

Література

1. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: [учебник для вузов] / Д.Н. Попов. – М.: Машиностроение, 1987. – 464 с.
2. Гудсон Р.Е. Обзор методов моделирования переходных процессов в гидравлических линиях / Р.Е. Гудсон, Р.Г. Леонард // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1972. – № 2. – С. 236 – 244.
3. Кузнецов В.Д. Специальные функции / В.Д. Кузнецов. – М.: Высшая школа, 1965. – 421с.
4. Кириллин В.А. Техническая термодинамика: [учебник] / В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А.Е. Шейдлин. – М.: Наука, 1979. – 512 с.
5. Могендович Е.М. Гидравлические импульсные системы / Е.М. Могендович. – Л.: Машиностроение, 1977. – 216 с.
6. Джонсон Вэндлинг. Передаточные функции и входные импедансы систем трубопроводов, находящихся под давлением / Вэндлинг Джонсон // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1967. – № 2. – С. 231 – 236.
7. Andrenko P.N. Model matematyczny interferencyjnego przemiennika pulsacji cisnienia w ukladach hydraulicznych / P.N. Andrenko // Hydraulika i Pneumatyka. – 2001. – № 3. – S. 25 – 27.
8. Иванов М.І. Імітаційні дослідження хвильових процесів у довгих гідравлічних лініях гідросистем сільськогосподарських машин / М.І. Иванов, С.В. Дусанюк, С.В. Репінський // Вибрации в технике и технологиях. – 2003. – № 4. – С. 69 – 72.

УДК 624.072.3

ОЦІНКА ПОХИБОК ПОКАЗАНЬ ДИНАМІЧНО- НАСТРОЮВАЛЬНИХ ГІРОСКОПІВ

Ю. В. Киричук

Кандидат технічних наук, доцент
Кафедра приладобудування
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут»
пр. Перемоги, 37, корп. 1, м. Київ, 25201
Контактний тел.: (044) 275-94-52
E-mail: kirichuky@mail.ru

Отримано методіку і написана програма, а також отримані результати оцінки взаємного впливу динамічно-настроювальних гіроскопів, що встановлені на віброізолюваній платформі, один на одного з врахуванням системи віброзахисту

Ключові слова: гіроскоп, віброзахист

Получена методика и написана программа, а также получены результаты оценки взаимного влияния ДНГ, установленных на виброизолированной платформе друг на друга с учетом системы виброзащиты

Ключевые слова: гироскоп, виброзащита

Got method and written program, and also the got results of estimation of cross-coupling of DNG, that set on the vibroisolated platform, on each other taking into account the system of vibrodefence

Keywords: gyroscope, vibrodefence

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Динамічно настроювальні гіроскопи в складі гіроскопічного вимірювача вектора кутових швидкостей (ГВВКШ) розташовані дуже близько один біля одного [1]. Тому вони чинять один на одного вібраційні впливи на «небезпечних» частотах, що породжуються статичним і динамічним дебалансами маховика і ротора електропривода, недосконалістю геометрії шарикопідшипників, силами електромагнітного тяжіння в електроприводі й іншими причинами.

Було встановлено, що точність характеристики ДНГ, що випробовувався автономно, у 1,5...2 рази краща, ніж у складі ГВВКШ.

Явище це виявилось надзвичайно складним як для експериментального дослідження, так і для теоретичного аналізу.

Метою цієї статі є оцінка обумовлених внутрішніми збуреннями похибок показань ДКШ-ДНГ (датчиків кутових швидкостей – динамічно настроювальних гіроскопів), що встановлені на віброізолюваній платформі, один на одного через систему віброзахисту.

Виходячи з цього, основними задачами статті є:

1. Отримати рівняння руху платформи (ГВВКШ), в якій припускається, що один з двох ДНГ генерує вплив на два інші за рахунок зсуву центрів мас, обумовленого статичною несбалансованістю.

2. Використовуючи результати отримані з рівняння руху платформи визначити похибки ДНГ: кінематичний відхід; неперетинність осей крутіння торсионів; пружна податливість опор ротора; статична незбалансованість. Також отримати залежність похибок ДНГ від точності монтажу віброзахисної системи і її параметрів.

Прийняті позначення

Позначимо системи координат (СК).

СК, зв'язана з основою: $O_0\xi_0\eta_0\zeta_0$. СК, зв'язана з платформою: $O_n\xi_n\eta_n\zeta_n$. СК, зв'язана з корпусом гіроскопа: $O_i x_i y_i z_i$.

Точки закріплення віброізоляторів до платформи визначаються радіус-векторами $\vec{r}_i = (r_{i\xi}, r_{i\eta}, r_{i\zeta})$.

Прийняті системи координат зображені на рис. 1. Схема розташування ДНГ зображена на рис. 2.

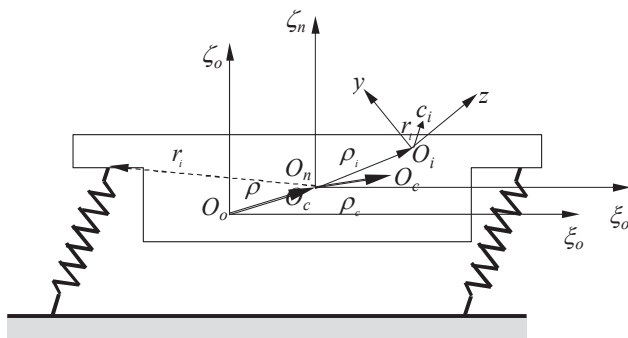


Рис. 1. Системи координат

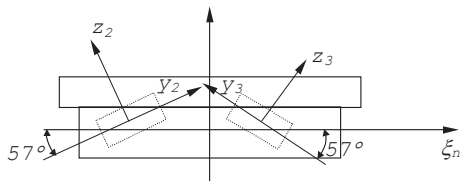
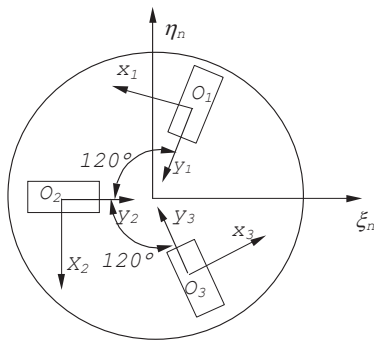


Рис. 2. Схема розташування гіроскопів

Переміщення полюса O_n щодо основи позначимо, як $\vec{p} = (\xi, \eta, \zeta)$.

