

Література

1. Закон України «Про внесення змін до деяких законодавчих актів України щодо спрощення митного оформлення транзитних вантажів». – 2010, № 30, ст.400
2. Альошинський Є.С. Оптимізація процесу виконання митних операцій на припортових пунктах переробки міжнародних контейнерних вантажів// Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. –№3 - 2008.- С. 3-7.
3. Додін Є.В. Митне регулювання трансшипменту// Митна справа. – №6 - С. 26- 31.
4. Котов В.Е. Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 160с.

Досліджено стійкість основних рухів і характер перебігу перехідних процесів системи, складеної з ротора з нерухомою точкою, корпусу і автобалансира

Ключові слова: ротор, дисбаланс, автобалансири, основний рух, стійкість

Исследована устойчивость основных движений и характер протекания переходных процессов системы, состоящей из ротора с неподвижной точкой, корпуса и автобалансира

Ключевые слова: ротор, дисбаланс, автобалансири, основное движение, устойчивость

Is explored the stability of the main motions and flowline of transitional processes of the system witch consist of rotor with a fixed point, corps and autobalancer

Keywords: rotor, unbalance, autobalancer, main motion, stability

УДК 62-752+62-755

СТІЙКІСТЬ ОСНОВНИХ РУХІВ СИСТЕМИ – РОТОР З НЕРУХОМОЮ ТОЧКОЮ, КОРПУС І АВТОБАЛАНСИР

Г.Б. Філімоніхін

Доктор технічних наук, професор
Кафедра деталей машин та прикладної механіки*
Контактний тел.: (0522) 39-05-47, 067-520-57-42
E-mail: filimonikhin@narod.ru, fgb@online.ua

В.В. Гончаров

Кандидат фізико-математичних наук, доцент
Кафедра вищої математики та фізики*
Контактний тел.: (0522) 390-564, 050-341-00-11
E-mail: matkora@narod.ru

*Кіровоградський національний технічний університет
пр. Університетський, 8, м. Кіровоград, 25006

Вступ

В роботі [2] за допомогою розробленої в роботі [1] методики складання диференціальних рівнянь руху роторних систем з автобалансирами (АБ) отримані диференціальні рівняння руху системи, складеної з незрівноваженого ротора з нерухомою точкою, корпусу і n -кульового АБ. З їх використанням виділені основні рухи системи, та складені диференціальні рівняння, що описують їх стійкість. В роботі [3] ці рівняння перетворені до зручного для аналізу вигляду, зокрема приведені до безрозмірного вигляду, виділені критичні випадки, в яких у системи з'являється принаймні

один нульовий корінь. В даній роботі проводиться оцінка стійкості основних рухів та досліджується характер перебігу перехідних процесів.

1. Диференціальні рівняння, що підлягають дослідженню

В роботі [3] отримано таку замкнуту систему диференціальних рівнянь в розмірному вигляді, що описує у першому наближенні стійкість основних рухів зазначеної роторної системи відносно дійсних змінних $\delta_1, \theta_1, s_{n1}, s_{\xi_1}$

$$\begin{aligned}
 & A(\ddot{\delta}_1 - 2\omega\dot{\theta}_1 - \omega^2\delta_1) + \omega C_p(\dot{\theta}_1 + \omega\delta_1) + \\
 & + h_\alpha(\dot{\delta}_1 - \omega\theta_1) + c_\alpha\delta_1 - d(\ddot{s}_{\eta_1} + 2\omega\dot{s}_{\eta_1} - \omega^2s_{\eta_1}) = 0', \\
 & A(\ddot{\theta}_1 + 2\omega\dot{\delta}_1 - \omega^2\theta_1) - \omega C_p(\dot{\delta}_1 - \omega\theta_1) + \\
 & + h_\alpha(\dot{\theta}_1 + \omega\delta_1) + c_\alpha\theta_1 + d(\ddot{s}_{\xi_1} - 2\omega\dot{s}_{\xi_1} - \omega^2s_{\xi_1}) = 0', \\
 & k\ddot{s}_{\xi_1} + h\dot{s}_{\xi_1} / m = -mn(1-b)d(\ddot{\theta}_1 + 2\omega\dot{\delta}_1 - \omega^2\theta_1) / 2, \\
 & k\ddot{s}_{\eta_1} + h\dot{s}_{\eta_1} / m = -mn(1+b)d(\ddot{\delta}_1 - 2\omega\dot{\theta}_1 - \omega^2\delta_1) / 2,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де: $A, C_p, h_\alpha, c_\alpha, \omega, m, r, h, d, m_0, r_0$ – розмірні параметри системи;

