

УДК 656.073.37

*Розглянуто принципи побудови нових адитивних моделей лінійного передбачення. Отримано спектральні характеристики адитивних процесів класичними методами та на основі адитивних моделей. Показані переваги адитивних моделей для розв'язання задачі придушення завад*

*Ключові слова: адитивний процес, дисперсія, спектральна оцінка*

*Рассмотрены принципы построения новых аддитивных моделей линейного предсказания. Получены спектральные характеристики аддитивных процессов классическими методами и на основе аддитивной модели. Показаны преимущества аддитивных моделей для решения задачи подавления помех*

*Ключевые слова: аддитивный процесс, дисперсия, спектральная оценка*

*The concepts of making new additive linear prediction models are examined. The spectral estimates of additive processes are received by classical methods and on the basis of additive models. The advantages of additive models for task solution of interfering signal rejection are shown*

*Key words: additive process, variance, spectral estimation*

# ПОДАВЛЕННЯ ПОМЕХ ФІЛЬТРАМИ НА ОСНОВЕ АДДИТИВНИХ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

**В. А. Тихонов**

Доктор физико-математических наук, профессор\*

Контактный тел.: (057) 702-15-87

E-mail: res@kture.kharkov.ua

**Н. В. Кудрявцева**

Аспирантка\*

Кафедра радиоэлектронных систем

Контактный тел.: (057) 702-15-87

E-mail: kimberly86@list.ru

**И. О. Филь\***

Контактный тел.: (057) 702-15-87

E-mail: res@kture.kharkov.ua

\*Кафедра радиоэлектронных систем  
Харьковский институт радиотехники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, 61166

## 1. Введение

Некоторые случайные процессы получаются в результате суммирования нескольких случайных процессов [1]. Хотя такие результирующие процессы могут моделироваться моделями линейного предсказания, они не являются истинными процессами линейного предсказания. Для аддитивного процесса, представленного суммой процессов линейного предсказания, нельзя точно указать порядок и вычислить параметры модели, зная параметры составляющих его моделей. В этом причина снижения точности параметрической спектральной оценки и, как следствие, эффективности обеления коррелированных процессов.

В статье рассматриваются принципы построения аддитивных моделей авторегрессии-скользящего среднего стационарных аддитивных процессов. Найдено выражение параметрической спектральной оценки на основе аддитивной модели  $ARCC_1 + ARCC_2$ . Рассмотрены примеры построения моделей  $AR_1(1) + AR_2(2)$  и  $AR_1(2) + AR_2(2)$  аддитивных процессов. Для них получены параметрические

спектральные оценки классическими методами и на основе аддитивной модели. Проведен сравнительный анализ средних значений дисперсий ошибок предсказания на выходе обеляющих фильтров прямой реализации и на решетчатых структурах, синтезированных на основе известных моделей линейного предсказания и аддитивной модели.

## 2. Аддитивная модель $ARCC_1 + ARCC_2 + \dots + ARCC_k$

Аддитивный стационарный случайный процесс описывается уравнением

$$x[t] = H(z)a[t], \quad (1)$$

где  $H(z)$  – рациональная системная функция,  $a[t]$  – гауссов или негауссов случайный процесс типа белого шума. Выражение для системной функции представляется суммой системных функций составляющих фильтров

$$H(z) = H_1(z) + H_2(z) + \dots + H_k(z), \quad (2)$$

где  $H_i(z)$  – рациональная системная функция, формирующая составляющие аддитивного процесса. Формирующие фильтры 1, 2, ..., k для аддитивной модели могут быть фильтрами AP, СС или APСС.

Аддитивная модель  $APCC_1+APCC_2+...+APCC_k$  описывается системой разностных уравнений:

$$\begin{aligned} y_1[t] &= \sum_{i=1}^{p_1} \Phi_1[i]y_1[t-i] - \sum_{n=1}^{q_1} Q_1[n]a[t-n] + a[t], \\ y_2[t] &= \sum_{i=1}^{p_2} \Phi_2[i]y_2[t-i] - \sum_{n=1}^{q_2} Q_2[n]a[t-n] + a[t], \\ y_k[t] &= \sum_{i=1}^{p_k} \Phi_k[i]y_k[t-i] - \sum_{n=1}^{q_k} Q_k[n]a[t-n] + a[t], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Phi_i[i] \dots \Phi_k[i]$  – коэффициенты моделей AP,  $Q_i[n] \dots Q_k[n]$  – коэффициенты моделей СС 1, 2, ..., k-го процессов. Выход формирующего фильтра равен сумме составляющих процессов

$$x[t] = y_1[t] + y_2[t] + \dots + y_k[t].$$

Если заданы выборки  $y_1[t], y_2[t], \dots, y_k[t]$  аддитивных случайных процессов, то можно найти выражения для оценки параметров модели линейного предсказания процесса. Для модели  $APCC_1+APCC_2+...+APCC_k$  условие оптимальности совпадает с оптимальностью классических моделей линейного предсказания.

