

УДК 261.391

# АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ УЗЛА СЕТИ В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТРАФИКА

**Ю. В. Андрушко**  
Аспирант

Кафедра телекоммуникационных систем  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
пр. Ленина 14, г. Харьков, Украина, 61000  
Контактный тел.: (057) 702-13-20  
E-mail: ya@kture.kharkov.ua

*Стаття присвячена огляду підходів до аналітичного моделювання процесів, що мають місце у чергах телекомунікаційного вузла у випадках, коли тривалість обслуговування має розподіл з «важким хвостом»*  
**Ключові слова:** СМО, СКВ, функція розподілу

*Статья посвящена рассмотрению подходов к аналитическому моделированию процессов, происходящих в очередях телекоммуникационного узла в случаях, когда длительность обслуживания имеет распределение с «тяжелым хвостом»*  
**Ключевые слова:** СМО, СКО, функция распределения

*Article is dedicated to overview approaches of queueing processes analytical modeling in cases when service duration has «heavy tail» distribution*  
**Key words:** QS, MSD, distribution function

## 1. Введение

Неотъемлемой составляющей проектирования, эксплуатации и модернизации телекоммуникационных систем является аналитическое моделирование процесса их функционирования. Для этого активно используются модели и методы теории массового обслуживания [1 – 2].

На вход системы массового обслуживания (СМО) с накопителем конечной емкости  $m$ ,  $1 \leq m < \infty$ , поступает пуассоновский поток заявок интенсивности  $\lambda$ . Длительности обслуживания заявок имеют гамма-распределение с плотностью распределения вида [3]:

$$V(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}},$$

или эквивалентно:

$$F(x) = \frac{\nu^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\nu x}}{\Gamma(\alpha)}, x \geq 0, \tag{1}$$

где  $\nu = \alpha\mu$ ;  
 $\mu^{-1} = t_{cp}$  - среднее время обслуживания;  
 $\alpha = 1/\sigma^2$ ,  $\sigma$  - СКО времени обслуживания.

Если при переполнении накопителя поступающая на систему заявка теряется и вновь не возобновляется, а так же  $t_{cp} < \infty$  и  $\sigma < \infty$ , такая СМО в классификации Кендалла может быть описана как  $M/\Gamma/1/m$ .

В рамках задачи аналитического моделирования процессов в телекоммуникационных системах особого внимания заслуживает моделирование процессов, происходящих в очередях телекоммуникационного узла. Большое внимание при моделировании этих процессов уделяется ситуациям, когда длительности обслуживания имеют распределение с так называемыми «тяжелыми хвостами» [2]. Основное свойство

распределения такого типа заключается в том, что его дополнительная функция распределения (ФР) медленно убывает при  $t \rightarrow \infty$ . Распределения с «тяжелыми хвостами» также характеризуются тем, что имеют большие или неограниченные дисперсии. В рамках данного раздела будут проанализированы свойства процесса ограниченной очереди при пуассоновском или марковском входящем потоке заявок и гамма-распределении времени их обслуживания в условиях, когда среднее квадратическое отклонение (СКО) времени обслуживания неограниченно растет.

Несмотря на то, что гамма-распределение не является распределением с «тяжелым хвостом», однако при стремлении СКО (при фиксированном среднем значении) к бесконечности также неограниченно растет и дисперсия. Это позволяет предположить что результаты для процесса очереди, полученные в условиях неограниченного роста СКО, могут в той или иной мере отражать поведение характеристик очереди для случая ФР с «тяжелыми хвостами».

## 2. Аналитические выражения для сетевых характеристик

Если обозначить через  $p_k$  стационарную вероятность того, что в системе  $M/\Gamma/1/m$  в произвольный момент времени находится  $k$  заявок, для вычисления стационарного распределения вероятностей  $\{p_k, k=1, M\}$  ( $M = m + 1$ ), можно использовать следующие формулы:

$$p_1 = \frac{q_1}{\lambda} - p_0, p_k = \frac{q_k}{\lambda}, k = \overline{2, m}, \tag{2}$$

$$p_M = 1 - \frac{q_1}{\lambda}. \tag{3}$$

Интенсивность выхода обслуженных заявок  $\lambda_D$ :

$$\lambda_D = \mu(1 - p_0). \quad (4)$$

Рассмотрим моменты распределения. Если плотность распределения времени обслуживания определяется формулой (1), то величины  $\beta_k \equiv \beta_k(\lambda)$  вычисляются по следующим рекуррентным формулам:

$$\beta_0 = \left(\frac{v}{\lambda + v}\right)^\alpha, \beta_k = \frac{k + \alpha - 1}{k} \frac{\lambda}{\lambda + v} \beta_{k-1}, k \geq 1. \quad (5)$$

