  предписывает формирование процедуры распознавания, обеспечивающей при заданном наборе  $\tilde{R}(\vec{a}_n), n = 0, 1, 2, \dots, N$  минимум критической статистики  $2 \ln l_n$ . Последняя через собственные значения ковариационной матрицы [4] записывается так:

$$2 \ln l_n = 2K \sum_{i=1}^M \left( \frac{x_i}{v_i} - \ln \frac{x_i}{v_i} - 1 \right). \quad (27)$$

Здесь  $x_i$  и  $v_i$  - i-ое собственное значение матриц  $\tilde{S}$  и  $\tilde{R}_n$  соответственно.

Известно [5], что статистика (27) при выполнении гипотезы  $H_{a_n}$  имеет  $\chi^2$  распределение с  $V-1$  степенями свободы, где  $V$  - размерность вектора  $\vec{a}_n$ . Следовательно, решение задачи обнаружения сигналов с параметрами, характеризующими свойства излучателя, сводится к проверке гипотез  $H_{a_n} (n = 0, 1, \dots, m, \dots)$  по набору  $\tilde{R}(\vec{a}_n), n = 0, 1, \dots, m, \dots$ , определенных собственными значениями  $v_i (i = 1, 2, \dots, M)$ . Решение о принадлежности принимаемого сигнала к классу сигналов с заданными параметрами  $\vec{a}_n$  выносится при выполнении условия  $2 \ln l_n < \chi^2$ , где значение  $\chi^2$  выбрано на основании табулированной статистики для заданной величины ошибки первого рода [4].

В качестве примера на рисунке 2 представлен график зависимости критической статистики (27) при наличии двух точечных излучателей, разнесенных на угол  $\Delta\Theta$ , от соотношения их мощностей. Оценка полезного сигнала производилась по анализу наибольшего из собственных значений, отношение сигнал/канальный шум  $\mu_0 = 10$ .



**Рисунок 2.** Зависимость критической статистики, составленной для классификации одного из двух сигналов от соотношения мощностей сигналов

#### 4. Выводы

Анализ приведенных результатов показывает, что спектральный анализ ковариационной матрицы, выполненный посредством анализа ее собственных значений, позволяет определить количество источников сигналов, принимаемых АР в пределах ширины диаграммы ее направленности. Для эффективности предложенного критерия достаточным условием является полное отсутствие их корреляции.

Предложенный критерий достаточно прост в вычислительной реализации, сохраняет оперативность при достаточно низких соотношениях сигнал-канальный шум и при малом времени наблюдения. Дальнейшая работа направлена на синтез обобщенного теста различения принимаемых сигналов.

#### Литература

- 1 С. Л. Марпл-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1990. - 584 с.
- 2 Волосюк В. К., Кравченко В. Ф. Синтез оптимальных алгоритмов дистанционных измерений электрофизических параметров поверхностей по данным регистрации их собственного радиотеплового излучения. Измерительная техника. - 1993. - № 8. - с. 46-49
- 3 Фалькович С. Е., Пономарев В. И., Шкварко Ю. В. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием. - М.: Радио и связь. - 1989. - 295 с.

4 Абрамов А.Д., Крупка А.В. Тест максимального правдоподобия для принятия решения о величинах параметров сигналов от протяженных объектов в пассивных радиосистемах. // *Авиационно-космическая техника и технология*. - Харьков: НАКУ «ХАИ», 2002. - с. 7 - 11.

5 Абрамов А.Д. Определение числа шумовых пространственно-временных сигналов методом проверки сложных гипотез по критерию отношения правдоподобия. *Авиационно-космическая техника и технология*. - Харьков: НАКУ «ХАИ», 1996. - с. 407 - 411.

**УДК 681.518:004.93**

## КЛАСИФІКАЦІЙНЕ УПРАВЛІННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМ ПРОЦЕСОМ ВИРОБНИЦТВА СКЛАДНИХ МІНЕРАЛЬНИХ ДОБРІВ

*О.М. Куй*

*У рамках інформаційно-екстремального методу функціонально-статистичних випробувань (МФСВ) розглянуто задачу інформаційного синтезу здатної навчатися інтелектуальної системи управління (ІСУ). Запропоновано математичні моделі процесів навчання і екзамену та алгоритм оптимізації параметрів навчання ІСУ за інформаційним критерієм. Реалізація алгоритму ілюструється на прикладі оптимізації параметрів функціонування АСУТП виробництва складних мінеральних добрив.*

*Заступник голови правління ВАТ „Сумихімпром” – директор з виробництва, вул. Харківська, ВАТ „Сумихімпром”, Суми, Україна.*

*Контактний тел.: +38(0542) 33-88-22*

*e-mail: admin@khimprom.org.ua*

*В.М. Волков*

*Начальник виробничо-технічного відділу ВАТ „Сумихімпром”, вул. Харківська, ВАТ „Сумихімпром”, Суми, Україна.*

*Контактний тел.: (0542) 33-82-71*

*e-mail: admin@khimprom.org.ua*

*\*А.С. Красноясовський*

*Кандидат технічних наук, доцент кафедри.*

*\*М.В. Козинець*

*Аспірант кафедри.*

*\*І.В. Шелехов*

*Аспірант кафедри.*

*\*Кафедра інформатики Сумського державного університету, вул. Римського-Корсакова, 2, Суми, Україна, 40007.*

*Контактний тел.: (0542) 21-40-84*

*e-mail: kras@kpm.sumdu.edu.ua*

### Вступ

Підвищення ефективності та оперативності управління виробничими процесами органічно пов'язано із розробкою та впровадженням інтелектуальних інформаційних технологій, що базуються на ідеях і методах машинного навчання, яке є важливим розділом теорії розпізнавання образів [1-7]. Застосування здатних навчатися (самонавчатися) інтелектуальних АСУТП у виробництві дозволяє здійснити перехід від застарілих суб'єктивних методів ручного управління до інтелектуальних інформаційних технологій управління слабо формалізованими процесами та об'єктами, які функціонують в умовах невизначеності. Основні перешкоди на шляху інтенсивного впровадження інтелектуальних АСУТП, що навчаються, все ще обумовлені відставанням теорії машинного навчання від потреб практики. Так, основними недоліками багатьох відомих методів навчання систем розпізнавання, які роблять неефективним їх застосування на практиці, є

ігнорування перетину класів розпізнавання у просторі ознак розпізнавання, що має місце у практичних задачах контролю та управління, і необхідність використання навчальних вибірок великих обсягів. На подолання цих недоліків спрямовано інформаційно-екстремальний метод функціонально-статистичних випробувань (МФСВ), який ґрунтується на прямій оцінці інформаційної спроможності ІСУ [8-10]. Розглянемо у рамках МФСВ основні етапи інформаційного синтезу інтелектуальної АСУТП, здатної навчатися.

### 1. Постановка задачі

Відомі алфавіт класів розпізнавання  $\{X_m^o | m = \overline{1, M}\}$ , який характеризує  $M$  функціональних станів технологічного процесу, і навчальна матриця типу «об'єкт-властивість»  $\|y_{m,i}^{(j)}\|$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , де  $N, n$  – кількість ознак розпізнавання і випробувань відповідно. Нехай клас  $X_1^o$  характеризує найбільш бажаний функціональний