Радіуси-вектори точок O_i у $O_n\xi_n\eta_n\zeta_n$: $\vec{p}_i = O_n O_i = (p_{i1}; p_{i2}; p_{i3}) = \text{const}$.

Радіуси-вектори центру мас платформи в СК $O_n\xi_n\eta_n\zeta_n$: $\vec{p}_c = O_n C_n = (\xi_c; \eta_c; \zeta_c)$.

Радіус-вектори центру мас гіроскопа C_i в СК $O_i x_i y_i z_i$: $\vec{r}_{ci} = O_i C_i = (x_{ci}(t); 0; z_{ci}(t))$, де $x_{ci}(t); z_{ci}(t)$ задані функції часу.

Матриця переходу від СК $O_0\xi_0\eta_0\zeta_0$ до СК $O_n\xi_n\eta_n\zeta_n$ при збігу точок O_0 і O_n визначається послідовністю поворотів на кути ψ, θ, ϕ (рис. 3):

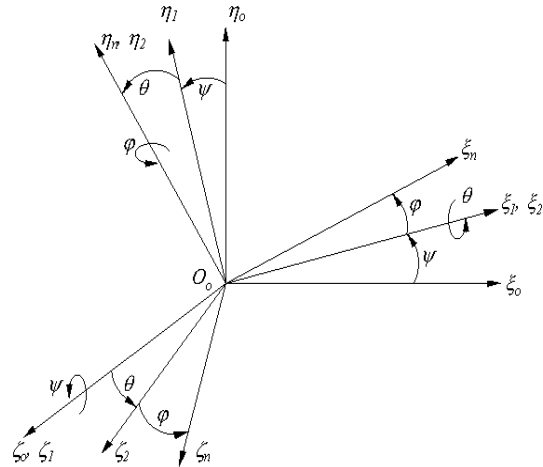


Рис. 3. Послідовність поворотів осей координат на кути ψ, θ, ϕ

$$O_0\xi_0\eta_0\zeta_0 \xrightarrow[\text{O}_0\xi_0]{\Psi} O_0\xi_1\eta_1\zeta_1, A_1 = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$O_0\xi_1\eta_1\zeta_1 \xrightarrow[\text{O}_0\xi_1]{\theta} O_0\xi_2\eta_2\zeta_2, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix};$$

$$O_0\xi_2\eta_2\zeta_2 \xrightarrow[\text{O}_0\eta_2]{\phi} O_0\xi_n\eta_n\zeta_n, A_3 = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix};$$

$$A = A_3 A_2 A_1 =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \phi \cdot \cos \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot (-\sin \psi) & \cos \phi \cdot \sin \psi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi & -\sin \phi \cdot \cos \theta \\ \cos \theta \cdot (-\sin \psi) & \cos \theta \cdot \cos \psi & \sin \theta \\ \sin \phi \cdot \cos \psi + \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi & \sin \phi \cdot \sin \psi - \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \psi & \cos \phi \cdot \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Матриця направляючих косинусів координатних осей СК $O_i x_i y_i z_i$ щодо СК $O_n\xi_n\eta_n\zeta_n$ має вигляд:

$$A_i = \begin{pmatrix} \cos \psi_i & \sin \psi_i & 0 \\ -\cos \theta_i \cdot \sin \psi_i & \cos \theta_i \cdot \cos \psi_i & \sin \theta_i \\ \sin \psi_i \cdot \sin \theta_i & -\cos \psi_i \cdot \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix}.$$

Матриця переходу від СК $O_i x_i y_i z_i$ до СК $O_i x'_i y'_i z'_i$, зв'язаної з осями чутливості ДНГ має вигляд:

$$A_{gi} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_i \cdot \cos \beta_i & \cos \beta_i \cdot \sin \alpha_i & \sin \beta_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ \sin \psi_e \cdot \sin \theta_e & \sin \beta_i \cdot \sin \alpha_i & \cos \beta_i \end{pmatrix}.$$

Визначимо кутові швидкості основи, платформи і гіроскопів.

Позначимо кутову швидкість платформи $\vec{\omega}_n$ в СК $O_n \xi_n \eta_n \zeta_n$ через $\vec{\omega}_n$.

$$\vec{\omega}_n = \dot{\psi} + \dot{\theta} + \dot{\phi}.$$

У проекціях на осі СК $O_n \xi_n \eta_n \zeta_n$.

$$\omega_{\xi_n} = \dot{\psi} \cos(\xi_n; \zeta_o) + \dot{\theta} \cos(\xi_n; \xi_1) + \dot{\phi} \cos(\xi_n; \eta_2);$$

$$\omega_{\eta_n} = \dot{\psi} \cos(\eta_n; \zeta_o) + \dot{\theta} \cos(\eta_n; \xi_1) + \dot{\phi} \cos(\eta_n; \eta_2);$$

$$\omega_{\zeta_n} = \dot{\psi} \cos(\zeta_n; \zeta_o) + \dot{\theta} \cos(\zeta_n; \xi_1) + \dot{\phi} \cos(\zeta_n; \eta_2).$$

або

$$\omega_{\xi_n} = \dot{\psi}(-\sin \phi \cos \theta) + \dot{\theta} \cos \phi; \quad \omega_{\eta_n} = \dot{\psi} \sin \theta + \dot{\phi};$$

$$\omega_{\zeta_n} = \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta + \dot{\theta} \sin \phi.$$