Рассмотрим ситуацию, когда  $\sigma \rightarrow \infty$ . В этом случае, нельзя утверждать, что вероятности  $\{p_k, k = 0, M\}$  задают стационарное распределение вероятностей, так как формулы получены в предположении, что  $t_{cp}$  и  $\sigma$  конечны. Однако, исходя из них, можно получить выражения для некоторых показателей производительности СМО в условиях, когда  $\sigma \rightarrow \infty$ . Далее, предельные значения (при  $\sigma \rightarrow \infty$ ) исследуемых величин обозначены «\*».

Выражение для  $\beta_0$  в (5) приводится к виду:

$$\beta_0 = \left(\frac{1}{1 + \rho\sigma^2}\right)^{\frac{1}{\sigma^2}}, \quad (6)$$

где  $\rho = \lambda / \mu = \lambda t_{cp}$ .

Переходя в (6) к пределу при  $\sigma \rightarrow \infty$ , с учетом (5) получим:

$$\beta_k^* = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \beta_k = 0, k \geq 1. \quad (7)$$

Исходя из (3) при  $\sigma \rightarrow \infty$ :

$$\tilde{q}_i^* = \lambda, \tilde{q}_i^* = 0, i = \overline{2, m}. \quad (8)$$

Таким образом предельные значения для вероятностей:

$$p_0^* = \frac{1}{1 + \rho}, \quad (9)$$

$$p_k^* = 0, k = \overline{1, m}, \quad (10)$$

$$p_M^* = \frac{\rho}{1 + \rho}. \quad (11)$$

Проанализировав (9) – (11) можно сделать вывод, что при  $\sigma \rightarrow \infty$  СМО  $M/\Gamma/1/m$  функционирует как система с двумя состояниями: состоянием (0), отвечающим ситуации, когда система  $M/M/1/0$  полностью свободна, и состоянием (M), соответствующим случаю, когда система занята обслуживанием и в ней находится M заявок.

Используя полученные формулы, можно получить предельные выражения для ряда других показателей производительности СМО.

Из (9) – (11) для среднего числа заявок в системе  $N^*$ :

$$N^* = M p_M^* = \frac{M\rho}{1 + \rho}. \quad (12)$$

Для средней длины очереди  $Q^*$ :

$$Q^* = m \rho p_M^* = \frac{m\rho}{1 + \rho}. \quad (13)$$

Для интенсивности обслуженного потока – интенсивности выхода  $\lambda_D^*$  из (4) и (9):

$$\lambda_D^* = \frac{\lambda}{1 + \rho}. \quad (14)$$

Вероятности потерь  $\pi^*$  определяется как:

$$\pi^* = p_M^* = \frac{\rho}{1 + \rho}. \quad (15)$$

Приняв во внимание формулы Литтла ( $\lambda(1 - \pi)w = Q$ ,  $\lambda(1 - \pi)v = N$ ), которые описывают связь средней длины очереди  $Q$  со средним временем ожидания  $w$  и среднее число заявок в системе  $N$  со средним временем пребывания заявки в системе  $v$ , для предельных значений  $w^*$  и  $v^*$  можно получить:

$$w^* = \frac{m}{\mu}, \quad (16)$$

$$v^* = \frac{M}{\mu}. \quad (17)$$

Основываясь на формулах (9) – (13), получим выражения для значений среднеквадратичных отклонений длины очереди  $\sigma_Q^*$  и числа заявок в системе  $\sigma_N^*$ :

$$\sigma_Q^* = \frac{m\sqrt{\rho}}{1 + \rho}, \quad (18)$$

$$\sigma_N^* = \frac{M\sqrt{\rho}}{1 + \rho}. \quad (19)$$

Для получения выражения предельных значений показателей производительности, примем  $\rho = 1$ :

$$p_0^* = p_M^* = \pi^* = \frac{1}{2},$$

$$Q^* = \frac{m}{2}, N^* = \frac{M}{2}, \lambda_D^* = \frac{\lambda}{2}, \quad (20)$$

