

верхні на силу різання (рис. 4). Аналогічні досліди були повторені при фрезеруванні, коли один із зубів фрези був зішліфований по задній поверхні для імітації його руйнування.

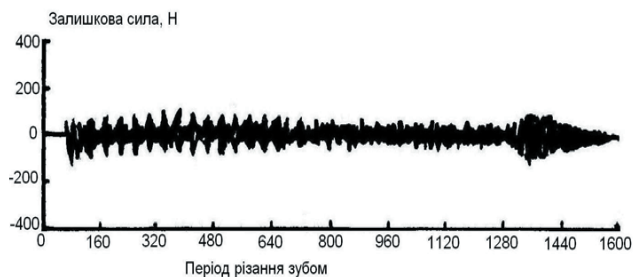


Рис. 4. Результати виміру сили різання з використанням фільтру AR(1) (різання справним інструментом)

*Представлено математичну модель і чисельний метод моделювання пружних коливань лопаток турбомашин. Наведено результати тестування чисельного метода*  
**Ключові слова:** чисельні методи в теорії пружності, динаміка лопаток турбомашин

---

*Представлены математическая модель и численный метод моделирования упругих колебаний лопаток турбомашин. Приведены результаты тестирования численного метода*  
**Ключевые слова:** численные методы в теории упругости, динамика лопаток турбомашин

---

*In the paper mathematic model and numerical method of simulation of elastic vibrations of turbomachine blades is presented. Testing results of the numerical method are demonstrated*  
**Key words:** numerical methods in elasticity theory, turbomachine blade dynamics

### 1. Введение

В современном турбиностроении часто используемым способом повышения эффективности является увеличение температуры на входе в первые ступени турбины. Причина использования высоких температур кроется в повышении давления для процесса адиабатического расширения, следовательно, в возможности создания большей удельной работы при расширении газа в турбине. Сегодня входные темпе-

### Висновки

Порівняння варіантів контролю фрез показує, що варіант з використанням фільтру дозволяє точно відрізнити руйнування ріжучого інструменту від зміни режимів різання і геометрії оброблюваної деталі.

### Література

1. Исаев А.И. Высокопроизводительное резание в машиностроении. М.: Наука, 1966 г.
2. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. М.: Машиностроение, 1979.
3. Справочник технолога-машиностроителя: В 2-х т. Т2. Под ред. Косиловой и Р.К. Мешерякова. – М: Машиностроение, 1985–496 с.

УДК 621.135:533.695.5

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

**Ю. А. Быков**

Кандидат технических наук, ведущий инженер\*  
 Контактный тел.: (057) 737-15-92  
 E-mail: bykov@ukrpost.ua

**В. И. Гнесин**

Доктор технических наук, профессор, заведующий отделом\*  
 Контактный тел.: (0572) 94-18-67  
 E-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua

\*Отдел нестационарной газодинамики и аэроупругости  
 Институт проблем машиностроения им А.Н. Подгорного  
 НАН Украины  
 ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61000

ратуры рабочего колеса газовой турбины достигли уровня, намного превосходящего температуры плавления материала турбины.

Для снижения температуры лопатки применяются различные технологии охлаждения. Значительная разница в температурах воздуха из камеры сгорания и охлаждающего воздуха из компрессора приводит к существенным температурным напряжениям в теле лопатки. Это обстоятельство бросает вызов существующим методикам оценки надежности

работы лопаточных аппаратов, в частности, определения условий возбуждения автоколебаний лопаток в различных режимах работы турбины. Таким образом, возникает проблема надежности лопаточных аппаратов с учетом повышенных тепловых нагрузок на лопатки. В частности, до последнего времени не была исследована проблема понижения уровня вибраций, в том числе по выявлению возможных автоколебаний лопаток, в условиях значительного перепада температур в лопатках, имеющих сложную структуру в связи с наличием каналов охлаждения. Проблема чересчур сложна для экспериментальных исследований, поэтому с помощью внедрения в практику проектирования современных методов и средств численного моделирования возможно существенно снизить затраты на экспериментальный поиск оптимальных материалов и режимов эффективной работы турбины.