У лінійному наближенні

$$\begin{cases} \omega_{\xi_n} = \dot{\theta}_e \\ \omega_{\eta_n} = \dot{\phi}_e; \\ \omega_{\zeta_n} = \dot{\psi}_e \end{cases}; \quad \begin{cases} \dot{\omega}_{\xi_n} = \ddot{\theta}_e \\ \dot{\omega}_{\eta_n} = \ddot{\phi}_e. \\ \dot{\omega}_{\zeta_n} = \ddot{\psi}_e \end{cases}.$$

Кутова швидкість гіроскопів у СК зв'язаної з осями чутливості визначається виразом:

$$\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_n + \dot{\alpha}_i + \dot{\beta}_i; \quad \omega_{xi} = \omega_{nxi} + \dot{\alpha}_i \cos(x_i; z'_i) + \dot{\beta}_i \cos(x_n; y'_i);$$

$$\omega_{yi} = \omega_{nyi} + \dot{\alpha}_i \cos(y_i; z'_i) + \dot{\beta}_i \cos(y_i; y'_i);$$

$$\omega_{zi} = \omega_{nzi} + \dot{\alpha}_i \cos(z_i; z'_i) + \dot{\beta}_i \cos(y_i; y'_i),$$

де $\omega_{nxi}, \omega_{nyi}, \omega_{nzi}$ – проекції кутової швидкості платформи $\vec{\omega}_n$ на осі СК $O_i x_i y_i z_i$:

$$\omega_{xi} = \omega_{nxi} + \dot{\alpha}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i \cos \beta_i \sin \alpha_i; \quad \omega_{yi} = \omega_{nyi} + \dot{\beta}_i \cos \alpha_i;$$

$$\omega_{zi} = \omega_{nzi} + \dot{\alpha}_i \cos \beta_i + \dot{\beta}_i (-\sin \beta_i) \sin \alpha_i.$$

У лінійному наближенні

$$\begin{cases} \omega_{xi} = \omega_{nxi} + \dot{\beta}_i; \\ \omega_{yi} = \omega_{nyi}; \\ \omega_{zi} = \omega_{nzi} + \dot{\alpha}_i \end{cases}; \quad \begin{cases} \dot{\omega}_{xi} = \dot{\omega}_{nxi} + \dot{\beta}_i, \\ \dot{\omega}_{yi} = \dot{\omega}_{nyi}, \\ \dot{\omega}_{zi} = \dot{\omega}_{nzi} + \dot{\alpha}_i \end{cases}.$$

Рівняння руху платформи і гіроскопів

Рівняння поступального руху платформи на основі теореми про зміну кількості руху має вигляд:

$$\frac{d\vec{Q}_n}{dt} = \vec{G}_g + \vec{F}_a + \sum_{i=1}^3 \vec{F}_i,$$

де \vec{G}_g – головний вектор сил тяжіння; \vec{F}_a – головний вектор сил, що прикладені з боку системи віброізоляторів; $\sum_{i=1}^3 \vec{F}_i$ – головний вектор сил, що прикладені з боку гіроскопів; $Q = m_n \vec{V}_c$ – кількість руху платформи, причому m_n – маса платформи, \vec{V}_c – швидкість центру мас $\vec{V}_c = \dot{\vec{p}} + \dot{\vec{p}}_c$.

$$\text{Тоді } \frac{d\vec{Q}_n}{dt} = \frac{d}{dt}(m_n \vec{V}_c) = m_n \left[\frac{d^2}{dt^2} \vec{p} + \frac{d^2}{dt^2} \vec{p}_c \right].$$

З огляду на те, що в СК $O_n \xi_n \eta_n \zeta_n$ $\vec{p}_c = \text{const}$, отримаємо

$$\frac{d}{dt} \vec{Q}_n = m \left(\ddot{\vec{p}} + \frac{d\vec{\omega}_n}{dt} \times \vec{p}_c + \vec{\omega}_n \times (\vec{\omega}_n \times \vec{p}_c) \right).$$

Рівняння обертального руху платформи на основі теореми про зміну головного моменту кількості руху має вигляд:

$$\frac{d\vec{K}_{on}}{dt} = \vec{M}_{on}^g + \vec{M}_{on}^a + \sum_{i=1}^3 \vec{M}_{on}^i - m_n \vec{p}_c \times \vec{W}_{on},$$

де \vec{M}_{on}^g – головний момент сил тяжіння; \vec{M}_{on}^a – головний момент сил, що прикладені з боку системи віброзахисту; $\sum_{i=1}^3 \vec{M}_{on}^i$ – головний момент сил, що прикладені з боку гіроскопів; $m_n \vec{p}_c \times \vec{W}_{on}$ – момент, що з'являється через розбіжність центру мас платформи і полюса O_n ; $\vec{W}_{on} = \ddot{\vec{p}}$ – прискорення початку СК $O_n \xi_n \eta_n \zeta_n$.

Рівняння обертального руху записуємо в СК, зв'язаною з платформою.

Для головного вектора моментів кількостей руху маємо

$$\vec{K}_{on} = \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{pmatrix}.$$

Припускаємо, що виконано кутові обмеження на відцентрові моменти інерції

$$J_\xi, J_\eta, J_\zeta \gg J_{\xi\eta}, J_{\eta\zeta}, \quad \frac{d\vec{K}_{on}}{dt} = \frac{\tilde{d}\vec{K}_{on}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_{on},$$

де $\frac{\tilde{d}\vec{K}_{on}}{dt}$ – відносна похідна в СК $O_n \xi_n \eta_n \zeta_n$.