$$\sigma_Q^* = \frac{m}{2}, \sigma_N^* = \frac{M}{2}.$$

Если на вход рассмотренной системы поступает Марковский поток, который характеризуется матрицами  $\Lambda$  и  $N$  порядка  $l$ . Элемент  $\Lambda_{ij}$  матрицы  $\Lambda$  есть интенсивность перехода процесса генерации заявки с фазы  $i$  на фазу  $j$  без поступления новой заявки, а элемент  $N_{ij}$  матрицы  $N$  есть также интенсивность перехода процесса генерации заявки с фазы  $i$  на фазу  $j$ , но с поступлением новой заявки. Предполагается, что матрица  $N$  отлична от нулевой матрицы, а матрица  $\hat{\Lambda} = \Lambda + N$  неразложима.

Можно обозначить стационарную вероятность того, что в произвольный момент времени в системе нет заявок, а процесс генерации заявок находится на фазе  $i$  как  $p_{i0}$ , в таком случае  $p_{ik}$  будет представлять стационарную вероятность того, что в произвольный момент времени в системе находится  $k$  заявок, а генерируемая заявка проходит фазу  $i$ . Введем векторы  $P_k = (p_{1k}, p_{2k}, \dots, p_{lk})^T, k = 0, M$ . Для вычисления стационарного распределения вероятностей  $\{P_k, k = 0, M\}$  состояний системы  $MAP/\Gamma/1/m$  можно использовать алгоритм, изложенный [4].

Для СМО  $MAP/\Gamma/1/m$  плотность распределения времени обслуживания определяется формулой (1). Прежде всего можно отметить, что выражения для предельных значений экспоненциальных моментов  $\beta_n^*$

не зависят от параметра  $\lambda$ . Поэтому для вычисления предельных (при  $\sigma \rightarrow \infty$ ) значений вероятностей состояний системы МАР/Г/1/м можно использовать (6) и (7) для вычисления предельных значений  $\beta_0^*(a)$  и  $\beta_0^*(\tilde{a})$ :

$$\beta_0^*(a) = \beta_0^* = 1, \beta_0^*(a) = \beta_k^* = 0, k \geq 1;$$

$$\beta_0^*(\tilde{a}) = \beta_0^* = 1, \beta_0^*(\tilde{a}) = \beta_k^* = 0, k \geq 1. \tag{21}$$

Используя полученные ранее результаты, можно показать, что:

$$C = \frac{1}{1+\rho},$$

и, следовательно,

$$P_0^* = \pi \frac{1}{1+\rho}, \tag{22}$$

$$P_K^* \pi \frac{\rho}{1+\rho}. \tag{23}$$

Вероятности  $p_0^* = P_0^{*T}1$  и  $p_M^* = P_M^{*T}1$  определяются формулами:

$$p_0^* = \frac{1}{1+\rho}, \tag{24}$$

$$p_M^* = \frac{\rho}{1+\rho}, \tag{25}$$

т.е.  $p_0^*$  и  $p_M^*$  совпадают с аналогичными вероятностями для СМО МАР/Г/1/м.

Вероятность потери  $\pi$  для СМО МАР/Г/1/м определяется формулой [4]:

$$\pi = \frac{1}{\lambda} P_K^T \tilde{\lambda}. \tag{26}$$

Предельное значение вероятности потерь  $\pi^*$  для СМО МАР/Г/1/г вычисляется по той же формуле, что и для М/Г/1/м:

$$\pi^* = p_M^* = \frac{\rho}{1+\rho}. \tag{27}$$

### 3. Численный анализ результатов

Далее приводятся результаты, полученные для СМО М/Г/1/м, иллюстрирующие сходимость по-