$$\begin{aligned}
 s_{\xi_1} &= mr \sum_{i=1}^n \cos(\tilde{\psi}_i - \tilde{\psi}) + m_0 r_0 \cos \tilde{\psi}, \\
 s_{\eta_1} &= mr \sum_{i=1}^n \sin(\tilde{\psi}_i - \tilde{\psi}) - m_0 r_0 \sin \tilde{\psi}
 \end{aligned} \tag{2}$$

– проекції дисбалансу;
 $\tilde{\psi}_i, /i=1, n /$ – кутові положення куль в основному незбуреному русі;

$\tilde{\psi} \in [0, \pi)$ – деякий фіксований кут.

Також в роботі [3] були одержані такі безрозмірні диференціальні рівняння відносно комплексно-спряжених змінних $\tilde{\delta}_z, \tilde{\theta}_z, \tilde{s}_{z\eta}, \tilde{s}_{z\xi}$, що описують стійкість основних рухів

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\delta}_z'' + [\tilde{h}_\alpha + (2 - \tilde{C})\tilde{\omega}i]\tilde{\delta}_z' + \\
 & + [1 + (\tilde{C} - 1)\tilde{\omega}^2 + \tilde{h}_\alpha\tilde{\omega}i]\tilde{\delta}_z - \tilde{s}_{z\xi}'' - 2\tilde{\omega}i\tilde{s}_{z\xi}' + \tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\xi} = 0', \\
 & \tilde{\theta}_z'' + [\tilde{h}_\alpha - (2 - \tilde{C})\tilde{\omega}i]\tilde{\theta}_z' + \\
 & + [1 + (\tilde{C} - 1)\tilde{\omega}^2 - \tilde{h}_\alpha\tilde{\omega}i]\tilde{\theta}_z - \tilde{s}_{z\eta}'' + 2\tilde{\omega}i\tilde{s}_{z\eta}' + \tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\eta} = 0', \\
 & -\tilde{m}[b(\tilde{\delta}_z'' + 2\tilde{\omega}i\tilde{\delta}_z' - \tilde{\omega}^2\tilde{\delta}_z) + \tilde{\theta}_z'' - 2\tilde{\omega}i\tilde{\theta}_z' - \tilde{\omega}^2\tilde{\theta}_z] + \tilde{s}_{z\eta}'' + \tilde{h}\tilde{s}_{z\eta}' = 0, \\
 & -\tilde{m}[\tilde{\delta}_z'' + 2\tilde{\omega}i\tilde{\delta}_z' - \tilde{\omega}^2\tilde{\delta}_z + b(\tilde{\theta}_z'' - 2\tilde{\omega}i\tilde{\theta}_z' - \tilde{\omega}^2\tilde{\theta}_z)] + \\
 & + \tilde{s}_{z\xi}'' + \tilde{h}\tilde{s}_{z\xi}' = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

де $\tilde{\omega}, \tilde{m}, \tilde{C}, \tilde{h}_\alpha, \tilde{h}, b, k$ – безрозмірні параметри системи.

2. Оцінка стійкості основних рухів за дослідженням характеру перебігу перехідних процесів

2.1. Нульове наближення

Покладемо в рівняннях (4) $\tilde{m} = 0$ і запишемо їх та рівняння (3) у вигляді

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\delta}_z'' + (\tilde{h}_\alpha + a_{13}i)\tilde{\delta}_z' + (a_{11} + a_{12}i)\tilde{\delta}_z = \tilde{s}_{z\xi}'' + 2\tilde{\omega}i\tilde{s}_{z\xi}' - \tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\xi}, \\
 & \tilde{\theta}_z'' + (\tilde{h}_\alpha - a_{13}i)\tilde{\theta}_z' + (a_{11} - a_{12}i)\tilde{\theta}_z = \tilde{s}_{z\eta}'' - 2\tilde{\omega}i\tilde{s}_{z\eta}' - \tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\eta}, \\
 & \tilde{s}_{z\xi}'' + \tilde{h}\tilde{s}_{z\xi}' = 0, \quad \tilde{s}_{z\eta}'' + \tilde{h}\tilde{s}_{z\eta}' = 0,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\text{де } a_{11} = 1 + (\tilde{C} - 1)\tilde{\omega}^2, \quad a_{12} = \tilde{h}_\alpha\tilde{\omega}, \quad a_{13} = (2 - \tilde{C})\tilde{\omega}. \tag{6}$$

Це – рівняння нульового по \tilde{m} наближення, які розпалися на три підсистеми.

