

# ЗВЕДЕННЯ ДО ІНВАРІАНТНОГО ВИДУ КРИВИХ ТЕЧІЇ ПОЛІЕТИЛЕНУ НИЗЬКОЇ ГУСТИНИ

*Ціллю даної публікації є оцінка допустимості використання гідравлічного радіуса для розрахунку течії неньютонівських рідин в каналах некруглого поперечного перерізу і визначення їх реологічних характеристик*

*Ключові слова: поліетилен, гідравлічний радіус, канали некруглої форми*

*Целью данной публикации есть оценка допустимости использования гидравлического радиуса для расчета течения неньютоновских жидкостей в каналах некруглого поперечного сечения и определения их реологических характеристик*

*Ключевые слова: полиэтилен, гидравлический радиус, каналы некруглой формы*

*The objective of this article is estimation of acceptability of use of hydraulic radius for calculation of non-Newtonian liquids flow in nonround-form channels and determination of their rheological characteristics*

*Key words: polyethylene, hydraulic radius, nonround-form channels*

**В.І. Сівецький**

Кандидат технічних наук, професор\*  
Контактний тел.: (044) 454-92-77, 050-440-98-95

**Д.Д. Рябінін**

Кандидат технічних наук, доцент\*\*  
Контактний тел.: 096-440-22-32

**О.Л. Сокольський**

Кандидат технічних наук, доцент\*  
\*Кафедра хімічного, полімерного та силікатного  
машинобудування\*\*\*  
Національний технічний університет України „Київський  
політехнічний інститут”  
Контактний тел.: (044) 454-92-77, 066-218-64-76  
E-mail: sokolkiev@ukr.net

**С.А. Кривко**

Аспірант\*\*  
\*\*Кафедра прикладної гідроаеромеханіки і  
механотроніки\*\*\*  
Контактний тел.: 093-346-37-22  
E-mail: kryvkosergii@gmail.com

**Табатабаї Дарбагі Сайєд Мохамад  
Алі\*\*\***

Контактний тел.: 063-165-22-29  
\*\*\*Національний технічний університет України  
„Київський політехнічний інститут”  
пр. Перемоги, 37, корпус 19, м. Київ, 03056

## 1. Вступ

Питання про використання поняття гідравлічного радіуса, як адекватного способу переходу від циліндричних каналів некруглого поперечного перерізу до круглих каналів при течії неньютонівських рідин, зокрема розплавів полімерів, являє значний практичний інтерес у зв'язку із розповсюдженням таких каналів у обладнанні для отримання виробів із полімерів та устаткуванні для інших процесів хімічної технології.

## 2. Постановка завдання

При гідравлічному розрахунку некруглих каналів гідравлічний опір циліндричних або призматичних каналів складного профілю визначають шляхом порівняння опору цих каналів з еквівалентною їм за опором трубою круглого поперечного перерізу, у якої за радіус приймається «гідравлічний радіус»  $R_r$ , який дорівнює відношенню площі нормального перерізу  $S$  каналу до змоченого периметру  $\chi$  [1,4]:

$$R_{\Gamma} = \frac{S}{\chi} \tag{1}$$

Якщо використати поняття гідравлічного радіусу, то середнє за периметром напруження тертя або, інакше, напруження зсуву на стінці каналу

$$\tau_r = \frac{\Delta P \cdot R_{\Gamma}}{L} \tag{2}$$

тобто середнє за периметром циліндричної (призматичної) труби напруження тертя [4] дорівнює перепаду тиску  $\Delta P$  на ділянці труби довжиною  $L$  пропорційно гідравлічному радіусу.

Рівняння (2) можна використовувати для будь-яких суцільних середовищ, які рухаються у циліндричних каналах, зокрема, при русі неньютонівських рідин [4].