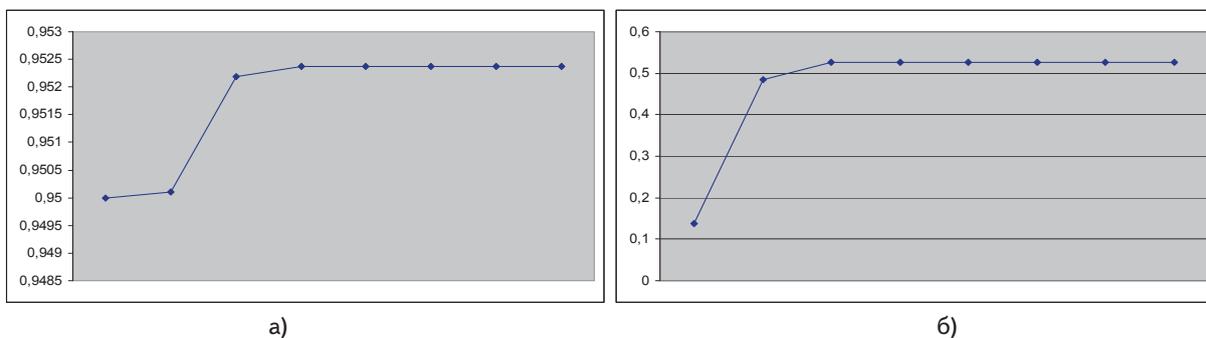


Рис. 1. Вероятность простоя системы  $p_0$

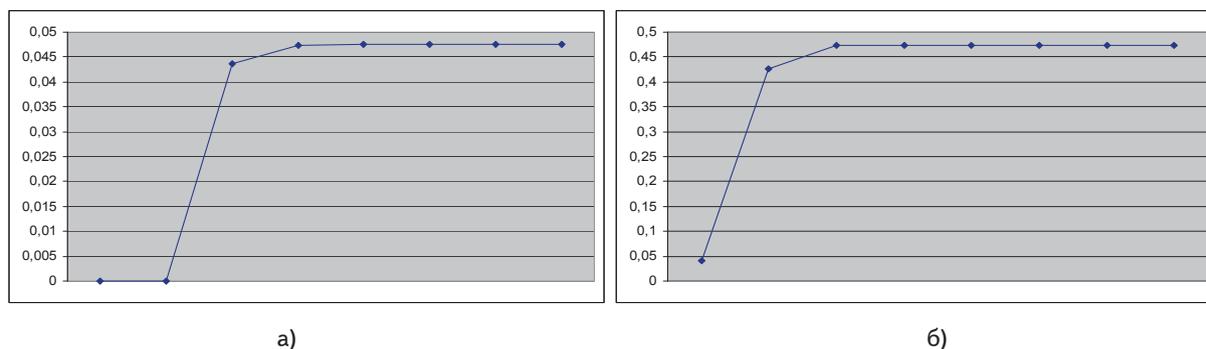


Рис. 2. Вероятность потери заявки  $\pi$

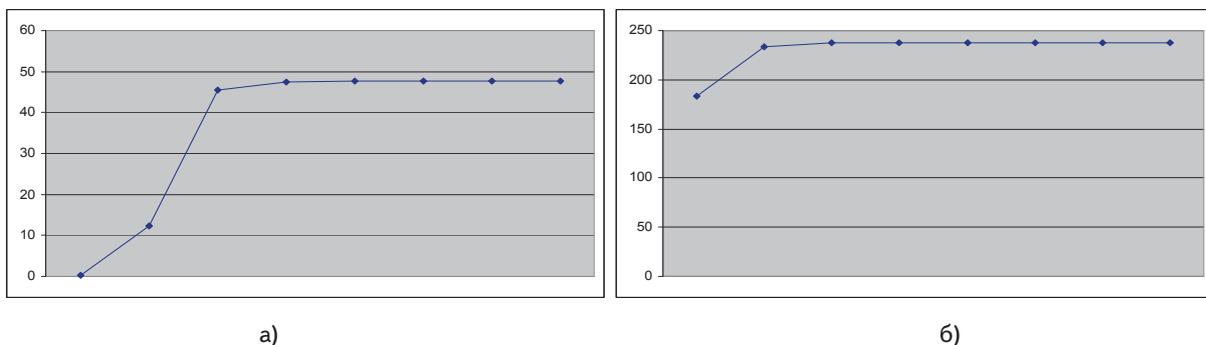
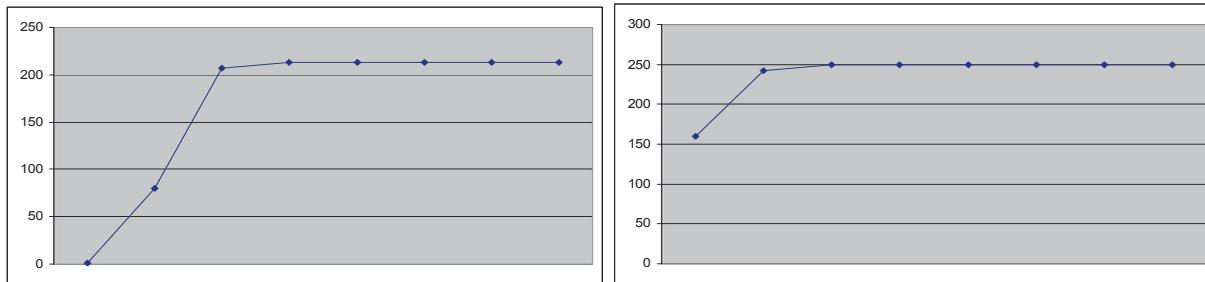


