3. Бабаков И. М. Теория колебаний [Текст] / И. М. Бабаков – М., «Наука», 1968. 559 с.
4. Егармина Л. Н. Вывод динамических уравнений продольной деформации стержня при помощи двойного упрощения уравнений теории упругости [Текст] / Л. Н. Егармина, А. Д. Шамровский // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні 2009. – №2. –С. 111 – 115.
5. Шамровский А. Д. Двумерное моделирование трехмерных продольных волн в плоском слое [Текст]/ А. Д. Шамровский, И. А. Скрыпник// Математическое моделирование физико-математических полей и интенсификация промышленного производства – Запорожье, 1995. – С. 43–50.
6. Шамровский А. Д. Асимптотико-групповой анализ дифференциальных уравнений теории упругости [Текст] / А. Д. Шамровский – Запорожье, Издательство ЗГИА, 1997 – 169 с.

УДК 621.9.048

ФОРМИРОВАНИЕ КОНСЕРВАТИВНЫХ ЗОН В РАБОЧЕЙ СРЕДЕ ПРИ КОНТЕЙНЕРНОЙ ВИБРООБРАБОТКЕ

М.А. Калмыков
Кандидат технических наук
Кафедра конструирования станков и машин
Механико-машиностроительный институт
Национальный технический университет «Киевский политехнический институт»
пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056
Контактный тел.: (044) 454-94-61

Розглянуто геометричні питання теорії віброобробки, пов'язані з вибором найбільш прийнятної конфігурації контейнера у випадках впливу зовнішнього силового поля збудження. Приведено аналітичну схему рішення зворотної задачі

Ключові слова: віброобробка, консервативна зона, поле збудження, вихресток

Рассмотрены геометрические вопросы теории виброобработки, связанные с выбором наиболее приемлемой конфигурации контейнера в случаях воздействия внешнего силового поля возбуждения. Приведена аналитическая схема решения обратной задачи

Ключевые слова: виброобработка, консервативная зона, поле возбуждения, вихресток

The geometrical questions of theory of vibrotreatment, related to the choice of the most acceptable configurations of container in cases trivial-parallel the external power field of excitation are considered. The analytical chart of decision of reverse task is resulted

Keywords: vibrotreatment, conservative area, field of excitation, vortex drain

Введение

В работах [1],[2] был сформулирован полуфеноменологический подход к созданию теории контейнеров виброобработки, который предполагает зависимость макропараметров рабочей среды от ее микропараметров на уровне отдельных частиц абразива. При этом влияние «кинетических» процессов, связанных с рассеянием массы при многочастичных столкновениях структурных элементов рабочей среды, на формирование макропараметров обусловлено только действием внешнего силового поля возбуждения (1) из [1] $\vec{F}(N,t)$ (здесь также как и в работе [2] используются обозначения работы [1]). Заметим, что динамическое поле имеет вид