Припускаючи, що гіроскопи – маховики, що швидко обертаються, для оцінки їхнього впливу на рух платформи запишемо рівняння в спрощеному вигляді. На підставі загальних теорем динаміки маємо

$$\frac{d\vec{Q}_i}{dt} = \vec{G}_i + \vec{F}_i^n, \quad \frac{d\vec{K}_{oi}}{dt} = \vec{M}_{oi}^g + \vec{M}_{oi}^n - m_i \vec{r}_{ci} \times \vec{\omega}_{oi},$$

Тут \vec{Q}_i, \vec{K}_{oi} – кількість руху і момент кількості руху i -го гіроскопу (центр приведення – O_i); \vec{G}_i і \vec{M}_{oi}^g – сили і моменти сил тяжіння; \vec{F}_i^n і \vec{M}_{oi}^n – сили і мо-

менти сил прикладених із боку підшипників, датчиків моментів, двигунів.

Для $\frac{d\vec{Q}_i}{dt}$ і $\frac{d\vec{K}_{oi}}{dt}$ маємо:

$$\frac{d\vec{Q}_i}{dt} = m_i (\ddot{\vec{\rho}} + \dot{\vec{\omega}}_n \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega}_n \times \vec{\omega}_n \times \vec{\rho}_i + \ddot{\vec{r}}_{ci} + \dot{\vec{\omega}}_n \times \vec{r}_{ci} + \vec{\omega}_n \times \vec{\omega}_n \times \vec{r}_{ci} + 2\vec{\omega}_n \times \dot{\vec{r}}_{ci})$$

$$\frac{d\vec{K}_{oi}}{dt} = \frac{d\vec{K}_{oi}}{dt} + \vec{\omega}_i \times \vec{K}_i = J_i \dot{\vec{\omega}}_i + \vec{\omega}_i \times J_i \vec{\omega}_i,$$

де J_i – тензор інерції ротора гіроскопа. Прискорення точки O_i : $\dot{\vec{\omega}}_i = \ddot{\vec{\rho}} + \dot{\vec{\omega}}_n \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega}_n \times \vec{\omega}_n \times \vec{\rho}_i$.

З огляду на, що $\vec{F}_i = -\vec{F}_i^n$ і $\vec{M}_{on}^i = -(\vec{M}_{on}^n + \vec{\rho}_i \times \vec{F}_i^n)$ включимо з рівнянь руху платформи сили \vec{F}_i і моменти сил \vec{M}_{on}^i .

Одержимо

$$\frac{d\vec{Q}_n}{dt} = \vec{G}_g + \vec{G}_a - \sum_{i=1}^3 \left[\frac{d\vec{Q}_i}{dt} - \vec{G}_i \right],$$

$$\frac{d\vec{K}_{on}}{dt} = \vec{M}_{on}^g + \vec{M}_{on}^a - m_n \vec{\rho}_c \times \vec{\omega}_{on} - \sum_{i=1}^3 \left(\frac{d\vec{K}_{oi}}{dt} - \vec{M}_{oi}^g + m_i \vec{r}_{ci} \times \vec{\omega}_{on} + \vec{\rho}_i \times \frac{d\vec{Q}_i}{dt} - \vec{\rho}_i \times \vec{G}_i \right)$$

Моменти сил тяжіння записуються у вигляді

$$\vec{M}_{on}^g = \vec{\rho}_c \times \vec{G}, \quad \vec{M}_{oi}^g = \vec{r}_{ci} \times \vec{G}_i,$$

де $\vec{G} = m\vec{g}$, $\vec{G}_i = m_i\vec{g}$.

Вирази для сил \vec{F}_a і моментів \vec{M}_{on}^a , прикладених з боку СВЗ до платформи, визначаються як узагальнені сили на підставі відомої силової U і дисипативної Φ функцій. Так як $U = -\Pi$, де Π – потенційна енергія, то

$$F_{a\xi} \approx -\frac{d\Pi}{d\xi} - \frac{d\Phi}{d\xi}, \quad F_{a\eta} \approx -\frac{d\Pi}{d\eta} - \frac{d\Phi}{d\eta}, \quad F_{a\zeta} \approx -\frac{d\Pi}{d\zeta} - \frac{d\Phi}{d\zeta},$$

$$M_{\xi}^a \approx -\left(\frac{d\Pi}{d\theta} + \frac{d\Phi}{d\theta} \right) \cos\phi + \left(\frac{d\Pi}{d\psi} + \frac{d\Phi}{d\psi} \right) \cos\theta \sin\phi,$$

$$M_{\eta}^a \approx -\left(\frac{d\Pi}{d\phi} + \frac{d\Phi}{d\phi} \right) - \left(\frac{d\Pi}{d\psi} + \frac{d\Phi}{d\psi} \right) \sin\theta,$$

$$M_{\zeta}^a \approx -\left(\frac{d\Pi}{d\psi} + \frac{d\Phi}{d\psi} \right) \cos\phi \cos\theta - \left(\frac{d\Pi}{d\theta} + \frac{d\Phi}{d\theta} \right) \sin\phi.$$

Для потенційної енергії і дисипативної функції маємо

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^3 C_{i\xi} u_i^2 + \sum_{i=1}^3 C_{i\eta} v_i^2 + \sum_{i=1}^3 C_{i\zeta} \omega_i^2 \right];$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^3 h_{i\xi} \dot{u}_i^2 + \sum_{i=1}^3 h_{i\eta} \dot{v}_i^2 + \sum_{i=1}^3 h_{i\zeta} \dot{\omega}_i^2 \right].$$

Тут $C_{i\xi}, C_{i\eta}, C_{i\zeta}$ – коефіцієнти жорсткості і-го віброізолятора в напрямку координатних осей, $h_{i\xi}, h_{i\eta}, h_{i\zeta}$ – коефіцієнти демпфірування і-го віброізолятора в напрямку координатних осей. Деформації і-го віброізолятора u_i, v_i, ω_i у відповідних напрямках приблизно визначаються виразами

$$u_i = \xi - \psi r_{i\eta} + \phi r_{i\xi}, \quad v_i = \eta + \psi r_{i\xi} - \theta r_{i\xi}, \quad \omega_i = \zeta - \psi r_{i\xi} + \phi r_{i\eta}.$$

