УДК 681.513.5

ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ ЛІНІЙНИМИ СТОХАСТИЧНИМИ СИСТЕМАМИ З АДИТИТВНИМИ ТА МУЛЬТИПЛІКАТИВНИМИ ЗБУРЕННЯМИ

О.П. Лобок
Кандидат фізико-математичних наук, доцент*
Контактний тел.: (044) 512-53-39
E-mail: apl_apl@mail.ru

М.В. Іващенко
Асистент*
*Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій
Національний університет харчових технологій
вул. Володимирська, 68, м. Київ, Україна, 01033
Контактний тел.: (044) 524-75-26, 098-824-25-13
E-mail: shesu@ukr.net

В даній роботі розглядається задача синтезу за модифікованим квадратичним критерієм оптимального матричного керування стохастичними об'єктами. Керування шукається у вигляді зворотного зв'язку від спостережуваних параметрів

Ключові слова: оптимальне керування, стохастичне рівняння Іто

В данной работе рассматривается задача синтеза в соответствии с модифицированным квадратичным критерием оптимального матричного управления стохастическими объектами. Управление ищется в виде обратной связи от наблюдаемых параметров

Ключевые слова: оптимальное управление, стохастическое уравнение Ито

The task of synthesis is examined in accordance with the modified quadratic criterion of optimum matrix control stochastic objects. The control is searched as a feed-back of the observed parameters

Keywords: optimum control, stochastic Ito equation

1. Вступ

На сучасному етапі в теорії управління виникає необхідність у розробці таких систем, які б забезпечували не лише підтримання параметрів об'єкта управління в заданих діапазонах, але і дозволяли здійснювати ефективне управління з урахуванням таких невизначених факторів, як зовнішні та внутрішні випадкові збурення, що діють на об'єкт. Існує велика кількість розробок, пов'язаних з управлінням складними технологічними об'єктами, які працюють в умовах активної дії адитивних випадкових збурень.

Однак задача знаходження оптимального управління для систем із мультиплікативними випадковими перешкодами не є тривіальною.

Пропонується розв'язати поставлену задачу за експоненціально-квадратичним критерієм якості, який є узагальненням класичного інтегрально-квадратичного критерію і зводиться до нього. Можна показати, що експоненціально-квадратичний критерій якості мінімізує не лише класичний інтегрально-квадратичний критерій, але і його дисперсію.

2. Постановка задачі

Розглянемо об'єкт управління, який знаходиться під дією зовнішніх і внутрішніх випадкових процесів і описується наступною системою стохастичних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} dx(t)=\left(A(t)dt+\sum_{i=1}^{k}\Theta_i(t)dw_i(t)\right)x(t)+ \\ +\left(B(t)dt+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i(t)dw_i(t)\right)u(t)+\sum_{i=1}^{k}h_i(t)dw_i(t), \\ t_0<t\le T, \quad x(t_0)=x_0, \end{cases} \qquad (1)$$

де $x(t)$ – n -вимірний вектор стану, $u(t)$ – m - вимірний вектор управління, $A(t)$, $\Theta_i(t)$, $B(t)$, $\Psi_i(t)$

– задані матриці розмірностей $n\times n$ і $n\times m$ відповідно, $h_i(t)$ – відомий вектор розмірності n, $w_i(t)$ – скалярні випадкові вінерівські процеси, що описують зовнішні (адитивні) і внутрішні (мультиплікативні) збурення, які діють на об'єкт управління. Відносно цих збурень ставляться припущення, що математичне сподівання $M(w_i(t))=0$, коваріація $M(w_i(t)w_j(\tau))=g_{ij}(t)\delta(t-\tau)$, $i,j=1,2,...,k$, де $\delta(t-\tau)$ – δ-функція Дірака, а функції $g_{ij}(t)$ утворюють симетричну позитивно визначену матрицю $G(t)=\{g_{ij}(t)\}_{i,j=1}^{k}$. Початковий стан системи x_0 – гаусівський випадковий n-вимірний вектор, причому $M(x_0)=m_0$, $M(x_0x_0^T)=Q_0$, де m_0 – заданий n-вимірний вектор математичних сподівань, Q_0 – відома симетрична позитивно визначена коваріаційна матриця розмірності $k\times k$ вектора x_0, "T" – операція транспонування.