У реології неньютонівських рідин величина  $\tau_r$  використовується для побудови кривої течії, яка є графічним виразом залежності  $\tau_r = f(\Gamma_r)$ . При цьому величина ефективного градієнту швидкості може бути обчислена за формулою

$$\Gamma_r = \frac{Q}{2\pi R_{\Gamma}^2} \tag{3}$$

де  $Q$  – об'ємні витрати.

При використанні гідравлічного радіусу необхідно враховувати, що цей спосіб має сенс [4] тільки у тому випадку, якщо у каналів, які порівнюють за опором, перерізи геометрично близькі один до одного.

Відповідно доцільною є оцінка можливості використання поняття гідравлічного радіусу для розрахунку течії неньютонівських рідин у каналах некруглого поперечного перерізу та визначення їх реологічних характеристик.

Для каналів з прямокутним поперечним перерізом в роботі [1] встановлено неінваріантність кривих течії розплавів полімерів відносно гідравлічного радіусу каналу, отримані співвідношення, які дозволяють визначити уточнений радіус каналу  $R_R$ , який умовно названо реологічним.

Нерозв'язана раніше частина загальної проблеми є застосування реологічного радіусу каналу  $R_R$  для зведення кривих течії полімерів, неінваріантних відносно гідравлічного радіусу, до інваріантного виду. Зокрема, це необхідно для забезпечення можливості використання даних капілярної віскозиметрії при гідравлічному розрахунку каналів з не круглим поперечним перерізом.

Метою статті є виявлення особливостей використання алгоритму розв'язання задачі зведення кривих течії полімерів, неінваріантних відносно гідравлічного радіусу каналу, до інваріантного виду і розповсюдження його на течію різних полімерів, які по-різному поводять себе за умов деформування у каналі.

### 3. Виклад основного матеріалу дослідження

Експериментальні дослідження течії неньютонівської рідини в каналах прямокутного перерізу, сумірних із промисловими, здійснювали з використанням змінних каналів, розміри яких вказані в табл. 1.

Таблиця 1

Геометричні параметри каналів

Умовне позначення каналу	2x32	4x32	8x32	16x32	32x32
Висота Н, мм	2	3,95	8,1	15,83	31,83
Ширина В, мм	32,3	32,05	32,	31,99	32,1
Величина В/Н	16,15	8,114	3,951	2,021	1,01
$R_{\Gamma}$ , мм	0,942	1,76	3,23	5,3	7,99

Значення величини гідравлічних радіусів були визначені за формулою (1).

Для дослідження був використаний модифікований віскозиметр сталих швидкостей, який дозволяє реалізувати усталений потік розплавів полімерів у широкому діапазоні зміни швидкостей течії у каналах із геометрією та розмірами, які фактично використовуються у конструкціях головок черв'ячних машин [2].

Для віскозиметричних досліджень зазвичай використовують круглі канали. Якщо неньютонівська рідина не виявляє пристінних ефектів, то криві течії, які були отримані на круглих каналах різних діаметрів, накладаються одна на одну і практично є інваріантними відносно діаметру каналу.

З цієї точки зору, використання поняття гідравлічного радіусу для розрахунку каналів із перерізом не круглої форми повинно було б забезпечити інваріантність їх реологічних характеристик відносно величини гідравлічного радіусу каналу.

Перевірка цього положення була здійснена для типової неньютонівської рідини, зокрема, розплаву поліетилену низької густини марки П-2010-В за температур 150<sup>0</sup>С та 190<sup>0</sup>С. Розплав цього поліетилену є свого роду еталонним матеріалом, особливості реологічної поведінки якого достатньо відомі та описані у літературі [2, 3]. Він поводить себе як типова неньютонівська рідина, що підкоряється степеневому закону. Криві течії розплаву цього полімеру інваріантні відносно діаметру каналу. Для нього не характерна аномальна реологічна поведінка на межі зі стінкою каналу або в об'ємних шарах потоку. У той же час, для нього установлена неоднорідність розподілу напружень у потоці розплаву при його течії у прямокутному каналі [6].