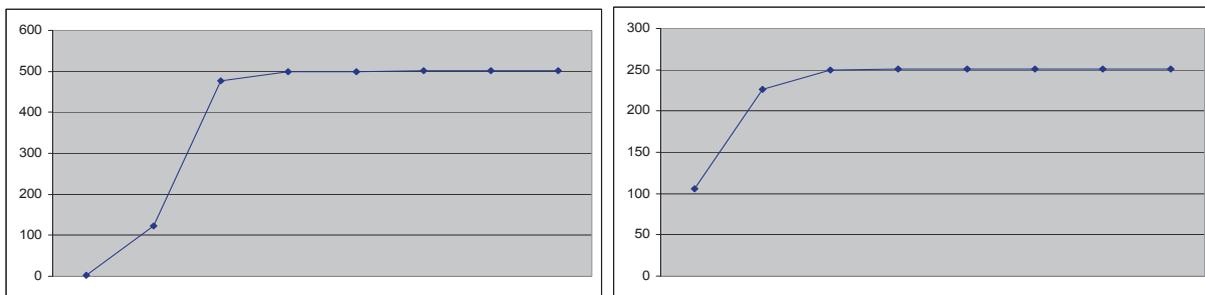
Рис. 3. Среднее число заявок в системе  $N$

казателей производительности системы при  $\sigma \rightarrow \infty$  к их предельным значениям. На рис. 1 – 5 (в логарифмическом масштабе) приведены зависимости различных сетевых параметров от среднеквадратического отклонения времени обслуживания. Рис. 1 – 5 а) – иллюстрируют значения сетевых параметров при  $\lambda=0,1$ ,  $\mu=2$  и  $m=1000$  для малых ( $\rho=0,05$ ), а рис. 1 – 5 б) – при  $\lambda=1,8$ ,  $\mu=2$  и  $m=500$  для больших ( $\rho=0,9$ ) нагрузок.

ными ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) значениями. Это также подтверждается расчетами, выполненными по формулам для (теоретических) предельных значений данных показателей. Следует заметить, что приведенные показатели производительности отражают поведение СМО в условиях малой загрузки ( $\rho=0,05$ ). Однако, как следует из графиков, при больших значениях СКО ( $\sigma \geq 1000$ ) вероятность потери заявки достаточно велика ( $\pi > 0,04$ ), что при значении емкости



а) б)  
Рис. 4. Среднеквадратическое отклонение числа заявок в системе  $\sigma_n$



а) б)  
Рис. 5. Среднее время пребывания заявки в системе  $v$

#### 4. Выводы

В статье проведен анализ подходов к аналитическому описанию процессов очередей телекоммуникационного узла. Основное внимание при этом уделялось случаю, когда длительности обслуживания имеют распределение с так называемыми «тяжелыми хвостами». Был затронут ряд фундаментальных свойств и характеристик таких распределений, а так же показано, что, несмотря на то, что гамма-распределение не является классическим примером распределения с «тяжелым хвостом», в случаях когда СКО времени обслуживания заявки в узле  $\sigma \rightarrow \infty$ , гамма-распределение приобретает свойства таких распределений. Используя известный математический аппарат для гамма-распределения, были получены формулы для нахождения значений важнейших показателей производительности сети для различных СМО. Кроме прочего, отдельно были затронуты ситуации с варьированием параметров загрузки и времени обслуживания заявки. В заключительном параграфе статьи был проведен численный анализ полученных результатов. На рис. 1 – 5 а) показано, что значения показателей производительности при  $\sigma = 10^5$  и  $\sigma = 10^6$  (два последних отсчета) для заданной точности вычислений совпадают, т.е. эти значения фактически можно считать предель-

накопителя  $m = 1000$  порождает вопросы к достоверности. Также значительны среднее число заявок в системе, равное примерно 47 (с учетом среднеквадратичного отклонения число заявок в системе может быть более 260), и среднее время пребывания заявки в системе, которое при столь малой загрузке системы превышает 500 единиц времени.