$$\vec{F}(N,t)=\vec{F}_{s.p.}(N,t)+\vec{F}_{r.p.}(N,t), \quad (1)$$

где $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ – соленоидально-потенциальное поле, а случайная вектор-функция $\vec{F}_{r.p.}(N,t)$ отвечает за вихреобразование в обрабатывающей среде. Таким образом, математический аппарат предлагаемой теории виброобработки носит наиболее общий характер с возможностями конкретных практических приложений. Полуфеноменологическая трактовка движения массовых потоков в рабочей среде и их взаимодействие с обрабатываемыми деталями формирует новую концепцию виброобработки, суть которой состоит в создании *консервативных зон, ограниченных линиями тока некоторого фиксированного векторного поля, что способствует образованию в рабочей среде макродоменной структуры*. Доменное структурирование рабочей среды отражает конфигурацию полевой сетки динамического поля (1) и не может быть описано на языке законов гидродинамики или газовой динамики, несмотря на некоторую аналогию используемых в полуфеноменологической теории понятий. Отметим здесь, что к микропараметрам теории относятся масса вихрестока $m_{2e}(t)$ и масса отдельной частицы абразива $m_{1e}(t)$, даваемых соответственно формулами (19) и (20) из [1], а к макропараметрам следует отнести скорости первой $\vec{v}_{1e}(N,t)$ и второй $\vec{w}(N,t)$ компонент, определяемых равенствами (7) и (8) из [1], а также плотности потоков массы $\vec{\pi}_{1e}(N,t)$ (2) из [1] и $\vec{\pi}_{2e}(N,t)$ (3) из [1]. Указанные микро- и макропараметры характеризуют рабочую среду в e-состоянии, которое формируется в результате "$a-e$" перехода, инициированного силовым полем (1). Формальная суперпозиция полей $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ и $\vec{F}_{r.p.}(N,t)$ (1) на уровне движения массовых потоков в e-состоянии может приводить как к линейным, так и нелинейным эффектам, обусловленных взаимодействием первой $m_{1e}(t)$ и второй $m_{2e}(t)$ компонент рабочей среды. Некоторые проблемы линейной теории с определенными количественными оценками макропараметров были исследованы в работе [2], что позволило в главном приближении выйти на технологию контейнерной виброобработки. При этом нерешенным остается вопрос о влиянии нелинейных процессов рассеяния на качественные и количественные характеристики массовых потоков в обрабатывающей среде и на геометрические особенности ее макродоменной структуры. Актуальность этого и других ранее упоминавшихся вопросов полуфеноменологической теории виброобработки очевидна, так как все технологические аспекты процесса виброобработки сосредоточены в консервативных зонах.

Формулировка проблемы

В работе [2] была выдвинута идея выбора наиболее приемлемой конфигурации рабочего контейнера в присутствии заданного внешнего плоско-параллельного динамического поля (1): внутренний контур контейнера должен совпадать с одной из линий тока некоторого виртуального соленоидально-потенциального векторного поля $\vec{G}(N,t)$, структура полевой сетки которого может быть описана при исследовании равенства

$$\vec{\pi}_e(N,t)=0. \qquad (2)$$

В (2) плотность потока массы двухкомпонентной абразивной среды определяется формулой (13) из [1]. Если Γ – это контур в R^2, на котором выполняется равенство (2), то поток массы через этот контур будет равен нулю в любой момент времени $t>0$, т.е.

$$\int_\Gamma \left(\vec{\pi}_e(N,t), d\vec{S}_n\right)=0, \qquad (3)$$

где векторный дифференциал дуги $d\vec{S}_n$ контура интегрирования Γ имеет вид

$$\begin{aligned} &d\vec{S}_n=\vec{n}(N,t)dS,\\ &\vec{n}(N,t)\perp\Gamma,\quad |\vec{n}(N,t)|=1. \end{aligned} \qquad (4)$$

Равенство (3) позволит в дальнейшем ввести понятие консервативной зоны в рабочей среде. Заметим, что контур Γ в (3) может быть как замкнутым, так и разомкнутым, содержащим бесконечно удаленную точку.

Большой теоретический интерес с определенной практической перспективой представляют математические построения по обобщению исследовательских схем работ [1] и [2] на случай, когда в качестве внешних полей возбуждения рассматриваются вместо плоско-параллельных объёмные динамические поля, т.е. математизация процесса виброобработки формулируется в терминах пространства R^3.

В рамках разрабатываемой полуфеноменологической теории виброобработки существует возможность изучения нелинейных по внешним полям эффектов взаимодействия первой $m_{1e}(t)$ и второй $m_{2e}(t)$ компонент абразивной среды в e-состоянии, которые будут приводить к рассеянию (уменьшению) масс соответствующих компонент и, следовательно, к ухудшению качественных характеристик рабочего инструмента виброобработки и к увеличению непроизводительных энергетических потерь.

Таким образом, объектами исследования в данной работе будут следующие:

1. Полевая сетка виртуального векторного поля, индуцированного динамическим полем $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ из (1);

2. Полевая сетка соленоидально-потенциального поля $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$, определяемая по заданной конфигурации контейнера.