### 3. Примеры аддитивных моделей

Аддитивная модель случайного процесса, состоящая из двух моделей  $APCC_1(p_1, q_1)+APCC_2(p_2, q_2)$ , описывается разностным уравнением

$$\begin{aligned} x[t] &= \sum_{i=1}^{p_1} \Phi_1[i]y_1[t-i] - \sum_{n=1}^{q_1} Q_1[n]a[t-n] + \\ &+ \sum_{i=1}^{p_2} \Phi_2[i]y_2[t-i] - \sum_{n=1}^{q_2} Q_2[n]a[t-n] + 2a[t] \end{aligned}$$

Параметры составляющих моделей находятся по корреляционным функциям процессов  $y_1[t]$  и  $y_2[t]$  с использованием известных методов [2]. Квадрат амплитудно-частотной характеристики формирующего фильтра, состоящего из двух параллельно включенных фильтров, представляется в виде

$$|H(f)|^2 = |H_1(f)|^2 + |H_2(f)|^2 + 2|H_1(f)||H_2(f)|.$$

Тогда выражение для параметрической спектральной оценки аддитивного процесса  $APCC_1(p_1, q_1)+APCC_2(p_2, q_2)$  записывается в виде

$$P(f) = |H(f)|^2 D_a = \frac{\left| \sum_{l=0}^{q_1} Q_1[l]e^{-j2\pi lfT} \right|^2}{\left| \sum_{i=0}^{p_1} \Phi_1[i]e^{-j2\pi iT} \right|^2} D_a + \frac{\left| \sum_{m=0}^{q_2} Q_2[m]e^{-j2\pi mT} \right|^2}{\left| \sum_{n=0}^{p_2} \Phi_2[n]e^{-j2\pi nT} \right|^2} D_a + 2 \frac{\left| \sum_{l=0}^{q_1} Q_1[l]e^{-j2\pi lfT} \right| \left| \sum_{m=0}^{q_2} Q_2[m]e^{-j2\pi mT} \right|}{\left| \sum_{i=0}^{p_1} \Phi_1[i]e^{-j2\pi iT} \right| \left| \sum_{n=0}^{p_2} \Phi_2[n]e^{-j2\pi nT} \right|} D_a.$$

В случае модели  $AP_1(p_1)+AP_2(p_2)$ , спектральные оценки рассчитываются по формуле

$$P(f) = \frac{D_a}{\left| \sum_{n=0}^2 \Phi_1[i]e^{-j2\pi iT} \right|^2} + \frac{D_a}{\left| \sum_{n=0}^2 \Phi_2[n]e^{-j2\pi nT} \right|^2} + \frac{2D_a}{\left| \sum_{i=0}^2 \Phi_1[i]e^{-j2\pi iT} \right| \left| \sum_{n=0}^2 \Phi_2[n]e^{-j2\pi nT} \right|}, \quad (4)$$

которая следует из (3) при  $Q_v[n]$  равным нулю.

### 4. Сравнительный анализ подавления помех фильтрами прямой реализации и решетчатыми фильтрами на основе классических и аддитивных моделей линейного предсказания