З останніх двох рівнянь випливає, що у нульовому наближенні з часом безрозмірні змінні $\tilde{s}_{z\xi}, \tilde{s}_{z\eta}$, що за-

дають сумарний дисбаланс ротора, дуже швидко прямують до певних сталих значень:

$$\tilde{s}_{z\xi} \rightarrow \tilde{s}_{z\xi}, \quad \tilde{s}_{z\eta} \rightarrow \tilde{s}_{z\eta},$$

величина яких визначається початковими умовами. Цей перехідний процес визначають такі корені характеристичного рівняння:

$$\lambda_i = 0, \quad /i=1, 2/, \quad \lambda_i = -\tilde{h}, \quad /i=3, 4/. \tag{7}$$

Зауважимо, що при цьому кулі в АБ припиняють швидкий рух щодо ротора.

Після встановлення руху по змінним $\tilde{s}_{z\xi}, \tilde{s}_{z\eta}$ перші два рівняння системи (5) приймуть вигляд

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\delta}_z'' + (\tilde{h}_\alpha + a_{13}i)\tilde{\delta}_z' + (a_{11} + a_{12}i)\tilde{\delta}_z = -\tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\xi}, \\
 & \tilde{\theta}_z'' + (\tilde{h}_\alpha - a_{13}i)\tilde{\theta}_z' + (a_{11} - a_{12}i)\tilde{\theta}_z = -\tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\eta}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Ці рівняння описують невеликі рухи системи при фіксованому сумарному дисбалансі ротора, утвореному масою дисбалансу і кулями в АБ. Оцінимо рух, який при цьому встановиться, і швидкість перебігу перехідних процесів.

Однорідна система, що відповідає рівнянням (8) має вигляд

$$\begin{aligned}
 & \tilde{\delta}_z'' + (\tilde{h}_\alpha + a_{13}i)\tilde{\delta}_z' + (a_{11} + a_{12}i)\tilde{\delta}_z = \\
 & = 0, \quad \tilde{\theta}_z'' + (\tilde{h}_\alpha - a_{13}i)\tilde{\theta}_z' + (a_{11} - a_{12}i)\tilde{\theta}_z = 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

За умови, що система (9) – асимптотично стійка, з часом рух корпусу і ротора встановляться, тому похідні від $\tilde{\delta}_z, \tilde{\theta}_z$ будуть дорівнювати 0 і рівняння (8) приймуть вигляд:

$$(a_{11} + a_{12}i)\tilde{\delta}_z = -\tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\eta}, \quad (a_{11} - a_{12}i)\tilde{\theta}_z = -\tilde{\omega}^2\tilde{s}_{z\xi}. \tag{10}$$

Розв'язком системи (10) є

$$\tilde{\delta}_z = -(a_{11} - a_{12}i)\tilde{s}_{z\xi}\tilde{\omega}^2 / \Delta, \quad \tilde{\theta}_z = -(a_{11} + a_{12}i)\tilde{s}_{z\eta}\tilde{\omega}^2 / \Delta. \tag{11}$$

$$\text{де } \Delta = a_{11}^2 + a_{12}^2.$$

Характеристичне рівняння системи (9) розпадається на два комплексно-спряжені рівняння

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= \lambda^2 + (\tilde{h}_\alpha + a_{13}i)\lambda + a_{11} + a_{12}i = 0, \\
 \bar{\Delta}_1 &= \lambda^2 + (\tilde{h}_\alpha - a_{13}i)\lambda + a_{11} - a_{12}i = 0.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Коренями рівнянь (12) є

$$\begin{aligned}
 \lambda_{5,6} &= [-\tilde{h}_\alpha - a_{13}i \pm \sqrt{\tilde{h}_\alpha^2 - a_{13}^2 - 4a_{11} + 2(\tilde{h}_\alpha a_{13} - 2a_{12})i}] / 2, \\
 \lambda_{7,8} &= \bar{\lambda}_{5,6}.
 \end{aligned}$$