Результаты исследования

1. *Полевая сетка виртуального векторного поля, индуцированного динамическим полем* $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$ из (1). Выпишем, следуя равенству (13) из [1], явное выражение для плотности потока массы $\vec{\pi}_e(N,t)$:

$$\begin{aligned} &\vec{\pi}_e(N,t)=m_{1e}(t)n_{1e}(N,t)\vec{v}_{1e}(N,t)+\\ &+m_{2e}(t)n_{2e}(N,t)\vec{w}_{2e}(N,t) \end{aligned}, \qquad (5)$$

где скорости $\vec{v}_{1e}(N,t)$, $\vec{w}_{2e}(N,t)$ определяются соответственно равенствами (36) и (37) из [2]:

$$v_{1ei}(N,t)=\lim_{\varepsilon\to+0}\int_{-\varepsilon}^{t}\iint_{R^2}\varepsilon_{ik}^{(1)}(N-P,t-\tau)F_{s.p.k}(P,\tau)d\tau d\sigma_P, \qquad (6)$$

$$w_{2ei}(N,t)=\lim_{\varepsilon\to+0}\int_{-\varepsilon}^{t}\iint_{R^2}\varepsilon_{ik}^{(2)}(N-P,t-\tau)F_{s.p.k}(P,\tau)d\tau d\sigma_P. \qquad (7)$$

Предполагая заданным внешнее поле возбуждения (1), выясним условия, при которых выполняется равенство (2). Равенство (2) сводится к системе функциональных уравнений

$$\begin{cases}\int_0^t\iint_{R^2}\left(\vec{\psi}(N,t;P,\tau),\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)\right)d\tau d\sigma_P=0,\\ \int_0^t\iint_{R^2}\left(\vec{\Phi}(N,t;P,\tau),\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)\right)d\tau d\sigma_P=0,\end{cases}\qquad(8)$$

где

$$\psi_k(N,t;P,\tau)=m_{1e}(t)n_{1e}(N,t)\varepsilon_{1k}^{(1)}(N-P,t-\tau)+ \\ +m_{2e}(t)n_{2e}(N,t)\varepsilon_{1k}^{(2)}(N-P,t-\tau),\qquad(9)$$

$$\Phi_k(N,t;P,\tau)=m_{1e}(t)n_{1e}(N,t)\varepsilon_{2k}^{(1)}(N-P,t-\tau)+ \\ +m_{2e}(t)n_{2e}(N,t)\varepsilon_{2k}^{(2)}(N-P,t-\tau).\qquad(10)$$

Величины $m_{1e}(t), n_{1e}(N,t)$ и $m_{2e}(t)$ из (9) и (10) даются равенствами

$$m_{1e}(t)=m_a\exp\left\{-\alpha\int_0^t n_{1e}(\tau)d\tau\right\},\qquad(11)$$

$$n_{1e}(N,t)= \\ =n_a\exp\left\{\alpha'\int_0^t n_{2e}(\tau)\left|\vec{v}_{1e}(N,\tau)-\vec{w}_{2e}(N,\tau)\right|d\tau-\alpha''t\right\},\qquad(12)$$

$$m_{2e}(t)= \\ =\pi m_a n_a\bar{r}^2(0)-\lambda\int_0^t\int_0^{2\pi}m_{1e}(\tau)\bar{r}(\tau)n_{1e}(N,\tau)\left|\vec{F}_{r.d.}(N,\tau)\right|d\tau d\varphi,\qquad(13) \\ \bar{r}(t)=\sigma(t)\sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Анализ системы (8) сводится к тому, что виртуальные векторные поля $\vec{\psi}(N,t;P,\tau)$ и $\vec{\Phi}(N,t;P,\tau)$ для любых значений параметров $N=N(x,y)\in R^2$ и $t\geq 0$ коллинеарны, т.е.