Таким образом, актуальной проблемой на данный момент является проблема численного моделирования взаимодействия натекающего потока и колебаний лопаток с учетом значительной температурной неравномерности и сложной конструкции лопатки в первых ступенях газовых и паровых турбин.

Одной из задач, необходимых для решения данной проблемы, является моделирование упругих колебаний лопатки турбомшины. В статье рассмотрена математическая модель и численный метод решения динамических уравнений упругих колебаний лопатки. На сегодняшний день для решения задачи используются различные модели: модель тонких оболочек [1,2], модель тонкой пластины с переменной толщиной [3], модель колебаний лопатки с учетом пространственной формы лопатки [4,5]. Для рассматриваемой проблемы наиболее подходящей моделью является последняя, поскольку позволяет учитывать как конструкцию лопатки, так и неравномерность температуры и свойств материалов. Для этой модели существуют несколько способов решения, в том числе модальный подход [4,6] и метод прямого интегрирования уравнений движения. Модальный подход заключается в поиске решения в виде линейной комбинации собственных форм колебаний лопатки, коэффициенты которой зависят от времени и вычисляются на каждом временном шаге. Недостатком такого метода является необходимость повторного определения собственных форм и частот при изменении физических свойств материала лопатки, что в плане вычислительных затрат может быть менее эффективно, чем при прямом интегрировании уравнений движения. Таким образом, наиболее подходящим методом моделирования колебаний лопатки в данной проблеме является метод прямого интегрирования уравнений движения.

## 2. Математическая модель

Ставится задача по решению динамических уравнений упругих колебаний лопатки турбомшины в трех пространственных измерениях. Материал лопатки предполагается изотропным, со свойствами, не зависящими от времени. Движение точек тела лопатки описывается следующими уравнениями:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} \bar{u} + \mu \Delta \bar{u} + \rho \bar{f}, \quad (1)$$

где  $\bar{u}$  – вектор перемещения точки в теле;  $\rho$  – плотность;  $\bar{f}$  – вектор массовых сил;  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ,  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$  – коэффициенты Ламе;  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коэффициент Пуассона [7]. Уравнения (1) дополняются граничными условиями на поверхностях лопатки: в корневом сечении  $\bar{u} = 0$ ; на поверхности  $\sigma_{ij} n_j = p_i$ , где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений;  $n_j$  – вектор нормали к поверхности;  $p_i$  – вектор внешних сил. В случае взаимодействия с окружающей жидкостью вектор внешних сил определяется как  $p_i = p n_i$ , где  $p$  – давление жидкости. Также уравнения (1) дополняются начальными условиями:  $\bar{u} = \bar{u}_0(x)$ ;  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \bar{u}_1(x)$ .

## 3. Численный метод

Существует множество методов численного интегрирования уравнений (1). Среди самых распространенных применяются метод конечных разностей [8], конечных объемов [8] и конечных элементов [8,9]. Метод конечных разностей требует применения обобщенных координат, что усложняет уравнения; метод конечных объемов для получения приемлемых результатов требует применения аппроксимации высоких порядков. В то же время метод конечных элементов предоставляет достаточно эффективный алгоритм, позволяющий применять аппроксимацию различных порядков на разнообразных расчетных сетках. В данной работе применен метод конечных элементов, построенный на использовании линейных элементов на сетке из тетраэдров.

На каждом временном шаге вычисляются упругие силы в узлах расчетной сетки для каждой ячейки по формуле [9]:

$$\bar{r} = \left[ \int_{\Omega} (\{B^T\} \{D\} \{B\}) d\Omega \right] \bar{\delta} - \int_{\Omega} \{N^T\} \bar{f}^e d\Omega, \quad (2)$$

где  $\bar{r}$  – вектор, содержащий компоненты векторов сил вершин ячейки;  $\bar{\delta}$  – вектор, содержащий компоненты векторов перемещения вершин ячейки;  $\bar{f}^e$  – вектор массовых сил в ячейке;  $\{B\}$  – матрица преобразования вектора перемещений  $\bar{\delta}$  в вектор, содержащий компоненты тензора деформации  $\bar{\epsilon}$ :  $\bar{\epsilon} = \{B\} \bar{\delta}$ ;  $\{D\}$  – матрица преобразования вектора  $\bar{\epsilon}$  в вектор, содержащий компоненты тензора напряжений  $\bar{\sigma}$ :  $\bar{\sigma} = \{D\} \bar{\epsilon}$ ;  $\{N\}$  – матрица преобразования вектора  $\bar{\delta}$  в вектор перемещений внутри ячейки  $\bar{u}^e$ :  $\bar{u}^e = \{N\} \bar{\delta}$ ;  $\Omega$  – объем ячейки. Далее выполняется интегрирование уравнения движения узлов сетки:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial t^2} = \sum_j \{R_i\} \bar{r}_j, \quad (3)$$