або після підстановки a_{ij} з (6), та виділення дійсних і уявних частин

$$\lambda_{5,6} = -[\tilde{h}_\alpha \pm \sqrt{q_1 - q_2}] / 2 - i[(2 - \tilde{C})\tilde{\omega} \mp \sqrt{q_1 + q_2}] / 2,$$

$$\lambda_{7,8} = \bar{\lambda}_{5,6}, \tag{13}$$

$$\text{де } q_1 = \sqrt{q_2^2 + \tilde{C}^2 \tilde{h}_\alpha^2 \tilde{\omega}^2}, \quad q_2 = 2 + (\tilde{C}^2 \tilde{\omega}^2 - \tilde{h}_\alpha^2) / 2.$$

Зауважимо, що при усіх допустимих значеннях параметрів системи

$$\max\{\text{Re}\lambda_{5,8}\} = (\sqrt{q_1 - q_2} - \tilde{h}_\alpha) / 2 < 0.$$

Отже, корені $\lambda_{5,8}$ – є комплексними коренями з від’ємною дійсною частиною. Тому частинні розв’язки (11) асимптотично стійки при будь-яких $\tilde{\omega}$. Саме такий рух з часом встановиться, причому швидкість згасання перехідних процесів буде визначатися від’ємними дійсними частинами коренів характеристичного рівняння, знайдених у нульовому наближенні.

Таким чином, швидкими є такі перехідні процеси:

– припинення (швидкого) руху куль в АБ відносно ротора;

– встановлення усталеного руху ротора, що відповідає сумарному дисбалансу, який створюють кулі і маса дисбалансу.

Швидкість перебігу цих перехідних процесів залежить виключно від умов закріплення ротора і його масоінерційних характеристик, та сил в’язкого опору, що діють на кулі і не залежить від дисбалансу, що урівноважується, та поточних положень куль. Тому можлива окрема оптимізація зазначених параметрів з метою пришвидшення настання автобалансування.

2.2. Перше наближення

Для остаточного визначення умов асимптотичної стійкості основних рухів залишилося знайти у наступних наближеннях два корені, що дорівнюють 0 у нульовому наближенні.

На рух ротора з корпусом, що встановиться, почнуть повільно реагувати кулі в АБ. Підставивши $\tilde{\delta}_z, \tilde{\theta}_z$ з (11) у систему (4), одержимо диференціальні рівняння, що описують відповідну повільну зміну дисбалансу

$$\begin{aligned} \tilde{s}''_{z\xi} + \tilde{h}\tilde{s}'_{z\xi} &= \tilde{m}\tilde{\omega}^4 [(a_{11} - a_{12}i)\tilde{s}_{z\xi} + b(a_{11} + a_{12}i)\tilde{s}_{z\eta}] / \Delta, \\ \tilde{s}''_{z\eta} + \tilde{h}\tilde{s}'_{z\eta} &= \tilde{m}\tilde{\omega}^4 [b(a_{11} - a_{12}i)\tilde{s}_{z\xi} + (a_{11} + a_{12}i)\tilde{s}_{z\eta}] / \Delta. \end{aligned} \tag{14}$$

При одержанні рівнянь (14) у правій частині $\tilde{s}_{z\xi}, \tilde{s}_{z\eta}$ були замінені на $\tilde{s}_{z\xi}, \tilde{s}_{z\eta}$. Можна обгрунтувати це так. У рівняннях (4) ми відкинули похідні від $\tilde{s}_{z\xi}, \tilde{s}_{z\eta}$, помножені на малий параметр \tilde{m} , бо функції $\tilde{s}_{z\xi}, \tilde{s}_{z\eta}$ після встановлення руху за механізмом, описаному у нульовому наближенні, змінюються дуже повільно:

$$|\tilde{s}'_{z\xi}|, |\tilde{s}'_{z\eta}| \ll 1, \quad |\tilde{s}''_{z\xi}|, |\tilde{s}''_{z\eta}| \ll 1.$$

Тому в рівняннях (4) цими складовими знехтували.