$$\vec{\psi}(N,t;P,\tau)=\gamma(N,t;P,\tau)\vec{\Phi}(N,t;P,\tau),\qquad(14)$$

где $\gamma=\gamma(N,t;P,\tau)$ – с-числовая функция. Таким образом, система (8) сводится к одному независимому уравнению

$$\left(\vec{\psi}(N,t;P,\tau),\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)\right)=0, \\ N=N(x,y),\ P=P(u,v)\in R^2.\qquad(15)$$

Векторное поле (9) является соленоидально-потенциальным, т.е.

$$\mathrm{div}_P\vec{\psi}(N,t;P,\tau)=\frac{\partial\psi_1(N,t;P,\tau)}{\partial u}+\frac{\partial\psi_2(N,t;P,\tau)}{\partial v}=0.\qquad(16)$$

Из (16) следует, что у векторного поля (9) существует функция тока $g=g(u,v)$, полный дифференциал которой равен

$$dg=-\psi_2(N,t;P,\tau)du+\psi_1(N,t;P,\tau)dv.\qquad(17)$$

Действительно, на основании (17), имеем

$$\frac{\partial g}{\partial u}=-\psi_2(N,t;P,\tau),\qquad(18)$$

$$\frac{\partial g}{\partial v}=\psi_1(N,t;P,\tau).\qquad(19)$$

Таким образом, с учетом равенства (16), получим достаточное условие существования полного дифференциала (17):

$$\frac{\partial^2 g}{\partial v\partial u}=-\frac{\partial\psi_2(N,t;P,\tau)}{\partial v}=\frac{\partial\psi_1(N,t;P,\tau)}{\partial u}=\frac{\partial^2 g}{\partial u\partial v}.\qquad(20)$$

Функция $g=g(u,v)$ восстанавливается с точностью до постоянного слагаемого по своему полному дифференциалу (17):

$$g(u,v)= \\ =\int_{P_0(u_0,v_0)}^{P(u,v)}-\psi_2(N,t;P,\tau)du+\psi_1(N,t;P,\tau)dv+\mathrm{const}.\qquad(21)$$

Рассмотрим произвольную, но фиксированную, линию тока $g(u,v)=\mathrm{const}$. Тогда

$$dg(u,v)=0=-\psi_2(N,t;P,\tau)du+\psi_1(N,t;P,\tau)dv.\qquad(22)$$

Из (22) получаем равенство

$$\frac{dv}{du}=\frac{\psi_2(N,t;P,\tau)}{\psi_1(N,t;P,\tau)}.\qquad(23)$$

С учетом (23) и (15) легко сделать вывод о том, что заданное внешнее поле возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$ ортогонально произвольной фиксированной линии тока $g(u,v)=\mathrm{const}$ и, следовательно, можно положить

$$\begin{cases}\psi_1(N,t;P,\tau)=\alpha(N,t;P,\tau)F_{s.p.2}(P,\tau)\\ \psi_2(N,t;P,\tau)=-\alpha(N,t;P,\tau)F_{s.p.1}(P,\tau)\end{cases}\qquad(24)$$

где $\alpha(N,t;P,\tau)$ - некоторая с - числовая функция.

Подставляя равенство (24) в формулу (21) окончательно получим

$$g(u,v)=\int_{P_0(u_0,v_0)}^{P(u,v)}\alpha(N,t;P,\tau)F_{s.p.1}(P,\tau)du+ \\ \alpha(N,t;P,\tau)F_{s.p.2}(P,\tau)dv+\mathrm{const}.\qquad(25)$$

Таким образом, формула (25) определяет оптимальную конфигурацию контейнера в плоском случае, когда массовые потоки в рабочей среде движутся по касательным в каждой точке линии уровня $g(u,v)=\text{const}$. Внутренность линии $g(u,v)=\text{const}$ назовем консервативной зоной рабочей среды.