Тем не менее, эти факты не кажутся неправдоподобными, если принять во внимание, что СМО рассматривается в условиях большого СКО времени обслуживания, что при фиксированном среднем времени обслуживания эквивалентно большой его дисперсии.

По результатам второго моделирования, СМО исследуется в условиях большой загрузки ( $\rho=0,9$ ). Так же как и для малой загрузки, при  $\sigma \geq 10^5$  значения показателей производительности, приведенные в двух предпоследних отсчетах, можно считать (при заданной точности вычислений) совпадающими с их предельными значениями, что также подтверждается расчетами для (теоретических) предельных значений этих показателей, которые представлены последним отсчетом на графиках. Для большой загрузки также наблюдается эффект значительного увеличения вероятности потерь с ростом СКО  $\sigma$ , что опять же объясняется большой дисперсией времени обслуживания.

## Литература

1. Башарин Г.П. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета / Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, Я.А. Коган – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 336 с.
2. Шелухин О.И. Фрактальные процессы в телекоммуникациях : учеб, пособие / О.И. Шелухин, А.М. Тенякшев, А.В. Осин ; Под ред. Шелухина О.И. М.: Радиотехника, 2003. – 479с.
3. Абрамовиц, М. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами : пер. с англ. - М.: Наука, 1979. – 835с.
4. Бочаров П.П. Теория массового обслуживания : учеб, пособие / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529с.

*У статті розглянуто проблему спаму в соціальних мережах, класифікація легітимних і нелегітимних користувачів*

*Ключові слова: соціальні мережі, класифікація, спам, алгоритм*

*В статье рассмотрена проблема спама в социальных сетях, классификация легитимных и нелегитимных пользователей*

*Ключевые слова: социальные сети, классификация, спам, алгоритм*

*The problem of spam in social networks, legitimate and non-legitimate users' classification is considered in this article*

*Key words: social networks, classification, spam, algorithm*

УДК 001.891:65.011.56

## ПОДХОД К КЛАССИФИКАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

**А.А. Куликова**

Кафедра искусственного интеллекта  
Харьковский национальный университет  
радиоэлектроники  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166  
Контактный тел.: (057) 337-27-53, 093-776-41-20  
E-mail: ganna.kulikova@gmail.com

### 1. Введение

Социальные сети, привлекающие сегодня к себе всеобщее внимание пользователей Интернета, сформировались за очень короткий промежуток времени. Они объединяют в себе блоги (сетевые дневники), сети медиа-ресурсов, сети персональной информации (MySpace, LinkedIn, Facebook, Вконтакте), системы закладок (del.icio.us), wiki-энциклопедии и другие. Данные Web-сайты представляют собой автоматизированную социальную среду для обеспечения коммуникации как отдельных, так и групп пользователей, объединенных общими интересами. Количество пользователей в этих сетях увеличивается с беспрецедентной скоростью, вызывая интерес у представителей науки, бизнеса и IT-индустрии [1]. Такие Web-сайты фактически представляют собой большое хранилище общедоступной информации, в первую очередь, персонального характера.

Однако в то же время развитие Internet, технологий проектирования социальных сетей привело к тому, что одной из основных проблем пользователей стал избыток информации, в том числе и незапрошенной, – спама.

Спам представляет собой масштабную рассылку коммерческой, политической и иной рекламы (информации) или иного вида сообщений лицам, не выражавшим желания их получать. Значительная часть атак основана на методах социальной инженерии (привлечение пользователей недобросовестной рекламой и т.д.), другая – на использовании уязвимостей в механизмах работы социальных сетей. Существует достаточно много видов спама, распространяемого в социальных сетях, но, прежде всего, стоит отметить рекламу, некоторые виды мошенничества, фишинг, распространение вредоносного программного обеспечения.

Технологии рассылки спама в социальных сетях совершенствуются: спаммеры отмечают пользователей социальной сети на фотографиях, видеозаписях, добавляют в друзья, приглашают в группы и так далее, в целом используют все возможности социальной сети в корыстных целях.

Борьба со спаммерами в социальных сетях важна для улучшения сервисов, предоставляемых социальной сетью для участников, уменьшения количества нежелательного и опасного контента, а так же для развития самих социальных сетей.