Характеристичне рівняння системи (14) має вигляд

$$\begin{aligned} &\left| \begin{array}{cc} \lambda^2 + \tilde{h}\lambda - \tilde{m}\tilde{\omega}^4(a_{11} - a_{12}i) / \Delta & -\tilde{m}\tilde{\omega}^4 b(a_{11} + a_{12}i) / \Delta \\ -\tilde{m}\tilde{\omega}^4 b(a_{11} - a_{12}i) / \Delta & \lambda^2 + \tilde{h}\lambda - \tilde{m}\tilde{\omega}^4(a_{11} + a_{12}i) / \Delta \end{array} \right| = \\ &= \Delta(\lambda^2 + \tilde{h}\lambda)^2 - 2\tilde{m}\tilde{\omega}^4 a_{11}(\lambda^2 + \tilde{h}\lambda) + \tilde{m}^2 \tilde{\omega}^8 \Sigma = 0, \end{aligned} \tag{15}$$

де $\Sigma = 1 - b^2$ (див. [3]).

У нульовому наближенні отримуємо рівняння $\Delta(\lambda^2 + \tilde{h}\lambda)^2 = 0$, корені якого знайдені в (7).

Нульові корені $\lambda_{1,2}$ в першому наближенні шукаємо у вигляді

$$\lambda_{1,2} = \tilde{m}\lambda_{1,2}^{(1)}. \tag{16}$$

Підставивши (16) у рівняння (15) і зібравши коефіцієнти при \tilde{m}^2 , одержимо рівняння для визначення $\lambda_{1,2}^{(1)}$:

$$\Delta \tilde{h}^2 (\lambda_{1,2}^{(1)})^2 - 2\tilde{h}\tilde{\omega}^4 a_{11} \lambda_{1,2}^{(1)} + \tilde{\omega}^8 \Sigma = 0. \tag{17}$$

Рівняння (17) буде мати корені з від’ємними дійсними частинами тоді і тільки тоді, коли

$$a_{11} = 1 + (\tilde{C} - 1)\tilde{\omega}^2 < 0. \tag{18}$$

Розв’язком останньої нерівності є

$$\tilde{\omega}^2 > 1 / (1 - \tilde{C}), \quad \tilde{C} < 1. \tag{19}$$

З умови (19) випливає (див. [3]), що зрівноважити принципово можливо тільки витягнутий умовний складений ротор ($\tilde{C} < 1$), утворений ротором і корпусом.

З рівняння (17) знаходимо

$$\lambda_{1,2}^{(1)} = (a_{11} \pm \sqrt{a_{11}^2 - \Delta \Sigma}) \tilde{\omega}^4 / (\tilde{h} \Delta)$$

і нульові корені у першому наближенні приймають вигляд

$$\lambda_{1,2} = (a_{11} \pm \sqrt{a_{11}^2 - \Delta \Sigma}) \tilde{\omega}^4 \tilde{m} / (\tilde{h} \Delta). \tag{20}$$

Отже, повільними процесами є реакції куль в АБ на рух ротора, що встановиться у нульовому наближенні. Кулі почнуть повільно прямувати у автобалансувальне положення. При надмірній кількості куль буде існувати сім’я усталених рухів і кулі будуть прямувати до одного з рухів із цієї сім’ї. Швидкість перебігу повільних перехідних процесів залежить від умов закріплення ротора, його масоінерційних характеристик, сил в’язкого опору, що діють на кулі, дисбалансу, що зрівноважується, та поточних положень куль в АБ.

2.3. Оцінка стійкості основних рухів в критичних випадках

При $\Sigma = 0$ або $b = 1$ з (20) маємо

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = 2\tilde{\omega}^4 a_{11} \tilde{m} / (\tilde{h} \Delta).$$

Рівність нулю одного з коренів характеристичного рівняння може означати, що кулі отримавши незначні відхилення від свого положення в основному русі, можуть у нього не повернутися, а автобалансування може не статися.

Для інтерпретації даного результату знайдемо вирази для проекцій дисбалансу s_{ξ_j}, s_{η_j} з (2) в околі критичних випадків, тобто при малих відхиленнях $\Delta\tilde{\Psi}_j$ куль від своїх положень в цих випадках.