За формулами (2) і (3) для вищевказаних у табл. 1 каналів були визначені консистентні криві течії, побудовані у консистентних змінних Рейнера. Слід відмітити, що у реологічному аспекті [1] консистентна змінна  $\tau_{Rr}$  повинна бути однозначною функцією консистентної змінної  $\Gamma_{Rr}$ . І цю залежність можна застосувати до течії рідини крізь будь-який канал будь-якого перерізу [5].

Консистентні криві течії мають яскраво виражену неінваріантність відносно гідравлічного радіусу каналу, яку неможливо пояснити особливостями поведінки еталонного матеріалу у пристінному шарі або у об'ємних шарах потоку. Тобто поняття гідравлічного радіусу не дає змоги отримати для каналів прямокутної форми величини  $\tau_{Rr}$  і  $\Gamma_{Rr}$ , які б забезпечили інваріантність консистентних кривих течії відносно геометричних розмірів каналів, тобто  $\tau_{Rr}$  не є однозначною функцією

$\Gamma_{R_f}$ . Розв'язання цієї задачі запропоновано у роботі [1] і полягає у визначенні геометричного параметру каналу, який би також залежав і від реологічних характеристик полімеру. Таким параметром може бути радіус каналу  $R_R$ , який умовно можна назвати реологічним.

Реологічний радіус  $R_{Ri \times 32}$  для і-го каналу можна визначити із рівняння:

$$R_{Ri \times 32} = R_{\Gamma i \times 32} \sqrt[3n]{\frac{\tau_X}{\tau_{R_{\Gamma i \times 32}}}}, \quad (4)$$

де  $R_{\Gamma i \times 32}$  – гідравлічний радіус і-го каналу;  
 $n = \frac{d \ln \tau_{Ri \times 32}}{d \ln \Gamma_{Ri \times 32}}$  – логарифмічна похідна або тангенс кута нахилу логарифмічних кривих напруження зсуву на стінці каналу від ефективного градієнту швидкості;  
 $\tau_X$  – напруження зсуву, яке відповідає  $\Gamma_{Ri \times 32}$  на кривій течії каналу 2x32;  $\tau_{Ri \times 32}$  – напруження зсуву і-го каналу.

У табл. 2 проведено порівняння гідравлічних радіусів  $R_{\Gamma i \times 32}$  і реологічних радіусів  $R_{Ri \times 32}$  для прямокутних каналів.

**Таблиця 2**

Геометричні і реологічні параметри течії поліетилену низької густини марки П-2010-В у прямокутних каналах за температури  $T=190^{\circ}\text{C}$

Умовне позначення каналу	Гідравлічний радіус, $R_{\Gamma i \times 32}$ , мм	$\tau_{R_{\Gamma i \times 32}}$ , $\text{кН/м}^2$	$\tau_{\%}$ , $\text{кН/м}^2$	n	Реологічний радіус, $R_{Ri \times 32}$ , мм
4x32	1,76	7,1	4,5	0,74	1,433
	1,76	11,25	7,6	0,74	1,475
	1,76	18,5	13,5	0,5095	1,527
	1,76	22,8	20	0,5095	1,406
	1,76	38	26	0,5095	1,373
	1,76	50	35	0,5095	1,394
	1,76	90	62,5	0,4663	1,355
	1,76	105	72	0,4663	1,344
8x32	3,23	11	4,5	0,74	2,158
	3,23	16,5	7,6	0,74	2,276
	3,23	24,1	12,5	0,74	2,403
	3,23	36	18	0,5095	2,053
	3,23	52	25	0,5095	2,001
	3,23	70	33	0,5095	1,974
16x32	5,3	12,2	4,5	0,74	3,381
	5,3	18,6	7,6	0,74	3,541
	5,3	28,3	12,5	0,74	3,667
	5,3	38	16	0,5095	3,01
32x32	7,99	16,5	4,5	0,74	4,449
	7,99	21	6,1	0,74	4,579
	7,99	24,7	7,6	0,74	4,698

Наведені експериментальні дані свідчать, що для кожного типорозміру прямокутного каналу гідравлічний радіус перевищує реологічний радіус.

