

*Представлено новий підхід до побудови математичної моделі кородуючої конструкції та узагальнена структура системи обробки інформації про роботу досліджуваного об'єкта, з урахуванням особливостей його експлуатації. Запропоновано поетапна побудова математичної моделі*

*Ключові слова: система, модель, кородуюча конструкція, напруги, агресивне середовище*

*Представлен новый подход к построению математической модели корродирующих конструкций и обобщенная структура системы обработки информации о работе исследуемого объекта, с учетом особенностей его эксплуатации. Предложено поэтапное построение математической модели*

*Ключевые слова: система, модель, корродирующая конструкция, напряжения, агрессивная среда*

*A new approach to building a mathematical model of corroding structures and the generalized structure information processing system of the object under study, taking into account the peculiarities of its operation. Proposed phased construction of a mathematical model*

*Keywords: system, model, corrosive design, stress, aggressive environment*

# СИСТЕМА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОРРОДИРУЮЩИХ ПЛОСКО- НАПРЯЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**Н. Ю. Науменко**

Кандидат технических наук, доцент\*

Контактный тел.: (0562) 47-24-64

E-mail: nay\_nata@i.ua

**О. А. Ляшенко**

Кандидат технических наук, доцент\*

Контактный тел.: (0562) 47-24-64

E-mail: oksan.a@ua.fm

\*Кафедра компьютерных технологий и высшей математики

Украинский государственный химико-технологический университет

пр. Гагарина, 8, г. Днепропетровск, Украина, 49005

## 1. Введение

Абстрагируясь от конкретной физической сущности, любой производственный процесс, каким бы сложным и специфическим он ни был, можно представить как систему. Под системой понимается совокупность любых элементов, объединенных определенным взаимодействием и рассматриваемых как единое целое. Все, что не входит в данную систему, является по отношению к ней внешней средой. Система испытывает воздействия со стороны внешней среды (входные воздействия) и, в свою очередь, сама воздействует на неё (выходные воздействия).

Системой может быть и доменная печь, и химический процесс, и промышленное предприятие. В роли сигналов могут выступать те или иные переменные величины или функции от определённых аргументов [1].

## 2. Обобщённая структура системы обработки информации

Система обработки информации включает в себя данные о работе исследуемого объекта (элемента, конструкции) и предоставляет информацию о состоянии объекта. В качестве исследуемого объекта в данной статье рассматриваются элементы плосконапряженных конструкций, которые работают под воздействием агрессивных сред. Анализ и обработка исходной информации о работе конструкции на выходе системы предоставляет данные о напряженно-деформированном состоянии (НДС), долговечности и оптимальных параметрах ее элементов.

Предлагается обобщенная схема системы обработки информации (рис. 1), на которой представлены как уже известные, так и новые элементы, которые добавлены с учетом особенностей эксплуатации пло-

сконапряженных конструкций и происходящих в них процессов

мени под влиянием коррозии, а именно выполнять моделирование влияния агрессивной среды в элементах