Відмітимо, що розв'язок системи стохастичних рівнянь тут розуміється в смислі Іто [1].

Розглянемо критерій функціонування системи (1) у вигляді

$$J(u)=M\left\{\int_{t_0}^{T}\left(x^T(t)P(t)x(t)+u^T(t)D(t)u(t)\right)dt+x^T(T)Qx(T)\right\},\quad (2)$$

де $P(t),D(t),Q$ – задані симетричні позитивно визначені вагові матриці відповідних розмірностей.

Задача полягає в тому, щоб знайти оптимальне управління $u(t)$, яке мінімізує функціонал (2) на розв'язках системи (1).

3. Результати

Для розв'язання цієї задачі використовуємо метод динамічного програмування, відповідно до якого введемо в розгляд функцію Беллмана виду

$$V(x,t)=\min_{u(\tau),\,t\le\tau\le T}\left\{M_w\left[\int_{t}^{T}\left(x^T(\tau)P(\tau)x(\tau)+u^T(\tau)D(\tau)u(\tau)\right)d\tau+x^T(T)Qx(T)\right]\Bigg|_{x(t)=x}\right\}\quad (3)$$

Можна показати [3], що ця функція задовольняє наступному функціональному рівнянню Беллмана

$$\min_u\left\{L_uV(x,t)+x^TP(t)x+u^T(t)D(t)u(t)\right\}=0\,,\quad (4)$$

з початковою умовою $V(x,T)=x^TQx$, де L_u – «породжуючий» диференційний оператор марківського процесу $x(t)$, який є розв'язком рівняння (1) і станом об'єкта управління. Оператор L_u має вигляд [3,5]

$$\begin{aligned}L_u&=\frac{\partial}{\partial t}+\left(A(t)x+B(t)u(t),\Delta_x\right)+\\&+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t),\Delta_x\right)^2,\end{aligned}\quad (5)$$

де $\Delta_x=\frac{\partial}{\partial x}=\left[\frac{\partial}{\partial x_1},\frac{\partial}{\partial x_2},...,\frac{\partial}{\partial x_n}\right]^T$ – оператор-градієнт, $(\bullet,\bullet)$ – позначення скалярного добутку векторів.

Шукане оптимальне управління $u(t)$ задовольняє рівнянню Беллмана (4). Перетворимо дане рівняння. Для цього для зручності введемо позначення

$$\alpha_i(t)=\Theta_i(t)x(t)+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\,,$$

і виконаємо допоміжні перетворення

$$\begin{aligned}\left(\alpha_i(t),\Delta_x\right)^2&=\alpha_i^T(t)\Delta_x\alpha_i^T(t)\Delta_x=\\&=\alpha_i^T(t)\Delta_x\Delta_x^T\alpha_i(t)=tr\left[\alpha_i(t)\alpha_i^T(t)\Delta_x\Delta_x^T\right],\end{aligned}\quad (6)$$

$$\Delta_xV(x,t)=\frac{\partial}{\partial x}V(x,t)\equiv V_x(x,t)\,,\quad (7)$$

$$\Delta_x\Delta_x^TV(x,t)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\right]^T=$$

$$=\begin{pmatrix}\frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_1\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_1\partial x_n}\\ \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_2\partial x_n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_n\partial x_1} & \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_n\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_n^2}\end{pmatrix}\equiv V_{xx}(x,t).\quad (8)$$