Після нескладних перетворень отримаємо

$$F_{\xi}^a = -C_{\xi}\xi - C_{\xi\psi}\psi - C_{\xi\phi}\phi - h_{\xi}\dot{\xi} - h_{\xi\psi}\dot{\psi} - h_{\xi\phi}\dot{\phi},$$

$$F_{\eta}^a = -C_{\eta}\eta - C_{\eta\psi}\psi - C_{\eta\theta}\theta - h_{\eta}\dot{\eta} - h_{\eta\psi}\dot{\psi} - h_{\eta\theta}\dot{\theta},$$

$$F_{\zeta}^a = -C_{\zeta}\zeta - C_{\zeta\phi}\phi - C_{\zeta\theta}\theta - h_{\zeta}\dot{\zeta} - h_{\zeta\phi}\dot{\phi} - h_{\zeta\theta}\dot{\theta},$$

$$M_{\xi}^a = -C_{\theta}\theta - C_{\theta\phi}\phi - C_{\theta\psi}\psi - C_{\theta\eta}\eta - C_{\zeta\theta}\zeta - h_{\theta}\dot{\theta} - h_{\theta\phi}\dot{\phi} - h_{\theta\psi}\dot{\psi} - h_{\theta\eta}\dot{\eta} - h_{\zeta\theta}\dot{\zeta},$$

$$M_{\eta}^a = -C_{\phi}\phi - C_{\phi\psi}\psi - C_{\phi\theta}\theta - C_{\xi\phi}\xi - C_{\zeta\phi}\zeta - h_{\phi}\dot{\phi} - h_{\phi\psi}\dot{\psi} - h_{\phi\theta}\dot{\theta} - h_{\xi\phi}\dot{\xi} - h_{\zeta\phi}\dot{\zeta},$$

$$M_{\zeta}^a = -C_{\psi}\psi - C_{\phi\psi}\phi - C_{\psi\theta}\theta - C_{\xi\psi}\xi - C_{\eta\psi}\eta - h_{\psi}\dot{\psi} - h_{\phi\psi}\dot{\phi} - h_{\psi\theta}\dot{\theta} - h_{\xi\psi}\dot{\xi} - h_{\eta\psi}\dot{\eta}$$

Тут

$$C_{\xi} = \sum_{i=1}^3 C_{\xi i}; \quad C_{\zeta} = \sum_{i=1}^3 C_{\zeta i}; \quad C_{\eta} = \sum_{i=1}^3 C_{\eta i};$$

$$C_{\xi\phi} = \sum_{i=1}^3 C_{\xi i} r_{\zeta i}; \quad C_{\xi\psi} = -\sum_{i=1}^3 C_{\xi i} r_{\eta i}; \quad C_{\eta\psi} = \sum_{i=1}^3 C_{\eta i} r_{\xi i};$$

$$C_{\eta\theta} = -\sum_{i=1}^3 C_{\eta i} r_{\zeta i}; \quad C_{\zeta\theta} = \sum_{i=1}^3 C_{\zeta i} r_{\eta i}; \quad C_{\zeta\phi} = -\sum_{i=1}^3 C_{\zeta i} r_{\xi i};$$

$$C_{\theta} = \sum_{i=1}^3 \left[C_{\zeta i} (r_{\eta i})^2 + C_{\eta i} (r_{\zeta i})^2 \right]; \quad C_{\psi\theta} = -\sum_{i=1}^3 C_{\eta i} r_{\xi i} r_{\zeta i};$$

$$C_{\psi} = \sum_{i=1}^3 \left[C_{\eta i} (r_{\xi i})^2 + C_{\zeta i} (r_{\eta i})^2 \right]; \quad C_{\phi\psi} = -\sum_{i=1}^3 C_{\xi i} r_{\eta i} r_{\zeta i};$$

$$C_{\phi} = \sum_{i=1}^3 \left[C_{\xi i} (r_{\zeta i})^2 + C_{\zeta i} (r_{\xi i})^2 \right]; \quad C_{\theta\phi} = -\sum_{i=1}^3 C_{\zeta i} r_{\xi i} r_{\eta i};$$

$$h_{\xi} = \sum_{i=1}^3 h_{\xi i}; \quad h_{\zeta} = \sum_{i=1}^3 h_{\zeta i}; \quad h_{\eta} = \sum_{i=1}^3 h_{\eta i};$$

$$h_{\xi\phi} = \sum_{i=1}^3 h_{\xi i} r_{\zeta i}; \quad h_{\xi\psi} = -\sum_{i=1}^3 h_{\xi i} r_{\eta i}; \quad h_{\eta\psi} = \sum_{i=1}^3 h_{\eta i} r_{\xi i};$$

$$h_{\eta\theta} = -\sum_{i=1}^3 h_{\eta i} r_{\zeta i}; \quad h_{\zeta\theta} = \sum_{i=1}^3 h_{\zeta i} r_{\eta i}; \quad h_{\zeta\phi} = -\sum_{i=1}^3 h_{\zeta i} r_{\xi i};$$

$$h_{\psi} = \sum_{i=1}^3 \left[h_{\eta i} (r_{\xi i})^2 + h_{\zeta i} (r_{\eta i})^2 \right]; \quad h_{\psi\theta} = -\sum_{i=1}^3 h_{\eta i} r_{\xi i} r_{\zeta i};$$

$$h_{\theta} = \sum_{i=1}^3 \left[h_{\eta i} (r_{\zeta i})^2 + h_{\zeta i} (r_{\eta i})^2 \right]; \quad h_{\phi\psi} = -\sum_{i=1}^3 h_{\xi i} r_{\eta i} r_{\zeta i};$$

$$h_\phi = \sum_{i=1}^3 \left[h_{\xi_i} (r_{\xi_i})^2 + h_{\zeta_i} (r_{\zeta_i})^2 \right]; h_{\theta_\phi} = - \sum_{i=1}^3 h_{\zeta_i} r_{\zeta_i} r_{\eta_i}.$$