где  $\{R_i\}$  – матрица преобразования компонент вектора  $\bar{r}$  в компоненты вектора сил  $i$ -го узла расчетной сетки;  $\bar{u}_i$  – вектор перемещения  $i$ -го узла; суммирова-

ние ведется по всем ячейкам расчетной сетки. Интегрирование уравнения (3) осуществляется с помощью метода Рунге-Кутты 3-го порядка.

**4. Тестирование численного метода**

В качестве первого объекта тестирования численного метода было выбрано балку длиной 1 м квадратного сечения 0,05x0,05 м, жестко заделанную на одном конце и свободную на другом. Объем балки был разделен на одинаковые прямоугольные шестигранные ячейки, образующие расчетную сетку размером 30x1x1, которые, в свою очередь были разделены на 5 тетраэдрических ячеек каждая. В качестве начального условия был выбран изгиб вдоль одной из координатных плоскостей, соответствующий одной из 4 первых собственных форм изгибных колебаний балки [10]. В результате получены частоты колебаний, соответствующие выбранным собственным формам. В табл. 1 представлены теоретические [10] и расчетные значения собственных частот для заданных характеристик материала балки: модуль Юнга  $E = 2,1 \cdot 10^8$  Па; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ; плотность  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**Таблица 1**

Собственные частоты изгибных колебаний балки

форма	1	2	3	4
частота, Гц (теория)	23,549	147,595	413,313	809,946
частота, Гц (расчет)	23,175	152,955	414,06	774,045

Среднее отличие представленных данных не превышает 2,4%. Также были получены частоты крутильных колебаний балки для первых 4 собственных форм. Результаты представлены в табл. 2.

**Таблица 2**

Собственные частоты крутильных колебаний балки

форма	1	2	3	4
частота, Гц (теория)	257,7	773,2	1288,7	1804,1
частота, Гц (расчет)	257,6	775,1	1288,1	1798,8

Среднее отличие представленных данных для крутильных колебаний не превышает 0,16%.

Вторым объектом было выбрано турбинную лопатку стандартной конфигурации №4 [11] с характерными размерами: хорда  $s = 0,0744$  м; высота  $h = 0,04$  м. Для этой лопатки были определены сторонним методом [6] собственные формы и собственные частоты упругих колебаний для условий защемления у корня и свободного конца лопатки. В качестве начального условия была выбрана одна из 5 собственных форм, для которой определялась соответствующая собственная частота. Расчетная сетка представляла собой H-сетку размером 6x22x1: 6 рядов равномерно по высоте, 22 ряда вдоль хорды, 1 ряд по толщине. Ячейки сетки были разделены затем на 5 тетраэдрических ячеек каждая. В табл. 3 представлены исходные и расчетные значения собственных частот для заданных характеристик материала лопатки: модуль Юнга  $E = 2,1 \cdot 10^8$  Па; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ; плотность  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**Таблица 3**

Собственные частоты колебаний лопатки

форма	1	2	3	4	5
частота, Гц [6]	5106,0	7110,1	13943,5	15862,0	18630,3
частота, Гц (расчет)	5187,4	7195,4	13470,5	16147,9	18323,3

Среднее относительное отличие представленных данных для колебаний лопатки в табл. 3 не превышает 2%.

**5. Заключение**

Представленные результаты численного моделирования упругих колебаний различных тел сложной формы демонстрируют достаточную эффективность и точность выбранного численного метода конечных элементов. Данный метод позволяет моделировать движение весьма сложных тел, таких как турбинные лопатки. Дальнейшее развитие метода для решения задач термоупругости позволяет его использование для решения проблемы аэротермоупругости турбомашин.