Використовуючи отримані дані розглянемо задачу визначення положення розрахункових даних кривої течії і-го каналу на кривій течії каналу 2x32 на базі таких вихідних величин: консистентних кривих течії і-го каналу і каналу 2x32, об'ємної витрати  $Q$ , довжини каналів, гідравлічних  $R_{\Gamma i \times 32}$  та реологічних  $R_{Ri \times 32}$  радіусів і-го каналу.

Порядок розв'язання задачі наступний.

1. За формулою (3) визначаємо ефективний градієнт швидкості:

$$\Gamma_{R_{\Gamma i \times 32}} = \frac{Q}{2\pi R_{\Gamma i \times 32}^3}$$

2. По кривій течії для каналу 2x32 визначаємо величину напруження зсуву  $\tau_X$ .

3. Враховуючи, що  $\tau_{R_{\Gamma i \times 32}} = \tau_{R_{Ri \times 32}}$ , використовуємо рівняння (4) для визначення напруження зсуву на стінці каналу 2x32:

$$\tau_{R_{\Gamma i \times 32}} = \tau_X \left( \frac{R_{\Gamma i \times 32}}{R_{Ri \times 32}} \right)^{3n}$$

4. За допомогою кривої течії для каналу 2x32 знаходимо величину  $\Gamma_{R_{Ri \times 32}}$  і перевіряємо її величину за формулою роботи [1]:

$$\Gamma_{R_{Ri \times 32}} = \Gamma_{R_{\Gamma i \times 32}} \sqrt[3n]{\frac{\tau_{R_{\Gamma i \times 32}}}{\tau_X}}$$

Величини  $\tau_{R_{\Gamma i \times 32}} = \tau_{R_{Ri \times 32}}$  та  $\Gamma_{R_{Ri \times 32}}$  належать до кривої течії каналу 2x32 і набувають середнього за периметром напруження тертя та ефективного градієнту швидкості, які характеризують напружений стан і-го каналу. Внаслідок чого криві течії розплавів полімерів, що рухаються у прямокутних каналах, стають інваріантними відносно розмірів попереднього перерізу каналу.

У табл. 3 наведені розрахункові дані для зведення кривої течії розплаву поліетилену низької густини, неінваріантної відносно гідравлічного радіусу каналу 4x32, до інваріантного виду.

**Таблиця 3**

Параметри течії поліетилену низької густини марки П-2010-В у каналі 4x32 за температури  $T=190^{\circ}\text{C}$

Гідравлічний радіус, $R_{\Gamma 4 \times 32}$ , мм	Реологічний радіус, $R_{R 4 \times 32}$ , мм	$\tau_{R_{\Gamma 4 \times 32}}$ , $\text{кН/м}^2$	$\tau_{\%}$ , $\text{кН/м}^2$	$\Gamma_{R_{\Gamma 4 \times 32}}$ , $\text{с}^{-1}$	$\Gamma_{R_{R 4 \times 32}}$ , $\text{с}^{-1}$	n
1,76	1,433	7,1	4,5	10,0	18,54	0,74
1,76	1,475	11,25	7,6	20,0	34,0	0,74
1,76	1,527	18,5	13,5	47,5	88,35	0,5095
1,76	1,406	28,2	20	100	196,3	0,5095
1,76	1,373	38	26	170	358,3	0,5095
1,76	1,394	50	35	300	606,0	0,5095
1,76	1,355	90	62,5	1000	2190	0,4663
1,76	1,344	105	72	1375	3102,14	0,4663

На рис. 1 лініями показані консистентні криві течії для каналів 2x32 та 4x32 за температури 190°C, отримані в результаті дослідів, які порівнюються із розрахунковими даними.