Для анализа подавления помех с использованием аддитивной модели были получены коррелированные случайные процессы. Методом формирующего фильтра были получены две выборки коррелированных случайных процессов с параметрами спектров  $f_1 = 0$ ,  $df_1 = 1$  и  $f_2 = 10$ ,  $df_2 = 2$  соответственно. Коэффициенты AP рассчитывались по характеристикам спектров. С этой целью применялся метод расчета коэффициентов AP по параметрам спектра, описанный в [3]. Аддитивный процесс был получен суммированием составляющих процессов. В качестве порождающего процесса использовался гауссов белый шум. Аналогичным образом получен аддитивный процесс с характеристиками спектров составляющих его процессов  $f_1 = 0$ ,  $df_1 = 1$  и  $f_2 = 20$ ,  $df_2 = 1$ . На рис. 1 и рис. 2 приведены выборочные параметрические оценки спектров коррелированного процесса с характеристиками спектра:  $f_1 = 0$ ,  $df_1 = 1$ ,  $f_2 = 10$ ,  $df_2 = 1$ . Эти оценки получены для пятидесяти выборок длиной 500 отсчетов по модели AP(3) и по аддитивной модели  $AP_1(1)+AP_2(2)$ . На рис. 3 и рис. 4 показаны параметрические спектры аддитивного процесса, описываемого моделью  $AP_1(2)+AP_2(2)$  с характеристиками спектра  $f_1 = 15$ ,  $df_1 = 0,75$ ,  $f_2 = 30$ ,  $df_2 = 1$ . Анализ графиков показывает, что выборочные параметрические спектры по аддитивной модели более точно соответствуют теоретическим характеристикам спектра и имеют меньший разброс частоты пиков.

Обесцвечивающие фильтры на основе моделей линейного предсказания имеют АЧХ обратную параметрической оценки спектра. Поэтому эффективность подавления коррелированной помехи определяется точностью метода оценки коэффициентов AP, по которым рассчитывается параметрический спектр. Ниже показано, что обесцвечивающие фильтры на основе аддитивных моделей дают большее подавление коррелированной помехи. Методом статистического моделирования был проведен анализ подавления имитационных коррелированных помех фильтрами прямой реализации с помощью классических моделей AP третьего и четвертого порядков и аддитивных моделей  $AP_1(1)+AP_2(2)$  и  $AP_1(2)+AP_2(2)$ . Анализировалась также эффективность подавления коррелированных помех с помощью решетчатых фильтров третьего, четвертого и пятого порядков.

В табл. 1 и табл. 2 показаны средние значения дисперсий ошибок предсказания и их среднеквадратические отклонения для пятидесяти выборок:  $\hat{D}_{AP(3)}$ ,  $\hat{D}_{AP(4)}$  – для моделей AP третьего и четвертого порядков,  $\hat{D}_{PФ(3)}$ ,  $\hat{D}_{PФ(4)}$  – для решетчатых фильтров третьего и четвертого порядков,  $\hat{D}_{PФ(4)}$ ,  $\hat{D}_{PФ(5)}$  – для решетчатых фильтров четвертого и пятого порядков,  $\hat{D}_{AP_1(1)+AP_2(2)}$ ,

$\hat{D}_{AP_1(2)+AP_2(2)}$  - для аддитивных моделей  $AP_1(1)+AP_2(2)$  и  $AP_1(2)+AP_2(2)$ ,  $\hat{D}_{PФ_1(1)+PФ_2(2)}$ ,  $\hat{D}_{PФ_1(2)+PФ_2(2)}$  - для решетчатых фильтров, синтезированных по аддитивным моделям  $AP_1(1)+AP_2(2)$  и  $AP_1(2)+AP_2(2)$ .

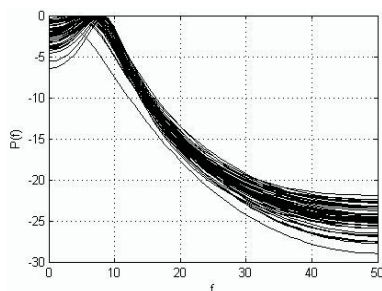


Рис. 1. Выборочные параметрические спектры по классической модели  $AP(3)$  с параметрами:  $f_1 = 0, df_1 = 1, f_2 = 10, df_2 = 1$

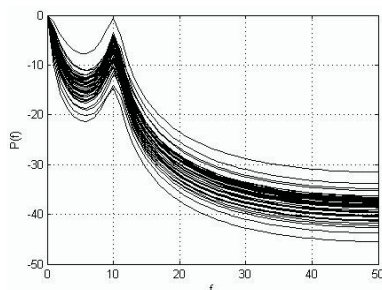


Рис. 2. Выборочные параметрические спектры по аддитивной модели  $AP_1(1)+AP_2(2)$  с параметрами:  $f_1 = 0, df_1 = 1, f_2 = 10, df_2 = 1$

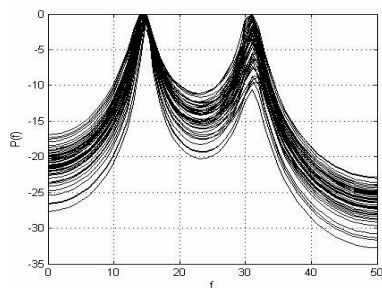


Рис. 3. Выборочные параметрические спектры по классической модели  $AP(4)$  с параметрами:  $f_1 = 15, df_1 = 0,75, f_2 = 30, df_2 = 1$