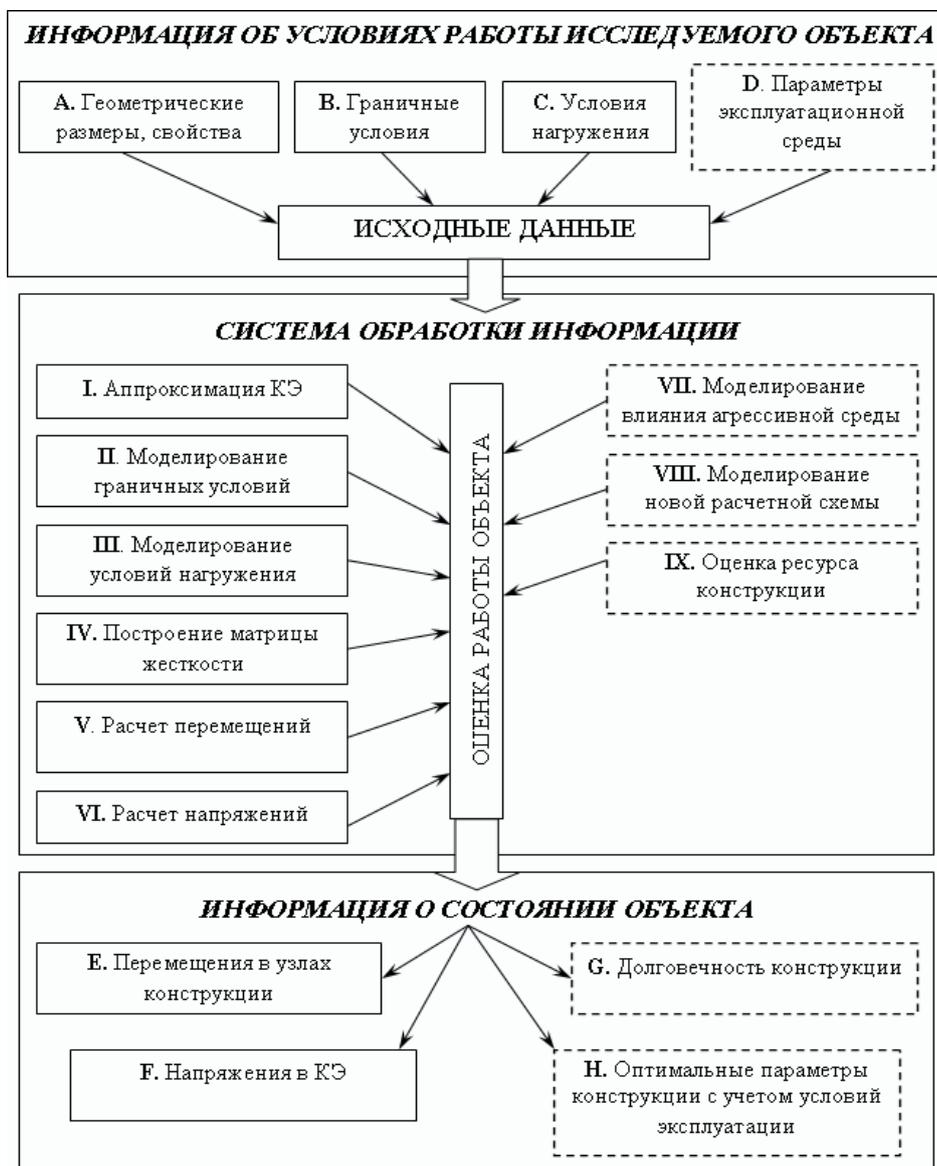


Рис. 1. Схема системы обработки информации

Предлагаемая на рис. 1. система включает три основных компонента:

1) модуль формирования исходных данных осуществляется в блоках А, В, С, которые предоставляют информацию об условиях работы конструкции и свойствах материалов. Но с учетом условий эксплуатации объекта, а именно наличия среды агрессивной по отношению к конструкционным материалам, традиционную систему необходимо дополнить блоком D, который содержит информацию о параметрах коррозионной среды;

2) обработка исходной информации о работе исследуемого объекта в известных подходах состоит в реализации блоков I – VI. С учетом дополнительной информации блока D возникает необходимость во введении новых элементов VII – IX, которые будут учитывать изменения в конструкции с течением вре-

мени под влиянием коррозии, а именно выполнять моделирование влияния агрессивной среды в элементах конструкции. Дополнение системы новыми элементами VII – IX вызывает необходимость адаптации элементов III – V к внесенным изменениям;

3) информация о состоянии конструкции по стандартной схеме предоставляется в виде блоков E и F, но внесенные изменения в систему обработки информации дают возможность получить принципиально новую информацию о долговечности конструкции (блок G) и оптимальные параметры объекта (блок H).

Предложенная структура системы обработки информации позволяет более полно учитывать и обрабатывать исходную информацию о работе объекта и получать более корректные данные о состоянии конструкции в любой момент времени, с учетом происходящих в ней изменений.

### 3. Построение модели деформирования корродирующего элемента

Предложенный подход к построению системы обработки информации, обуславливает необходимость разработки структуры математической модели деформирования корродирующих элементов конструкции.

Исследование конструкций, подверженных воздействию химически активных агрессивных сред, сводится к построению математической модели и последующему ее анализу [2]. В общем случае структура модели деформирования корродирующего элемента конструкции [3] представлена на рис. 2.

Исследуемая модель состоит из следующих компонент: модель расчетной схемы, модель материала, модель нагружения, модель разрушения и модель воздействия агрессивной среды [4]. На основе анализа информации о работе исследуемого объекта возникает необходимость адаптации модели воздействия агрессивной среды к условиям эксплуатации конструкции. Построение этой модели предусматривает дополнение существующей модели тремя новыми составляющими: выбор параметра поражения, выбор кинетического уравнения, условия локального разрушения.