Нехай на деякому основному русі для j , ($j = \overline{0, n}$) куль $\tilde{\Psi}_j = \tilde{\Psi} + \Delta\tilde{\Psi}_j$, а для $n - j$ куль $\tilde{\Psi}_j = \tilde{\Psi} + \pi + \Delta\tilde{\Psi}_j$ (див. [3]), тоді з (2) маємо

$$s_{\xi_i} = m r (\sum_{i=1}^j \cos \Delta \tilde{\psi}_i - \sum_{i=j+1}^n \cos \Delta \tilde{\psi}_i) + m_0 r_0 \cos \tilde{\psi} ,$$

$$s_{\eta_i} = m r (\sum_{i=1}^j \sin \Delta \tilde{\psi}_i - \sum_{i=j+1}^n \sin \Delta \tilde{\psi}_i) - m_0 r_0 \sin \tilde{\psi} . \quad (21)$$

Розклавши в (21) функції $\cos \Delta \tilde{\psi}_i, \sin \Delta \tilde{\psi}_i$ в ряд Маклорена, з точністю до величин першого порядку малості включно, одержимо

$$s_{\xi_i} \approx m r (2j - n) + m_0 r_0 \cos \tilde{\psi} ,$$

$$s_{\eta_i} \approx m r (\sum_{i=1}^j \Delta \tilde{\psi}_i - \sum_{i=j+1}^n \Delta \tilde{\psi}_i) - m_0 r_0 \sin \tilde{\psi} . \quad (22)$$

Враховуючи, що на основних рухах $m r (2j - n) + m_0 r_0 \cos \tilde{\psi} = 0$ і $m_0 r_0 \sin \tilde{\psi} = 0$ (див. [3]), з (22) з точністю до величин першого порядку малості включно, отримаємо

$$s_{\xi_i} \approx 0 , s_{\eta_i} \approx m r (\sum_{i=1}^j \Delta \tilde{\psi}_i - \sum_{i=j+1}^n \Delta \tilde{\psi}_i) . \quad (23)$$

Зауважимо, що у критичних випадках центри куль і вектор дисбалансу ротора лежать на одній прямій ξ_i і $s_{\xi_i} = 0$. Як було показано вище, при невеликих відхиленнях маятників від цієї прямої, з точністю до величин першого порядку малості включно $s_{\xi_i} = 0$. Так як третє рівняння в (1) при $b=1$ приймає вигляд $k \ddot{s}_{\xi_i} + h \dot{s}_{\xi_i} / m = 0$, то з (23) випливає, що на повільних процесах з точністю до величин першого порядку малості включно

$$s_{\xi_i}(t) \rightarrow \text{const} \approx 0 . \quad (24)$$

тобто проекція сумарного дисбалансу на вісь ξ_i дорівнює нулю. Інші три рівняння системи (1) утворюють незалежну підсистему відносно змінних $\delta_i, \theta_i, s_{\eta_i}$. Тривіальний розв'язок цієї підсистеми асимптотично стійкий. Отже, на повільних перехідних процесах у критичних випадках роторна система прямує до автобалансувального положення (одного з основних рухів).

Розглянуті критичні випадки отримані в припущенні, що радіуси куль набагато менші за радіуси бігових доріжок і кулі не заважають одна одній при русі. Практично ж кулі мають скінчені розміри і можуть тільки наблизитися одна до одної (див. рис. 1).

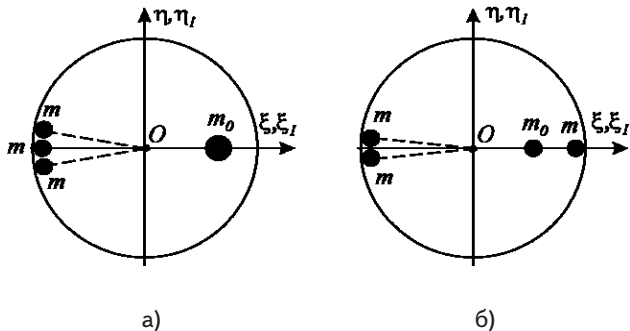


Рис. 1. Розташування куль скінчених розмірів в трьохкульовому АБ в критичних випадках

Вони не можуть мати спільних внутрішніх точок. Рівність $\Sigma = 0$ може мати місце тільки при нульовому дисбалансі і двохкульовому АБ. Тому доцільно використовувати в АБ три і більше куль.