2. *Полевая сетка соленоидально-потенциального поля* $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$, *определяемая по заданной конфигурации контейнера.* Пусть функция $g=g(u,v)$ принадлежит классу $C^2(R^2)$ и геометрический профиль L контейнера описывается уравнением виде

$$L: g(u,v)=c=\text{const}, \tag{26}$$

где c – некоторая вещественная постоянная. Очевидно, что кривая L – это линия уровня функции $g=g(u,v)$ (или ее часть), соответствующая параметру c. Кроме этого, будем полагать, что равенство (26) определяет линию тока некоторого виртуально соленоидального векторного поля, с помощью которого будут определены параметры реального поля возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(N,t)$.

Легко видеть, что функция $g=g(u,v)$ удовлетворяет уравнению:

$$g(u,v)=\int\limits_{P_0(u_0v_0)}^{P(u,v)}\frac{\partial g}{\partial u}du+\frac{\partial g}{\partial v}dv+\text{const}. \tag{27}$$

Пусть виртуальное соленоидальное векторное поле, для которого формула (26) определяет линии уровня, имеет вид

$$\vec{\psi}(N,t;P,\tau)=\psi_1(N,t;P,\tau)\vec{i}+\psi_2(N,t;P,\tau)j \tag{28}$$

где $N=N(x,y)\in R^2, t\ge 0, \tau\ge 0$ играют роль параметров. Тогда, с учетом замечания, сделанного ранее, и на основании формул (27), (28), получим

$$\begin{cases}\psi_1(N,t;P,\tau)=\dfrac{\partial g(u,v)}{\partial v},\\ \psi_2(N,t;P,\tau)=\dfrac{\partial g(u,v)}{\partial u}.\end{cases} \tag{29}$$

Используя соотношения (24), выпишем окончательно явные выражения для компонент динамического поля $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$:

$$\begin{cases}\vec{F}_{s.p.1}(P,\tau)=\dfrac{1}{\alpha(N,t;P,\tau)}\cdot\dfrac{\partial g(u,v)}{\partial u},\\ \vec{F}_{s.p.2}(P,\tau)=\dfrac{1}{\alpha(N,t;P,\tau)}\cdot\dfrac{\partial g(u,v)}{\partial v}.\end{cases} \tag{30}$$

Покажем, как работает аппарат формул (26)-(30) в некоторых конкретных приложениях. Пусть вначале геометрия контейнера определяется кривой из двухпараметрического семейства (рис. 1):

$$g(u,v)=v-au^{2n}=c=\text{const}, n\ge 1. \tag{31}$$

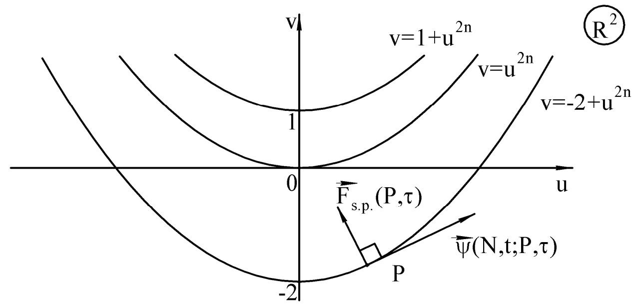

Рис. 1. График парабол из семейства (31), a=1 и c=0, 1, -2, определяющих границы консервативных зон

Так как частные производные первого порядка функции $g(u,v)$ (31) равны

$$\begin{cases}\dfrac{\partial g(u,v)}{\partial u}=-2nu^{2n-1},\\ \dfrac{\partial g(u,v)}{\partial v}=1,\end{cases} \tag{32}$$

то, в силу равенств (30), внешнее поле возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$ имеет форму

$$\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)=-\frac{2nu^{2n-1}}{\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{i}+\frac{1}{\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{j}. \tag{33}$$

Взаимное расположение силового поля (33) $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$ и виртуального векторного поля (28) $\vec{\psi}(N,t;P,\tau)$, которое в данном случае равно

$$\vec{\psi}(N,t;P,\tau)=\vec{i}+2na(N,t;P,\tau)u^{2n-1}\vec{j}, \tag{34}$$

отражено на рис. 1, где P – произвольная точка семейства (31) и $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)\perp\vec{\psi}(N,t;P,\tau)$.