Рис. 2. Структура модели деформирования корродирующей пластины

1) Модель расчетной схемы рассматривается в рамках плоской задачи теории упругости [5]. Уравнения теории упругости отражают предположение, что условия равновесия формируются для недеформированного тела. Перемещения и деформации бесконечно малы, а связь между напряжениями и относительными деформациями линейна. Соотношения между напряжениями и поверхностными или объемными силами, перемещениями и относительными деформациями в совокупности представляют собой замкнутую систему уравнений, однозначно определяющую все компоненты напряжений, относительных деформаций и перемещений.

Остановимся на основных уравнениях механики деформируемого твердого тела. Рассматривая равновесие элементарного параллелепипеда под действием сил, являющихся равнодействующими напряжений на его гранях, можно получить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + x &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + y &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + z &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$  – компоненты напряжений в системе координат XYZ.

Рассмотрим связь деформаций и перемещений (геометрические соотношения).

В механике сплошной среды обычно рассматривают малые деформации, сопровождающиеся малыми поворотами элемента. Если вокруг какой-либо точки тела вырезать элементарный параллелепипед с гранями, параллельными осям координат, то его деформации выражаются через перемещения следующим образом:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \tag{2}$$

Уравнения (2) представляют собой соотношения Коши. Компоненты вектора деформаций должны быть такими, чтобы обеспечивалась совместность деформации тела, приводящая к сохранению его сплошности. Для этого они должны удовлетворять шести уравнениям совместности деформаций Сен-Венана:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \gamma_{yx}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} \right) = 2 \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z}, \\ \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial z}, \\ \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) = 2 \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \tag{3}$$

Анализируя приведенные выше уравнения равновесия (1), геометрические соотношения (2) и уравнения неразрывности (3), можно заметить, что влияние агрессивной среды, которому подвергается деформируемое тело, никак не отразится на структуре этих уравнений. Даже если в некоторых случаях воздействие агрессивной среды приводит к нарушению сплошности тела, уравнения неразрывности (3) можно считать справедливыми, если предположить, что действие агрессивной среды не вызывает образования трещин и разрывов в теле.

При использовании уравнений равновесия необходимы соотношения между компонентами внешней нагрузки, приложенной к поверхности тела, и компонентами напряжений внутри тела. Эти соотношения называются граничными условиями. Если на поверхности тела известны внешние силы, то граничные условия называются статическими. Если же на границе заданы компоненты перемещений, то это кинематические граничные условия. Могут иметь место и смешанные граничные условия, когда на поверхности тела заданы частично нагрузки, а частично смещения.

Три уравнения равновесия (1) и шесть соотношений Коши (2) или, что эквивалентно, шесть уравнений неразрывности деформаций Сен-Венана (3) содержат 15 неизвестных: 6 компонент напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ , 6 компонент деформаций  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$  и 3 компоненты перемещения  $u, v, w$ . Следовательно, для того, чтобы система получилась замкнутой, необходимо добавить еще шесть уравнений.

Уравнения (1), (2) и (3) не зависят ни от свойств материала деформируемого сплошного тела, ни от того, подвергается ли это тело внешним агрессивным воздействиям. Поэтому дополнительные шесть уравнений должны учесть и свойства материала тела, и влияние агрессивной среды. Эти уравнения можно записать как одно уравнение, устанавливающее связь между напряжениями и деформациями. Причем, так как влияние внешней агрессивной среды может с течением времени привести к изменению размеров и формы тела, свойств материала тела, или того и другого

одновременно, то в это уравнение в явной или неявной форме будет входить время. Такое уравнение называется реологическим уравнением состояния. Это уравнение можно записать в следующем виде:

$$\Phi(\bar{\epsilon}, \bar{\sigma}, \bar{M}, \bar{C}, t) = 0, \quad (4)$$

где  $\bar{\epsilon}$  и  $\bar{\sigma}$  – векторы деформаций и напряжений;  $\bar{M}$  и  $\bar{C}$  – векторы параметров, характеризующих свойства материала деформируемого тела и свойства агрессивной внешней среды;  $t$  – время.