Далі, використовуючи співвідношення (6) і (8) знайдемо

$$\begin{aligned}\left(\alpha_i(t),\Delta_x\right)^2V(x,t)&=tr\left[\alpha_i(t)\alpha_i^T(t)\Delta_x\Delta_x^TV(x,t)\right]=tr\left[\alpha_i(t)\alpha_i^T(t)V_{xx}(x,t)\right]=\\&=tr\left[\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right)\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right)^TV_{xx}(x,t)\right]=\\&=\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right)^TV_{xx}(x,t)\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right).\end{aligned}\quad (9)$$

Якщо позначити

$$\begin{aligned}F(V,u,x,t)&=\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}+\left(Ax+Bu(t),V_x(x,t)\right)+\\&+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right)^TV_{xx}(x,t)\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right)+\\&+x^TP(t)x+u^TD(t)u(t),\end{aligned}\quad (10)$$

то враховуючи співвідношення (7) і (9), рівняння Беллмана (4) можна представити у вигляді

$$\min_u\left\{F(V,u,x,t)\right\}=0\,.\quad (11)$$

Використовуючи далі необхідну умову екстремуму для функції $F(V,u,x,t)$, отримаємо

$\frac{\partial F(V,u,x,t)}{\partial u}=0$ або

$$B^T(t)V_x(x,t)+$$

$$+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(t)V_{xx}(x,t)\left(\Theta_i(t)x+\Psi_i(t)u(t)+h_i(t)\right)+,$$

звідки знаходимо

$$u(t) = -\left[2D(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T(t) V_{xx}(x,t) \Psi_i(t)\right]^{-1} \times \times \left(B^T(t) V_x(x,t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T(t) V_{xx}(x,t)\left(\Theta_i(t)x + h_i(t)\right)\right). \quad (12)$$

Зауваження. Враховуючи позитивну визначеність матриці $D(t)$, неважко показати, що управління (12) мінімізує функцію $F(V,u,x,t)$ по змінній u.

Таким чином, шукане оптимальне управління, яке мінімізує критерій якості (2) для стохастичної системи (1), визначається співвідношеннмя (12). Однак у виразі (12) присутня функція Беллмана $V(x,t)$, яка ще не визначена і яку необхідно знайти як розв'язок однойменного рівняння (11), (10).

Враховуючи, що управління (12) мінімізує функцію $F(V,u,x,t)$, підставимо її в рівняння (11). Тоді рівняння Беллмана буде представлено у вигляді

$$F(V,x,t) = 0, \quad (13)$$

ліва частина $F(V,x,t)$ якого задається формулою (10), в якій функція $u(t)$ визначається співвідношенням (12).

Розв'язок рівняння Беллмана (13), (10) будемо шукати у вигулі квадратичної форми виду

$$V(x,t) = x^T R(t) x + x^T r(t) + k(t), \quad (14)$$

де $R(t), r(t), k(t)$ – відповідно матрична, векторна і скалярна функція, які потребують визначення, причому $R(t) = R^T(t)$ – симетрична матриця.

Враховуючи, що

$$V_x(x,t) = \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = 2R(t)x + r(t),$$
$$V_{xx}(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\right]^T = 2R(t), \quad (15)$$

Оптимальне управління (12) можна представити (перетворити до виду) у вигляді лінійного зворотного зв'язку від стану $x(t)$ системи (1)

$$u(t) = S(t)x(t) + c(t), \quad (16)$$

де матриця зворотного зв'язку $S(t)$ і адитивний вектор $c(t)$ визначаються за наступними формулами

$$S(t) = -\left[D(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T(t) R(t) \Psi_i(t)\right]^{-1} \times \times \left(B^T(t) R(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T(t) R(t) \Theta_i(t)\right), \quad (17)$$

$$c(t) = -\left[D(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T(t) R(t) \Psi_i(t)\right]^{-1} \times \times \left(\frac{1}{2} B^T(t) r(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T(t) R(t) h_i(t)\right). \quad (18)$$