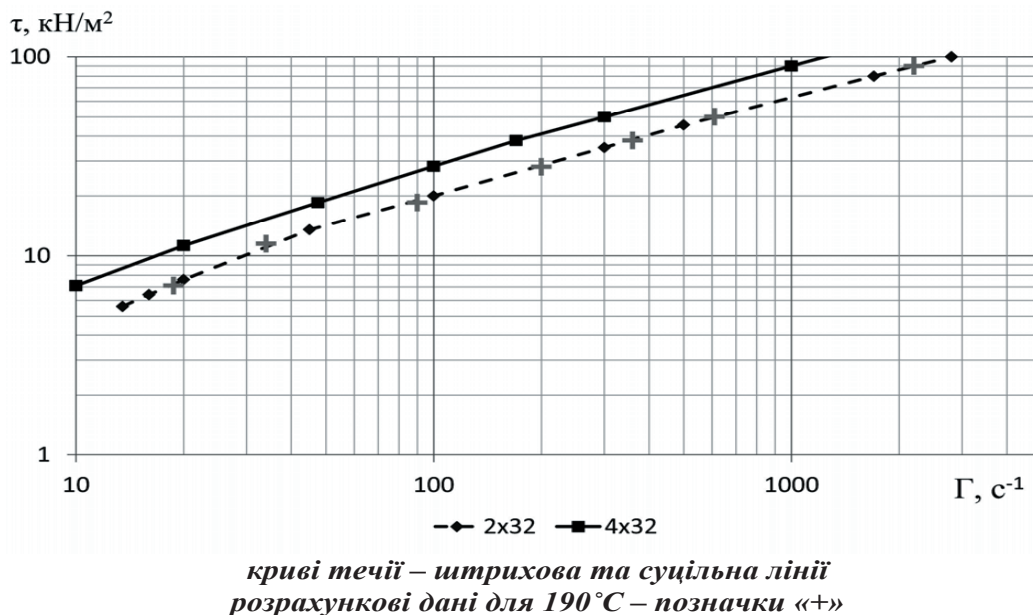


Рис. 1. Консистентні криві течії поліетилену низької густини марки П-2010-В для каналів 2x32 та 4x32 за температури 190°C

**Висновки**

Поняття гідравлічного радіусу каналів некруглого перерізу при течії неньютонівської рідини не дає змоги отримати величини  $\tau_{Rr}$  та  $\Gamma_{Rr}$ , які забезпечили б інваріантність консистентних кривих течії відносно геометричних розмірів каналу. Тоді як використання поняття реологічного радіусу дає змогу побудови кривих течії полімерів в каналах довільного перерізу за наявності експериментальних даних хоча б для одного модельного каналу. Напрямок подальших досліджень може бути розповсюдження розрахунків на різні типи полімерів і умови течії.

**Література**

1. Сівецький В.І., Сахаров О.С., Сокольський О.Л., Рябинін Д.Д. Пристинні ефекти в процесах переробки полімерних матеріалів. – К.: НТУУ «КПІ», 2009. -140с.
2. Жданов Ю.А. Исследование течения расплавов полимеров в каналах головок червячных машин. Автореферат диссертации, представленной на соискание ученой степени канд. тех. наук – К., 1969, с. 3 – 24.
3. Чернобыльский И.И., Рябинин Д.Д., Жданов Ю.А., Иванова Л.А. Исследование течения полиэтилена низкой плотности в прямоугольных цилиндрических каналах. – Химическая технология, 1973, №5 /71/, с. 15 – 18.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 6-е изд. – М.: Наука. Гл. Ред. физ.-мат. лит., 1988. – 840 с.
5. Мак-Келви Д.М. Переработка полимеров. – М.: Химия, 1965. – 443с.
6. Яхно О.М., Рябинин Д.Д., Пищенко Л.А., Лотоцкий Ю.В. Распределение напряжений в потоке расплава полимера формирующего канала. – Химическая технология, 1979, №4/106/, с.40 – 42.