Відкидаючи складові другого порядку малості рівняння поступального руху платформи в проєкціях на осі СК $O_o \xi_o \eta_o \zeta_o$ мають вигляд:

$$\begin{aligned} & M\ddot{\xi} + \left(m\zeta_c + \sum_{i=3}^3 m_i \rho_{i3} + \sum_{i=3}^3 m_i z_{ci} \cos \theta_i \right) \ddot{\phi} - \\ & - \left(m\eta_c + \sum_{i=3}^3 m_i \rho_{i2} + \sum_{i=3}^3 m_i (x_{ci} \sin \psi_i - z_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i) \right) \ddot{\psi} + \\ & + 2 \sum_{i=3}^3 m_i \dot{z}_{ci} \cos \theta_i \dot{\phi} - 2 \sum_{i=3}^3 m_i (\dot{x}_{ci} \sin \psi_i - \dot{z}_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i) \dot{\psi} + \\ & + C_\xi \ddot{\xi} + C_\psi \ddot{\psi} + C_{\xi\phi} \ddot{\phi} = - \sum_{i=3}^3 m_i (\ddot{x}_{ci} \cos \psi_i - \ddot{z}_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i); \\ & M\ddot{\eta} + \left(m\dot{\xi}_c + \sum_{i=3}^3 m_i \rho_{i1} + \sum_{i=3}^3 m_i (x_{ci} \cos \psi_i + z_{ci} \sin \psi_i \sin \theta_i) \right) \ddot{\psi} - \\ & - \left(m\zeta_c + \sum_{i=3}^3 m_i \rho_{i3} + \sum_{i=3}^3 m_i z_{ci} \cos \theta_i \right) \ddot{\theta} - 2 \sum_{i=3}^3 m_i \dot{z}_{ci} \cos \theta_i \dot{\theta} + \\ & + 2 \sum_{i=3}^3 m_i (\dot{x}_{ci} \cos \psi_i + \dot{z}_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i) \dot{\psi} + C_\eta \ddot{\eta} + C_{\eta\psi} \ddot{\psi} + C_{\eta\theta} \ddot{\theta} = \\ & = - \sum_{i=3}^3 m_i (\ddot{x}_{ci} \sin \psi_i - \ddot{z}_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i); \\ & M\ddot{\zeta} + \left(m\eta_c + \sum_{i=3}^3 m_i \rho_{i2} + \sum_{i=3}^3 m_i (x_{ci} \sin \psi_i - z_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i) \right) \ddot{\theta} + \\ & + 2 \sum_{i=3}^3 m_i (\dot{x}_{ci} \sin \psi_i - \dot{z}_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i) \dot{\theta} - \\ & - \left(m\dot{\xi}_c + \sum_{i=3}^3 m_i \rho_{i1} + \sum_{i=3}^3 m_i (x_{ci} \cos \psi_i + z_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i) \right) \ddot{\phi} - \\ & - 2 \sum_{i=3}^3 m_i (\dot{x}_{ci} \cos \psi_i + \dot{z}_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i) \dot{\phi} = - \sum_{i=3}^3 m_i \dot{z}_{ci} \cos \theta_i - Mg. \end{aligned}$$

Тут m – маса платформи, m_i – маси роторів гіроскопів, M – маса платформи з гіроскопами, x_{ci}, z_{ci} – відомі функції часу.

Рівняння обертального руху щодо осі $O_n \xi_n$ з точністю до розміру другого порядку малості:

$$\begin{aligned} & J_{\xi n} \ddot{\theta} - J_{\xi \eta} \ddot{\phi} - J_{\xi \zeta} \ddot{\psi} = -m\eta_c \ddot{\zeta} + m\eta_c \ddot{\eta} - m\eta_c g + m\zeta_c g\theta - C_\theta \ddot{\theta} - \\ & - C_{\theta\phi} \ddot{\phi} - C_{\theta\psi} \ddot{\psi} - C_{\theta\zeta} \ddot{\zeta} - C_{\theta\eta} \ddot{\eta} - H_\theta \dot{\theta} - H_{\theta\phi} \dot{\phi} - H_{\theta\psi} \dot{\psi} - H_{\theta\zeta} \dot{\zeta} - H_{\theta\eta} \dot{\eta} + \\ & + \sum_{i=1}^3 \left\{ m_i [-\rho_{i2} g + \rho_{i3} g\theta + g(-x_{ci} \sin \psi_i + z_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i) - \right. \\ & - \rho_{i2} \ddot{\zeta} + \rho_{i3} \ddot{\eta} - I_i^2 \ddot{\theta} + (\ddot{\theta} \rho_{i1} + \ddot{\phi} \rho_{i2} + \ddot{\psi} \rho_{i3}) \rho_{i1} - \rho_{i2} \dot{z}_{ci} \cos \theta_i + \\ & + \rho_{i3} (\ddot{x}_{ci} \sin \psi_i - \ddot{z}_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i)] - J_{\theta i} [(\cos^2 \psi_i + \sin^2 \psi_i \sin^2 \theta_i) \ddot{\theta} + \\ & + \sin \psi_i \cos \psi_i \cos^2 \theta_i \dot{\phi} + \cos \theta_i \sin \theta_i \sin \psi_i \dot{\psi}] + \\ & \left. + H_i (\dot{\psi} \cos \psi_i \cos \theta_i - \dot{\phi} \sin \theta_i) \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & J_{\eta n} \ddot{\phi} - J_{\xi \eta} \ddot{\theta} - J_{\eta \zeta} \ddot{\psi} = -m\zeta_c \ddot{\xi} + m\zeta_c \ddot{\zeta} + m\zeta_c g\phi + m\zeta_c g - C_\phi \ddot{\phi} - \\ & - C_{\theta\phi} \ddot{\theta} - C_{\phi\psi} \ddot{\psi} - C_{\phi\zeta} \ddot{\zeta} - C_{\phi\eta} \ddot{\eta} - H_\phi \dot{\phi} - H_{\theta\phi} \dot{\theta} - H_{\phi\psi} \dot{\psi} - H_{\phi\zeta} \dot{\zeta} - \\ & - H_{\phi\eta} \dot{\eta} + \sum_{i=1}^3 \left\{ m_i [-\rho_{i3} g\phi + \rho_{i1} g + g(x_{ci} \cos \psi_i + z_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i) - \right. \\ & - \rho_{i3} \ddot{\xi} + \rho_{i1} \ddot{\zeta} - I_i^2 \ddot{\phi} + (\ddot{\theta} \rho_{i1} + \ddot{\phi} \rho_{i2} + \ddot{\psi} \rho_{i3}) \rho_{i2} + \rho_{i1} \dot{z}_{ci} \cos \theta_i - \\ & - \rho_{i3} (\ddot{x}_{ci} \cos \psi_i + \ddot{z}_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i)] - J_{\phi i} [\ddot{\theta} \cos^2 \theta_i \sin \psi_i \cos \psi_i + \\ & + (\sin^2 \psi_i + \sin^2 \theta_i \cos^2 \psi_i) \ddot{\phi} - \cos \theta_i \sin \theta_i \cos \psi_i \dot{\psi}] + \\ & \left. + H_i (\dot{\theta} \sin \theta_i + \dot{\psi} \cos \theta_i \sin \psi_i) \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & J_{\zeta} \ddot{\psi} - J_{\zeta \xi} \ddot{\theta} - J_{\eta \zeta} \ddot{\phi} = -m\zeta_c g - m\eta_c g\phi - m\eta_c \ddot{\xi} - m\zeta_c \ddot{\eta} - \\ & - C_\psi \ddot{\psi} - C_{\psi\theta} \ddot{\theta} - C_{\psi\phi} \ddot{\phi} - C_{\psi\eta} \ddot{\eta} - C_{\psi\zeta} \ddot{\zeta} - H_\psi \dot{\psi} - H_{\psi\theta} \dot{\theta} - \\ & - H_{\psi\phi} \dot{\phi} - H_{\psi\eta} \dot{\eta} - H_{\psi\zeta} \dot{\zeta} + \sum_{i=1}^3 \left\{ m_i [-\rho_{i1} g\theta - \rho_{i2} g\phi + \right. \\ & + \rho_{i2} \ddot{\xi} - I_i^2 \ddot{\psi} + (\ddot{\theta} \rho_{i1} + \ddot{\phi} \rho_{i2} + \ddot{\psi} \rho_{i3}) \rho_{i3} - \\ & - \rho_{i1} (\ddot{x}_{ci} \sin \psi_i - \ddot{z}_{ci} \sin \theta_i \cos \psi_i) + \\ & + \rho_{i2} (\ddot{x}_{ci} \cos \psi_i + \ddot{z}_{ci} \sin \theta_i \sin \psi_i)] - \\ & - J_{\psi i} [\ddot{\theta} \sin \psi_i \sin \theta_i - \ddot{\phi} \cos \psi_i \sin \theta_i + \ddot{\psi} \cos \theta_i] \cos \theta_i - \\ & \left. - H_i (\dot{\theta} \cos \psi_i + \dot{\phi} \sin \psi_i) \cos \theta_i \right\}; \end{aligned}$$

де $I_i^2 = \rho_{i1}^2 + \rho_{i2}^2 + \rho_{i3}^2$, J_o і $J_{\theta i}$ – екваторіальний і осевий моменти інерції маховика, $H = J_o \dot{j}$ – власний кінетичний момент маховика.

Математичну модель ДНГ із врахуванням похибок було узятно з літератури

$$\begin{aligned} & (A_i + a_i) \ddot{\alpha}_i + h_i \dot{\alpha}_i + B_o \alpha_i + W_{2i}(p) \alpha_i + H \dot{\beta}_i + \\ & + \frac{H}{T_{ni}} \beta_i + W_{1i}(p) \beta_i = -(A_i + a_i) \dot{\omega}_{xi}^{(1)} - H_{1i} \omega_{xi}^{(1)}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & (A_i + a_i) \ddot{\beta}_i + h_i \dot{\beta}_i + B_o \beta_i + W_{2i}(p) \beta_i - H \dot{\alpha}_i - \\ & - \frac{H}{T_{ni}} \alpha_i + W_{1i}(p) \alpha_i = -(A_i + a_i) \dot{\omega}_{xi}^{(1)} + H_{1i} \omega_{xi}^{(1)}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\omega_{xi}^{(1)}$, $\omega_{xi}^{(1)}$ – лінійні наближення кутових швидкостей; A_i , a_i – екваторіальні моменти інерції обертання ротору і кілець; h_i – коефіцієнт в'язкого тертя; H_i – кінетичний момент; α_i , β_i – відносні кути обертання ротору; $W_{2i}(s)$, $W_{1i}(s)$ – передаточні функції 1-го і 2-го зворотніх ланок ДНГ.

Результати розрахунків

За допомогою методу комплексних амплітуд визначалися поодинокі рішення, що відповідають вимушеним коливанням системи. Отримані переносні

рухи платформи використовуються для обчислення необхідних похибок ДНГ.