Для визначення $R(t), r(t)$ і $k(t)$ підставимо в рівняння Беллмана (13) функцію (14). Тоді, враховуючи співвідношення (15),(16), рівняння Беллмана прийме вигляд

$$\begin{aligned} & x^T \frac{dR(t)}{dt} x + x^T \frac{dr(t)}{dt} + \frac{dk(t)}{dt} + 2x^T\left(A^T + S^T B^T\right) Rx + \\ & + x^T \left(A^T + S^T B^T\right) r + 2c^T B^T R x + c^T B^T r + \\ & + x^T \sum_{i=1}^{k} \left(\Theta_i + \Psi_i S\right)^T R \left(\Theta_i + \Psi_i S\right) x + \\ & + x^T \sum_{i=1}^{k} \left(\Theta_i + \Psi_i S\right)^T R \left(\Psi_i c + h_i\right) + \\ & + \sum_{i=1}^{k} \left(\Psi_i c + h_i\right)^T R \left(\Psi_i S + \Theta_i\right) x + \\ & + \sum_{i=1}^{k} \left(\Psi_i c + h_i\right)^T R \left(\Psi_i c + h_i\right) + x^T P x + x^T S^T D S x + \\ & + x^T S^T D c + c^T D S x + c^T D c = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Враховуючи, що останнє рівняння повинне виконуватися при довільних векторах x, з (19) отримаємо наступні три диференціальні рівняння

$$\begin{aligned} & \frac{dR}{dt} + \left(A^T + S^T B^T\right) R + R\left(A + BS\right) + \\ & + \sum_{i=1}^{k} \left(\Theta_i + \Psi_i S\right)^T R \left(\Theta_i + \Psi_i S\right) + \\ & + S^T D S + P = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{dr}{dt} + \left(A^T + S^T B^T\right) r + 2RBc + \\ & + 2\sum_{i=1}^{k} \left(\Theta_i + \Psi_i S\right)^T R \left(\Psi_i c + h_i\right) + 2S^T D c = 0 \end{aligned}, \quad (21)$$

$$\frac{dk}{dt} + c^T B^T r + \sum_{i=1}^{k} \left(\Psi_i c + h_i\right)^T R \left(\Psi_i c + h_i\right) + c^T D c = 0. \quad (22)$$

Підставляючи в рівняння (20) вираз (формулу) (17), отримаємо остаточне рівняння, якому повинна задовольняти матриця $R(t)$

$$\begin{aligned} & \frac{dR(t)}{dt} + A^T(t) R(t) + R(t) A(t) + \\ & + P(t) + \sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T(t) R(t) \Theta_i(t) - \\ & - \left(R(t)B(t) + \sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T R(t) \Psi_i\right)\left(D(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R(t) \Psi_i\right)^{-1} \times \\ & \times \left(B^T(t) R(t) + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R(t) \Theta_i\right) = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Аналогічно, підставляючи в рівняння (21) співвідношення (17) і (18), приходимо до остаточного рівняння для вектора $r(t)$

$$\frac{dr(t)}{dt}+\left(A^T(t)-\left(R(t)B(t)+\sum_{i=1}^{k}\Theta_i^T R(t)\Psi_i\right)\left(D(t)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)\Psi_i\right)^{-1}B^T(t)\right)r(t)-$$
$$-2\left(R(t)B(t)+\sum_{i=1}^{k}\Theta_i^T R(t)\Psi_i\right)\left(D(t)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)\Psi_i\right)^{-1}\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)h_i+ \quad (24)$$
$$+2\sum^{k}\Theta_i^T R(t)h_i=0.$$

Нарешті, підставляючи формулу (18) в рівняння (22), знаходимо вираз для скалярної функції $k(t)$

$$\frac{dk(t)}{dt}-\left(\frac{1}{2}r^T(t)B(t)+\sum_{i=1}^{k}h_i^T(t)R(t)\Psi_i(t)\right)\left(D(t)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(t)R(t)\Psi_i(t)\right)^{-1}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2}B^T(t)r(t)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(t)R(t)h_i(t)\right)+\sum_{i=1}^{k}h_i^T(t)R(t)h_i(t)=0. \quad (25)$$