**Литература**

1. Мирошниченко С.Т. К расчету центробежных насосов в ядерной энергетике / С.Т.Мирошниченко, В.А. Пухлий // Сб. науч. тр. СНУЯЕтаП. – 2009. – №3. – С.31-40.
2. Гринберг С.М. К расчету частот колебаний лопаток компрессора методами теории оболочек.// Прочность и динамика авиационных двигателей. Вып. 5. – М.: Машиностроение, 1969. – С. 242-255.
3. Bendiksen O.O. Nonlinear Blade Vibration and Flutter in Transonic Rotors / Proc. of ISROMAC-7. – 1998. – P. 664-673.
4. Moyrout F. Aeroelasticity in Turbomachines: Some Aspects of the Effect of Coupling Modeling and Blade Material Changes / F.Moyroud, G.Jacquet-Richardet, T.H. Fransson // Intern. J. of Rotating Machinery. – 2000. – Vol.6, №4. – P. 265-273.
5. Гнесин В.И. Численный анализ влияния соотношения чисел лопаток статора и ротора на нестационарные нагрузки и режимы колебаний лопаток / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная // Вестник НТУ «ХПИ»: Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. – 2009. – № 3. – С. 23-32.
6. Воробьев Ю.С. Проблемы численного анализа динамики элементов современных конструкций / Ю.С.Воробьев, М.В. Чернобрыво, М.А.Чугай, В.Н. Романенко // Вестник СевНТУ. Вып. 110. – 2010. – С.20-25.

7. Аменадзе Ю.А. Теория упругости. – М.: Высш. школа, 1976. – 272 с.
8. Победра Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Изд-во МГУ, 1995. – 366 с.
9. Колтунов М.А. Прикладная механика деформируемого твердого тела / М.А. Колтунов, А.С.Кравчук, В.П. Майборода – М.: Высш. школа, 1983. – 349 с.
10. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.:Наука – 1968. – 560 с.
11. Bolcs A. Aeroelasticity in Turbomachines. Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results / A.Bolcs, T.H. Fransson // Communication du Laboratoire de Thermique Appliquée et de Turbomachines, Lausanne, EPFL. – 1986. – №13. – 230 p.

УДК 620.178.5

## ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ МЕХАНИЗМОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЯ ВИБРАЦИИ

**В.М. Кравченко**

Доктор технических наук, профессор\*  
Контактный тел.: (0629) 44-65-29

**В.А. Сидоров**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра механического оборудования заводов черной металлургии  
Донецкий национальный технический университет  
ул. Артема, 58, г. Донецк, Украина, 83001  
Контактный тел.: 050-273-87-79  
E-mail: sidorov\_va@ukr.net

**В.В. Буцукин**

Кандидат технических наук, доцент\*  
\*Кафедра механического оборудования заводов черной металлургии  
Приазовский государственный технический университет  
ул. Университетская, 7, г. Мариуполь, Украина, 87500  
Контактный тел.: (0629) 44-65-29  
E-mail: butsukin@mail.ru

*На підставі аналізу результатів вимірювання вібрації групи димососів визначені межі класів технічного стану їхніх механізмів*

*Ключові слова: механізм, технічний стан, вібрація*

*На основании анализа результатов измерения вибрации группы дымососов определены границы классов технического состояния их механизмов*

*Ключевые слова: механизм, техническое состояние, вибрация*

*On the basis of vibration analysis for group of the smoke exhausters ascertain the bound for the classes of the technical state for it mechanisms*

*Key words: mechanism, state, vibration*

### 1. Введение

Материал, изложенный в статье, относится к области технической диагностики механического оборудования на основе анализа показателей его вибрации. Данное направление в технической диагностике весьма актуально в настоящее время, характеризующееся всё более широким применением автоматизированных систем, контролируемых технических и технологические параметры работы оборудования.

### 2. Проблема и ее связь с научными и практическими задачами

Основная задача технической диагностики – распознавание технических состояний объектов, в условиях ограниченного объема информации [1]. Понятие техническое состояние (ТС) включает совокупность признаков (параметров), характеризующих изменение свойств объекта в процессе эксплуатации. Теория диагностики предполагает, что объект может иметь множество состояний [2]. Однако практиче-