2) Модель материала характеризует свойства материала: хрупкие, упругие, пластичные, ползучие. В пределах малых удлинений материал модельной конструкции подчиняется закону Гука, который устанавливает прямую пропорциональность между напряжениями и деформациями:

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \quad (5)$$

Величина  $E$  представляет собой коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости первого рода. Закон Гука является приближенным, но для некоторых материалов, таких, как, например, сталь, он соблюдается с большой степенью точности в широких пределах изменения напряжений.

3) Модель нагружения представляют собой схематизацию внешних силовых воздействий. На моделируемый объект действуют статические нагрузки.

4) Модель разрушения представляет собой уравнения или условия, которые устанавливают взаимосвязь между параметрами работоспособности элемента конструкции в момент разрушения и параметрами, обеспечивающими прочность. Моделируемая конструкция выходит из строя, когда напряжения в одном из элементов достигают своих предельных значений:

$$\max \{ \sigma_i^s(t) \} \geq [\sigma]; i = \overline{1, N} \quad (6)$$

Процесс замедленного разрушения, вызванного действием агрессивной среды, схематически можно изобразить как изменение какой-либо характеристики напряженного состояния во времени [2]. Если, например, с течением времени будет изменяться предел прочности материала тела, а напряженное состояние останется неизменным, то процесс разрушения можно представить в виде кривой (рис. 3а). Здесь  $\sigma_{пр}$  – предел прочности;  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений;  $t^*$  – время работы до разрушения. Если же

внешняя среда приводит к изменению параметров, влияющих на деформирование тела, то процесс разрушения можно изобразить кривой, представленной на рис. 3б. И, наконец, объединяя описанные два случая воздействия агрессивной среды на деформируемое тело, временную зависимость напряжений при замедленном разрушении представим на рис. 3в.

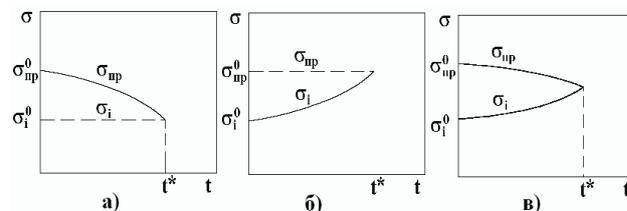


Рис. 3. Процесс разрушения элемента конструкции

5) Модель воздействия агрессивной среды представляет собой уравнения, связывающие параметры элементов конструкции (геометрические или механические), параметры агрессивной среды, время и, как правило, параметры напряженно-деформированного состояния конструкции. В отличие от задач в классической постановке, многие константы, характеризующие свойства элемента в нейтральной среде, становятся функциями от времени. При этом степень их изменения обычно неодинакова для различных точек конструкции. Таким образом, воздействие агрессивной (и изменяющейся во времени) неоднородности механических свойств по области конструкции. Модель агрессивной среды должна задавать закон изменения наведенной неоднородности. Выбор модели воздействия агрессивной среды приведен в ранее опубликованной работе [4].

#### 4. Выводы

В отличие от известных расчетов напряженно-деформированного состояния, которые обычно не учитывают внешние агрессивные воздействия, предлагаемая система обработки информации о работе корродирующей конструкции позволяет более полно учитывать и обрабатывать исходные данные о работе объекта и получать более корректную информацию о состоянии конструкции в любой момент времени, с учетом происходящих в ней изменений.

#### Литература

1. Горский В.Г. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики). / Горский В.Г., Адлер Ю.П., Талалай А.М. – М.: Металлургия, 1978. – 112 с.
2. Зеленцов Д.Г. Расчет конструкций с изменяющейся геометрией в агрессивных средах. Стержневые системы. Монография. / Зеленцов Д.Г. – Днепропетровск: УГХТУ, 2002. – 68 с.
3. Науменко Н.Ю. Математическая модель деформирования корродирующего элемента: матеріали II міжнародної наук.-техн. конф. [“Хімія і сучасні технології”] – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2005. – С. 256.
4. Науменко Н.Ю. Математичні моделі процесу корозії в задачах будівельної механіки кородуючих конструкцій / Н.Ю.Науменко, О.А.Ляшенко // Вопросы химии и химической технологии. – 2010. – № 6. – С. 148 – 153.
5. Петров В.В. Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой / Петров В.В., Овчинников И.Г., Шихов Ю.М.. – Саратов: СГУ, 1987. – 288 с.