Початкові умови для рівнянь (23), (24), (25) можна визначити (визначимо) із співвідношення

$$V(x,T)=x^T R(T)x+x^T r(T)+k(T)=x^T Qx\,.$$

Враховуючи, що остання рівність повинна виконуватися для (при) довільних x, знаходимо $R(T)=Q$, $r(T)=0$, $k(T)=0$.

Таким чином, оптимальне управління стохастичними об'єктами з адитивними і мультиплікативними збуреннями визначається формулами (16)–(18), в яких симетрична матриця $R(t)$ задовольняє матричному диференціального рівнянню типу Ріккаті

$$\begin{cases}\dfrac{dR(t)}{dt}=-A^T(t)R(t)-R(t)A(t)-P(t)-\sum\limits_{i=1}^{k}\Theta_i^T(t)R(t)\Theta_i(t)+\\ +\left(R(t)B(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Theta_i^T R(t)\Psi_i\right)\left(D(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)\Psi_i\right)^{-1}\left(B^T(t)R(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)\Theta_i\right),\\ R(T)=Q.\end{cases}$$

а вектор $r(t)$ є розв'язком системи звичайних диференціальних рівнянь виду

$$\begin{cases}\dfrac{dr(t)}{dt}=\left(-A^T(t)+\left(R(t)B(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Theta_i^T R(t)\Psi_i\right)\left(D(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)\Psi_i\right)^{-1}B^T(t)\right)r(t)+\\ +2\left(R(t)B(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Theta_i^T R(t)\Psi_i\right)\left(D(t)+\sum\limits_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)\Psi_i\right)^{-1}\sum\limits_{i=1}^{k}\Psi_i^T R(t)h_i-2\sum\limits_{i=1}^{k}\Theta_i^T R(t)h_i,\\ r(T)=0.\end{cases}$$

Мінімальне значення критерію якості (2) при цьому дорівнює

$$J_{min}=\min_u J(u)=M_{x_0}\left\{V(x_0,t_0)\right\}=$$
$$=M_{x_0}\left\{x_0^T R(t_0)x_0\right\}+M_{x_0}\left\{x_0^T r(t_0)\right\}+k(t_0)=$$
$$=tr\left[R(t_0)Q_0\right]+m_0^T r(t_0)+k(t_0),$$

де $k(t_0)$ знаходиться за формулою

$$k(t_0)=\int_{t_0}^{T}\Bigg[\sum_{i=1}^{k}h_i^T(\tau)R(\tau)h_i(\tau)-$$
$$-\left(\frac{1}{2}r^T(\tau)B(\tau)+\sum_{i=1}^{k}h_i^T(\tau)R(\tau)\Psi_i(\tau)\right)\times$$
$$\times\left(D(\tau)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(\tau)R(\tau)\Psi_i(\tau)\right)^{-1}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2}B^T(\tau)r(\tau)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(\tau)R(\tau)h_i(\tau)\right)\Bigg]d\tau.$$

Зауваження 1. Якщо відсутні мультиплікативні перешкоди, тобто $\Theta_i(t)=0$, $\Psi_i(t)=0$, $i=1,2,\ldots,k$, то, $r(t)=0$, $c(t)=0$ і оптимальне управління (16) спрощується, приймаючи вигляд

$$u(t)=-D^{-1}(t)B^T(t)R(t)x(t)\,,$$

де $R(t)=0$ є розв'язком наступного матричного диференціального рівняння типу Ріккаті

$$\begin{cases}\dfrac{dR(t)}{dt}=-A^T(t)R(t)-R(t)A(t)+\\ +R(t)B(t)D(t)^{-1}B^T(t)R(t)-P(t),\\ R(T)=Q.\end{cases}$$