Визначалися похибки ДНГ:

1. Кінематичний відхід визначався з виразів (1) і (2);

2. Швидкість відходу ДНГ в умовах поступальних прискорень, що повільно змінюються поступальних прискорень – нерівножорсткість підвісу

$$\omega_y = M_p j_z j_y \left\{ b \left[(1+q)^2 - \frac{1}{2}q \right] c^{-1} - (1-q)^2 c_{\xi}^{-1} \right\} H^{-1};$$

3. Швидкість відходу ДНГ в умовах повільно змінюючихся поступальних прискорень – осьова розбалансованість і неперетинність осей

$$\omega_y = -M_p j_y a \left[2d_3 + q(d_1 + d_2) + (1+q) \left(l_o + \frac{1}{2} l_{23}^x \right) \right] (2H)^{-1};$$

4. Швидкість відходу ДНГ в умовах осьової вібрації на частоті Ω – статичний дебаланс, неперетинність осей і недосконалість геометрії шарикоподшипників

$$\omega_z = -\Omega^2 (\tilde{A}_1 M_p) \left[\left(\epsilon_{32} - \frac{1}{2} l_m^y \right) + \Omega^2 M_p \epsilon_{32} \frac{1}{c_{\eta}} \right] (H)^{-1};$$

$$\omega_y = \Omega^2 (\tilde{A}_1 M_p) \left[\left(\epsilon_{33} - \frac{1}{2} l_n^z \right) + \Omega^2 M_p \epsilon_{33} \frac{1}{c_{\eta}} \right] (H)^{-1};$$

де c_{ξ} – лінійна жорсткість 1-ї пари торсіонів, $c_{\xi} = 1,3 \cdot 10^7$ Н/м; c_{η} – лінійна жорсткість 3-ї пар торсіонів, $c_{\eta} = 2c_{\xi}$; c – лінійні жорсткості торсіонів вздовж осі ОУ, $c = 3,1 \cdot 10^7$ Н/м;

\tilde{A}_1 – амплітуда осьових коливань роторів, $\tilde{A}_1 = \frac{\omega_{\xi}^2 \eta_o}{\left| \omega_{\xi}^2 - \Omega^2 \right|}$;

ω_{ξ} – частота радіальних коливань вздовж осі ОХ,

$$\omega_{\xi} = \Omega \sqrt{\frac{2,765}{2M_p} - 1};$$

$b = a + 1 + \frac{\Omega^2}{\omega_{\xi}^2}$; l_o – зміщення осі крутіння 3-ї пари

торсіонів по відношенню до тої самої осі 2-ї пари торсіонів вздовж осі ОХ;

j_z, j_y – проекції вектору абсолютного поступально-го прискорення j корпусу гіроскопу на осі OX_o, Y_o, Z_o ;

ϵ_{32} – зміщення центру мас 3-го ротору відносно 2-ї головної осі інерції; ϵ_{33} – зміщення центру мас 3-го ротору відносно 3-ї головної осі інерції, $\epsilon_{32} = \epsilon_{33} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м;

$q = \frac{M_k}{M_p}$ – відношення маси кільця до маси ротору;

M_p – маса ротору ДНГ $M_p = 6 \cdot 10^{-2}$ Н;

M_k – маса кільця ДНГ $M_k = 2 \cdot 10^{-2}$ Н;

d_1, d_2, d_3 – зміщення центру мас і-го ротору ($i=1,2,3$) здовж головної осі інерції ОХ, $d_1 = d_2 = d_3 = 10^{-7}$ м;

Ω – кутова швидкість власного обертання ротору, $\Omega = 1000$ рад/с;

l_m^y, l_n^z – радіальне зміщення колінарних торсіонів 2 і 3 (двох разом) вздовж осей ОУ' і ОZ' відповідно.

Розрахунки проводилися на основі наступних даних:

$$C_{\xi 1} = C_{\xi 2} = C_{\xi 3} = 20783 \text{ Н/м};$$

$$C_{\eta 1} = C_{\eta 2} = C_{\eta 3} = 20783 \text{ Н/м}; C_{\zeta 1} = C_{\zeta 3} = 18524 \text{ Н/м};$$

$$C_{\zeta 2} = 25301 \text{ Н/м}; r_{\zeta 1} = r_{\zeta 2} = r_{\zeta 3} = 0,02 \text{ м};$$

$$r_{\xi 1} = r_{\xi 3} = 0,052 \text{ м}; r_{\xi 2} = -0,108 \text{ м}; r_{\eta 1} = 0,088 \text{ м};$$

$$r_{\eta 2} = 0 \text{ м}; r_{\eta 3} = -0,088 \text{ м}.$$

У результаті досліджень були отримані власні частоти системи віброзахисту (табл. 1), похибки ДНГ (табл. 2) при наявності переносного руху платформи за рахунок зсуву центру мас платформи на 1 мм, розкиду жорсткостей віброізоляторів на 10%, неточності встановлення віброізоляторів 2 мм.

Таблиця 1

Таблиця власних частот системи віброзахисту

$\xi(X)$	$\eta(Y)$	$\zeta(Z)$
$\pm 52,57i$	$\pm 53,96i$	$\pm 47,72i$
$\pm 3,819i$	$\pm 5,758i$	0

Таблиця 2

Таблиця похибок з урахуванням змін параметрів

		Ідеальний випадок	Зміщення центру мас платформи (1 мм)	Розкид жорсткостей ВІ по осі ζ (10%)	Неточність встановлення ВІ по осі ζ (2 мм)
Кутові швидкості відходу гіроскопу, град/год	α	1,59934e-3	1,59915e-3	1,59926e-3	1,59936e-3
	β	-2,48235e-3	-2,48262e-3	-2,48223e-3	-2,48238e-3
Нерівножорсткість підвісу, град/год		-2,48704e-6	-3,60237e-6	-2,48636e-6	-2,48685e-6
Неперетинність осей і осьова розбалансованість, град/год		-0,0571268	-0,059253	-0,0571259	-0,0571274
Статична несбалансованість, град/год		0,03483085	0,035552	0,03483085	0,0348299

Висновки

На основі отриманих результатів можна зробити наступні висновки:

Отримана методика і написана програма, а також отримані результати оцінки взаємного впливу ДНГ один на одного з врахуванням системи віброзахисту.

Аналіз отриманих результатів показав, що найбільше істотний вплив роблять моменти, обумовлені жорсткістю пружного підвісу і неперетинність осей, і залежать крім інших причин, від лінійних прискорень платформи в місці установки ДНГ. Для реальних статичних зсувів центру мас ДНГ – джерела збурень, досліджуваний ДНГ може мати похибку до 1 град/год.

Література

1. Павловский М.А., Петренко В.Е. Виброустойчивость гироскопов. Киев, «Виша школа», 1982,-171 с.