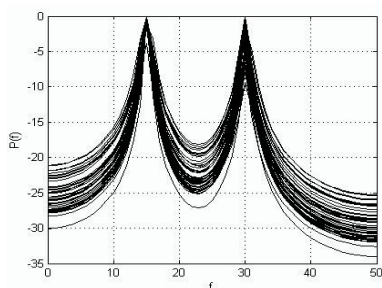


Рис. 4. Выборочные параметрические спектры по аддитивной модели  $AP_1(2)+AP_2(2)$  с параметрами:  $f_1 = 15, df_1 = 0,75, f_2 = 30, df_2 = 1$

Таблица 1

Средние значения дисперсий ошибок предсказания на выходе фильтров линейного предсказания

	$f_1$	$f_2$	$\Delta f_1$	$\Delta f_2$	$\hat{D}_{AP(3)}$	$\hat{D}_{PФ(3)}$	$\hat{D}_{PФ(4)}$	$\hat{D}_{AP_1(1)+AP_2(2)}$	$\hat{D}_{PФ_1(1)+PФ_2(2)}$
1	0	10	1	2	4,67 ± 0,41	4,73 ± 0,40	4,53 ± 0,36	3,95 ± 0,26	4,06 ± 0,27
2	0	20	1	1	5,68 ± 0,42	5,73 ± 0,41	4,29 ± 0,29	3,93 ± 0,26	4,01 ± 0,25

Средний выигрыш по аддитивной модели  $AP_1(1)+AP_2(2)$  с параметрами  $f_1 = 0, df_1 = 1, f_2 = 10, df_2 = 2$  равен 16%, а для модели с параметрами  $f_1 = 0, df_1 = 1, f_2 = 20, df_2 = 1$ , он составил 32%.

Аналогичный эксперимент проводился для коррелированной помехи с параметрами спектра:  $f_1 = 15, df_1 = 0,75, f_2 = 30, df_2 = 1$  и  $f_1 = 15, df_1 = 2, f_2 = 30, df_2 = 3$ . В табл. 2 приведены средние значения дисперсий ошибок предсказания и их среднеквадратическое отклонение. Анализ данных, приведенных в таблицах показывает, что средние значения дисперсий ошибок предсказания, полученные с помощью аддитивных моделей, и по коэффициентам решетчатого фильтра для аддитивной модели меньше, чем значения средней дисперсии, полученные по классическим методам.

Таблица 2

Средние значения дисперсий ошибок предсказания на выходе фильтров линейного предсказания

	$f_1$	$f_2$	$\Delta f_1$	$\Delta f_2$	$\hat{D}_{AP(4)}$	$\hat{D}_{PФ(4)}$	$\hat{D}_{PФ(5)}$	$\hat{D}_{AP_1(2)+AP_2(2)}$	$\hat{D}_{PФ_1(2)+PФ_2(2)}$
1	15	30	0,75	1	6,69 ± 0,59	6,76 ± 0,60	6,42 ± 0,50	3,97 ± 0,25	4,03 ± 0,27
2	15	30	2	3	5,50 ± 0,40	5,49 ± 0,41	5,35 ± 0,40	3,99 ± 0,26	4,00 ± 0,26

Средний выигрыш по аддитивной модели  $AP_1(2)+AP_2(2)$  с параметрами  $f_1 = 15, df_1 = 0,75, f_2 = 30, df_2 = 1$  равен 65%, а для модели с параметрами  $f_1 = 15, df_1 = 2, f_2 = 30, df_2 = 3$ , он составил 36%.

## 5. Выводы

Исследование точности спектрального оценивания аддитивных процессов показало преимущество аддитивной модели. Поэтому обеляющие фильтры прямой реализации и на решетчатых структурах на основе аддитивных моделей дают большее подавление коррелированных помех. Это показано экспериментальными исследованиями подавления имитационных коррелированных помех.

## 6. Литература

1. Бендат Д., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. – М.: Мир, 1983. – 312 с.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1974. – Вып.1. – 406с.
3. Тихонов В.А., Русановский Д.Е., Тихонов Д.В. Генерирование узкополосных имитационных случайных процессов // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – №4. – С. 83–85.