Мінімальне значення критерію (2) при цьому дорівнює

$$J_{min}=\min_u J(u)=$$
$$=tr\left[R(t_0)Q_0\right]+\sum_{i=1}^{k}\int_{t_0}^{T}h_i^T(\tau)R(\tau)h_i(\tau)d\tau\,.$$

Зауваження 2. Якщо адитивні збурення в системі (1) відсутні, тобто $h_i(t)=0$, $i=1,2,\ldots,k$, то, $r(t)=0$, $k(t)=0$, $c(t)=0$ і, отже, оптимальне управління дорівнює

$$u(t)=-\left[D(t)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(t)R(t)\Psi_i(t)\right]^{-1}\times$$
$$\times\left(B^T(t)R(t)+\sum_{i=1}^{k}\Psi_i^T(t)R(t)\Theta_i(t)\right)x(t)\,.$$

При цьому мінімальне значення критерію (2) визначається формулою

$$J_{min}=\min_u J(u)=tr\left[R(t_0)Q_0\right].$$

Зауваження 3. Якщо система (1) стаціонарна і критерій її функціонування має вигляд

$$J(u)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T-t_0}M\left\{\int_{t_0}^{T}\left(x^T(t)Px(t)+u^T(t)Du(t)\right)dt\right\},\quad (26)$$

то оптимальне управління такою системою визначається співвідношеннями (16), (17), (18) в яких матриця R, що формує зворотній зв'язок (16), задовольняє матричному алгебраїчному рівнянню типу Ріккаті виду

$$A^T R + RA + P + \sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T R \Theta_i -$$

$$-\left(RB + \sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T R \Psi_i\right)\left(D + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R \Psi_i\right)^{-1} \times$$

$$\times\left(B^T R + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R \Theta_i\right) = 0,$$

а вектор r – є розв'язком системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\left(A^T - \left(RB + \sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T R \Psi_i\right)\left(D + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R \Psi_i\right)^{-1} B^T\right) r =$$

$$= 2\left(RB + \sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T R \Psi_i\right)\left(D + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R \Psi_i\right)^{-1} \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R h_i -$$

$$-2\sum_{i=1}^{k} \Theta_i^T R h_i,$$

Значення критерію (26) при цьому дорівнює

$$J_{min} = \sum_{i=1}^{k} h_i^T R h_i - \left(\frac{1}{2} r^T B + \sum_{i=1}^{k} h_i^T R \Psi_i\right) \times$$

$$\times\left(D + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R \Psi_i\right)^{-1}\left(\frac{1}{2} B^T r + \sum_{i=1}^{k} \Psi_i^T R h_i\right).$$

4. Висновки

Оптимальне управління стохастичними системами з мультиплікативними і адитивними збуреннями отримане у вигляді лінійного матричного регулятора від стану системи, параметри якого можна вирахувати до початку процесу управління об'єктом. Для реалізації конструктивного зворотного зв'язку регулятора виникає необхідність в чисельному розв'язку відповідного матричного диференціального чи алгебраїчного рівняння типу Ріккаті. Ці складні задачі числового аналізу можна розв'язати за допомогою відомих математичних пакетів, зокрема, за допомогою пакета MatLab.

Література

1. Пугачев В.С. Стохастические дифференциальные системы [Текст] / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
2. Бублик Б.Н. Основы теории управления [Текст] / Б. Н. Бублик, Н. Ф. Кириченко. – К.: Выща школа, 1975. – 328 с.
3. Хасьминский Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров [Текст] / Р. З. Хасьминский. – М.: Наука, 1969. – 368 с.
4. Дэвис М. Линейное оценивание и стохастическое управление [Текст] / М. Дэвис. – М.: Наука, 1984. – 208 с.
5. Рей У. Методы управления технологическими процессами [Текст] / У. Рей. – М.: Мир, 1983. – 368 с.