3. Оцінка стійкості основного руху за коренями характеристичного рівняння системи

3.1. Характеристичне рівняння системи

Запишемо характеристичне рівняння системи (3), (4):

$$\begin{vmatrix} e_{11} & 0 & -e_{13} & 0 \\ 0 & \bar{e}_{11} & 0 & -\bar{e}_{13} \\ -\tilde{m}e_{13} & -\tilde{m}b\bar{e}_{13} & e_{33} & 0 \\ -\tilde{m}be_{13} & -\tilde{m}\bar{e}_{13} & 0 & e_{33} \end{vmatrix} = , \quad (25)$$

$$= e_{33}^2 e_{11} \bar{e}_{11} - e_{33} (\bar{e}_{11} e_{13}^2 + e_{11} \bar{e}_{13}^2) \tilde{m} + \Sigma \bar{e}_{13}^2 \tilde{m}^2 = 0$$

$$\text{де } e_{11} = \lambda^2 + \tilde{h}_\alpha \lambda + a_{11} + (a_{13} \lambda + a_{12}) i , e_{13} = \lambda^2 - \tilde{\omega}^2 + 2 \lambda \tilde{\omega} i ,$$

$$e_{33} = (\lambda + \tilde{h}) \lambda . \quad (26)$$

Підставивши (26) в (25), отримуємо характеристичне рівняння в явному вигляді

$$A_0 \lambda^8 + A_1 \lambda^7 + A_2 \lambda^6 + A_3 \lambda^5 + A_4 \lambda^4 + A_5 \lambda^3 + A_6 \lambda^2 + A_7 \lambda + A_8 = 0 , \quad (27)$$

$$\text{де } A_0 = 1 - 2 \tilde{m} + \Sigma \tilde{m}^2 , A_1 = 2(1 - \tilde{m})(\tilde{h}_\alpha + \tilde{h}) ,$$

$$A_2 = [(\tilde{C} - 1)^2 + 1] \tilde{\omega}^2 + \tilde{h}_\alpha^2 + 4 \tilde{h} \tilde{h}_\alpha + \tilde{h}^2 + 2 + 2[(3\tilde{C} - 1) \tilde{\omega}^2 - 1 - \tilde{h} \tilde{h}_\alpha] \tilde{m} + 4 \Sigma \tilde{\omega}^2 \tilde{m}^2 ,$$

$$A_3 = 2\{\tilde{h}_\alpha + \tilde{h}(\tilde{C} - 1) + \tilde{h}\} \tilde{\omega}^2 + (\tilde{h}_\alpha^2 + 2) \tilde{h} + \tilde{h}_\alpha (\tilde{h}^2 + 1) + [(2\tilde{h}_\alpha + 3\tilde{C}\tilde{h} - \tilde{h}) \tilde{\omega}^2 - \tilde{h}] \tilde{m}$$

$$A_4 = \tilde{\omega}^2 [\tilde{h}_\alpha^2 + \tilde{h}^2 + 4\tilde{h}_\alpha \tilde{h} + (\tilde{C} - 1)^2 \tilde{h}^2] + [1 + (\tilde{C} - 1) \tilde{\omega}^2]^2 + \tilde{h} (\tilde{h} \tilde{h}_\alpha^2 + 2\tilde{h} + 4\tilde{h}_\alpha) + 2\tilde{\omega}^2 [\tilde{\omega}^2 (2\tilde{C} + 1) + 2\tilde{h} \tilde{h}_\alpha + 6] \tilde{m} + 6 \Sigma \tilde{\omega}^4 \tilde{m}^2 ,$$

$$A_5 = 2\tilde{h} \{[\tilde{\omega}^2 (\tilde{h}_\alpha + \tilde{h}) + \tilde{h}] \tilde{h}_\alpha + [1 + (\tilde{C} - 1) \tilde{\omega}^2]^2\} + 2\{6\tilde{h} + [3\tilde{h}_\alpha + (2\tilde{C} + 1)\tilde{h}] \tilde{\omega}^2\} \tilde{\omega}^2 \tilde{m} ,$$

$$A_6 = \{[1 + (\tilde{C} - 1) \tilde{\omega}^2]^2 + \tilde{\omega}^2 \tilde{h}_\alpha^2\} \tilde{h}^2 + 2[3\tilde{h} \tilde{h}_\alpha - 1 - (\tilde{C} - 1) \tilde{\omega}^2] \tilde{\omega}^4 \tilde{m} + 4 \Sigma \tilde{\omega}^6 \tilde{m}^2 ,$$

$$A_7 = -2a_{11} \tilde{h} \tilde{\omega}^4 \tilde{m} , A_8 = \Sigma \tilde{\omega}^8 \tilde{m}^2 . \quad (28)$$

3.2. Необхідні умови стійкості

Необхідними умовами стійкості рухів системи (3), (4) є додатність коефіцієнтів (28):

$$A_i > 0 , i = \overline{0, 8} . \quad (29)$$

Так як \tilde{m} мала величина, то умова (29) виконується при $i \in \{0, 6; 8\}$ для усіх допустимих значеннях параметрів системи. При $i = 7$ з (29) одержуємо умову $a_{11} < 0$, яка співпадає з умовою (18).