Далее, рассмотрим контейнер, геометрический профиль которого задается кривой из трехпараметрического семейства вида:

$$\begin{cases}g(u,v)=\dfrac{u^2}{a^2}+\dfrac{v^2}{b^2}=c^2=\text{const},\\ a<b,\quad a,b,c>0.\end{cases} \tag{35}$$

Вычисляя частные производные функции (35)

$$\begin{cases}\dfrac{\partial g(u,v)}{\partial u}=\dfrac{2u}{a^2},\\ \dfrac{\partial g(u,v)}{\partial v}=\dfrac{2v}{b^2},\end{cases} \tag{36}$$

на основании равенств (30) находим компоненты внешнего поля возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$:

$$\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)=\frac{2u}{a^2\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{i}+\frac{2v}{b^2\alpha(N,t;P,\tau)}\vec{j}. \tag{37}$$

Легко видеть, что кривые семейства (35) – это эллипсы с полуосями ac и bc (рис. 2).

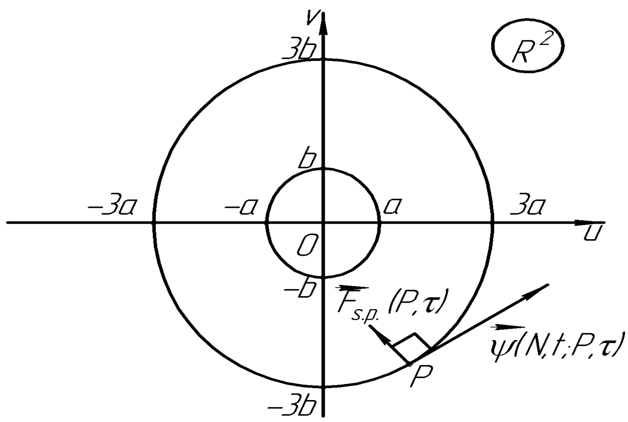

Рис. 2. Графики эллипсов из семейства (35), c=1, 3, определяющие конфигурацию границы конечных консервативных зон

На рис. 2 силовое поле возбуждения $\vec{F}_{s.p.}(P,\tau)$ ортогонально в каждой точке P произвольной кривой семейства (35) виртуальному полю $\vec{\psi}(N,t;P,\tau)$, которое в данном случае, с учетом (28), (29), (36), имеет вид

$$\vec{\psi}(N,t;P,\tau)=\frac{2v}{b^2(N,t;P,\tau)}\vec{i}-\frac{2u}{a^2(N,t;P,\tau)}\vec{j}. \tag{38}$$

Выводы

Результаты, полученные в данной работе, делают логически завершенным аналитический аппарат описания процесса виброобработки в присутствии внешнего поля возбуждения.

При этом была решена в общей форме с соответствующими иллюстрациями обратная задача виброобработки, когда первичным является геометрический профиль рабочего контейнера, а вторичным – оптимальное динамическое поле. Возможности разработанной в статьях [1], [2] и в данной статье полуфеноменологической теории виброобработки позволяют выполнить обобщение исследовательской схемы в случае внешних объемных силовых полей возбуждения и изучить нелинейные процессы рассеяния массы при взаимодействии (механическом столкновении) первой $m_{1e}(t)$ и второй $m_{2e}(t)$ компонент рабочего инструмента.

Литература

1. Калмыков М.А. Общие принципы описания процесса виброобработки в присутствии внешнего динамического поля / М.А. Калмыков, В.Б. Струтинский, В.С. Щелоков // Восточно-европейский журнал передовых технологий. - 2011. - № 1/3 (49). – С. 45-49.
2. Калмыков М.А. Исследование зависимости динамических и технологических параметров процесса виброобработки от способа включения внешнего поля возбуждения / М.А. Калмыков, В.Б. Струтинский, В.С. Щелоков // Вібрації в техніці та технологіях. - 2011. - № 1 (61). - С. 32-40.