3.3. Розкладання коренів характеристичного рівняння за степенями малого параметра

Для знаходження коренів характеристичного рівняння (27) застосуємо метод прямого розкладання коренів поліному за степенями малого параметру [5]. Шукаємо корені у вигляді таких рядів

$$\tilde{\lambda}_{1,2} = \lambda_{1,2}^{(0)} + \tilde{m}\lambda_{1,2}^{(1)} + \dots \quad (30)$$

У нульовому наближенні ($\tilde{m} = 0$) з (25) отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} (\lambda_{1,2}^{(0)} + \tilde{h})^2 (\lambda_{1,2}^{(0)})^2 &= 0, \\ [(\lambda_{1,2}^{(0)})^2 + \tilde{h}_\alpha \lambda_{1,2}^{(0)} + a_{11}]^2 + (a_{13} \lambda_{1,2}^{(0)} + a_{12})^2 &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Корені рівнянь (31) отримані в (7), (13). Отже, корені у нульовому наближенні досліджені.

Для знаходження нульових коренів у першому наближенні підставимо (30) у рівняння (25) і зберемо коефіцієнти при \tilde{m}^2 , одержимо

$$\Delta \tilde{h}^2 (\lambda_{1,2}^{(1)})^2 - 2a_{11} \tilde{h} \tilde{\omega}^4 \lambda_{1,2}^{(1)} + \tilde{\omega}^8 \Sigma = 0.$$

Це рівняння співпало із рівнянням (17). Отже, нульові корені у першому наближенні досліджені.

Зауважимо, що цей метод дослідження стійкості не дозволяє визначити які корені відповідають за який перехідний процес, але дозволяє перевірити розкладання коренів, одержані першим методом.

Висновки

1. Ефективним є метод дослідження стійкості і характеру перебігу перехідних процесів, що ґрунтується на поділі перехідних процесів на швидкі і повільні.

Він дозволяє поділити перехідні процеси на окремі етапи, які відбуваються із різною швидкістю, та оцінити швидкість перебігу кожного етапу.

2. Метод дослідження стійкості, що полягає у одержанні характеристичного рівняння всієї системи і у розкладанні його коренів за степенями малого параметра може бути застосований для перевірки правильності розкладання коренів, одержаних першим методом.

3. Зрівноважити ротор у розглядуваній системі принципово можливо тільки у випадку витягнутого умовного складеного ротора, утвореного корпусом і ротором.

Перехідні процеси розглядуваної системи діляться на швидкі і повільні. На швидких процесах кулі припиняють (швидкій) рух щодо ротора і встановлюється рух системи, що відповідає незмінному у нульовому наближенні сумарному дисбалансу ротора і АБ. На повільних процесах кулі рухаються щодо ротора і прямують до одного з основних рухів.

4. Для усунення конфігурацій застою куль і для пришвидшення настання автобалансування потрібно використовувати в АБ не менше трьох куль.

Література

1. Філімоніхін Г.Б. Методика складання диференціальних рівнянь руху роторних систем з автобалансирами і її застосування до системи ротор – масивний корпус – автобалансир / Г.Б.Філімоніхін, В.В.Гончаров // Збірник наукових праць КНТУ, 2009, Вип. 22, С. 357–363.
2. Філімоніхін Г.Б. Диференціальні рівняння руху системи, складеної з незрівноваженого ротора з нерухою точкою, корпуса і автобалансира / Г.Б.Філімоніхін, В.В.Гончаров // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник “Конструювання, виробництво та експлуатація сільського сподарських машин”, 2010, Вип. 40, част. II, С. 86–93.
3. Філімоніхін Г.Б. Безрозмірні диференціальні рівняння, що описують стійкість основного руху системи, складеної з незрівноваженого ротора з нерухою точкою, корпуса і автобалансира / Г.Б.Філімоніхін, В.В.Гончаров // “Східно-європейський журнал передових технологій”, 2011, Вип. 1/3 (49), С. 40–44.
4. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д.Р. Меркин – М.: Наука, 1987. – 304 с.
5. Найфэ А. Введение в методы возмущений: Пер. с англ. -М.: Мир, 1984.– 535 с.