

**Здійснено аналіз діяння нестабільності значень параметрів триступеневого вільного гіроскопа на ефективність двоканальної автокомпенсації впливу зовнішніх перешкод шляхом прямого використання принципу Б.М. Петрова**

**Ключові слова:** вільний гіроскоп, направлений граф

**Проводиться аналіз впливу нестабільності значень параметрів трехступеневого свободного гироскопа на эффективность двухканальной автокомпенсации влияния внешних помех на основе прямого использования принципа Б.Н. Петрова**

**Ключевые слова:** свободный гироскоп, направленный граф

**The analysis of influence of instability of values of parameters of a three-sedate free gyroscope on efficiency of two-channel autoindemnification of influence of external hindrances on the basis of direct use of a principle of B.N.Petrov is carried out**

**Key words:** a free gyroscope, the directed count

УДК 629.7.054

# ВЛИЯНИЕ НЕСТАБИЛЬНОСТИ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ГИРОСКОПОВ ДВУХКАНАЛЬНЫХ СХЕМ НА ПОГРЕШНОСТЬ КУРСОУКАЗАНИЯ

**В. В. Каракун**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой\*

**В. Н. Мельник**

Доктор технических наук, доцент, профессор\*

\*Кафедра биотехники и инженерии

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт»

пр-т Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056

Контактный тел.: (044) 454-94-51

E-mail: karachun 1@gala.net

## 1. Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению эффективности двухканальной автокомпенсации влияния внешних помех на основе прямого использования принципа двухканальности Б.Н. Петрова. Несомненный интерес представляет анализ влияния нестабильности значений параметров гироскопов в рассматриваемых схемах со структурной избыточностью, предполагающих прохождение входного сигнала по двум каналам, на выходной сигнал [1].

Метод двухканальности обладает тем неоспоримым достоинством, что, в отличие от прочих методов автокомпенсации, уменьшает влияние мгновенных значений моментов-помех, а не в среднем за какой-то период времени [2].

## 2. Анализ состояния проблемы и постановка задачи исследований

Использование трехступеневого свободного гироскопа в качестве указателя ориентирного направления позволяет создать на подвижных объектах надежное информационное поле навигационной об-

становки [3]. Вместе с тем, внешние возмущающие факторы – кинематические и силовые, а также внутренние причины методического и инструментального характера, создают предпосылки для появления погрешностей измерений. Наиболее эффективным средством их подавления может служить метод двухканальности Б.Н. Петрова [4].

Использование двух разновращающихся гироскопов с одинаковой кинематикой подвеса и установленных на общем основании позволяет в выходном дифференциальном сигнале нивелировать влияние возмущающих факторов. Естественно, возникает вопрос об обеспечении известной степени совпадения значений параметров обоих каналов в эксплуатационных условиях.

Целью исследований является оценка влияния неодинаковости параметров гироскопа-измерителя и его физической модели на эффективность автокомпенсации.

## 3. Дрейф выходного сигнала при изменении характеристик гироскопов

Линеаризованные уравнения движения запишем в виде:

$$\begin{aligned}
I_{12}p^2\alpha_1 + b_{12}p\alpha_1 - H_1p\beta_1 - k_{01}(\beta_1 - \beta_2) &= M_{12}; \\
I_{11}p^2\beta_1 + b_{11}p\beta_1 + H_1p\alpha_1 + k_{02}(\alpha_1 - \alpha_2) &= M_{11}; \\
I_{22}p^2\alpha_2 + b_{22}p\alpha_2 + H_2p\beta_2 - k_{03}(\beta_1 - \beta_2) &= M_{22}; \\
I_{21}p^2\beta_2 + b_{21}p\beta_2 - H_2p\alpha_2 + k_{04}(\alpha_1 - \alpha_2) &= M_{21}, \quad (1)
\end{aligned}$$

где  $p \equiv \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования;  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  – углы поворота рамок гироскопов;  $M_{ij}$  ( $i=1, 2$ ;  $j=1, 2$ ) – прочие внешние моменты, действующие относительно осей гироскопов;  $k_{oi} = k_y k_{\Delta Mi}$  – коэффициенты передачи цепи обратной связи. Примем для простоты  $k_{01} = k_{03}$ ;  $k_{02} = k_{04}$ . Тогда из уравнений (1) получаем следующие выражения для вершин графа:

$$\begin{aligned}
\Delta = 1 + k_{02} \frac{1}{H_1 p} + \frac{(I_{12}p + b_{12})p}{H_1 p} \frac{(I_{11}p + b_{11})p}{H_1 p} + k_{01} \frac{1}{H_1 p} + k_{01} \frac{1}{H_2 p} + \frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} + k_{02} \frac{1}{H_2 p} - \\
-k_{02} \frac{1}{H_1 p} \frac{(I_{12}p + b_{12})p}{H_1 p} k_{01} \frac{1}{H_2 p} \times \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} - k_{02} \frac{1}{H_2 p} \frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} k_{01} \frac{1}{H_1 p} \frac{(I_{11}p + b_{11})p}{H_1 p} + k_{02} \frac{1}{H_1 p} \times \\
\times \left[ k_{01} \frac{1}{H_1 p} + k_{01} \frac{1}{H_2 p} + \frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} \right] + \frac{(I_{12}p + b_{12})p}{H_1 p} \times \frac{(I_{11}p + b_{11})p}{H_1 p} \times \\
\times \left[ k_{01} \frac{1}{H_2 p} + \frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} + k_{02} \frac{1}{H_2 p} \right] + k_{01} \frac{1}{H_1 p} \left[ \frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} + k_{02} \frac{1}{H_2 p} \right] + \\
+k_{01} \frac{1}{H_2 p} k_{02} \frac{1}{H_2 p} + k_{02} \frac{1}{H_1 p} k_{01} \frac{1}{H_1 p} \frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} + \frac{(I_{12}p + b_{12})p}{H_1 p} \frac{(I_{11}p + b_{11})p}{H_1 p} \times \\
\times k_{01} \frac{1}{H_2 p} k_{02} \frac{1}{H_2 p} = \frac{p^2}{H_1^2 H_2^2 p^4} \left\{ I_{11} I_{12} I_{21} I_{22} p^6 + \left[ I_{11} I_{12} (I_{22} b_{21} + I_{21} b_{22}) + I_{21} I_{22} (I_{12} b_{11} + I_{11} b_{12}) \right] p^5 + \right. \\
+ \left[ I_{11} I_{12} H_2^2 + I_{21} I_{22} H_1^2 + (I_{12} b_{11} + I_{11} b_{12}) \times (I_{22} b_{21} + I_{21} b_{22}) \right] p^4 + \left[ I_{11} I_{12} H_2 (k_{01} + k_{02}) + I_{21} I_{22} H_1 (k_{01} + k_{02}) + \right. \\
+ H_1^2 \times (I_{22} b_{21} + I_{21} b_{22}) + H_2^2 (I_{12} b_{11} + I_{11} b_{12}) \left. \right] p^3 + \left[ H_1^2 H_2^2 + (k_{01} + k_{02}) \times (I_{22} b_{21} + I_{21} b_{22}) H_1 + \right. \\
\left. \left. (k_{01} + k_{02}) (I_{12} b_{11} + I_{11} b_{12}) H_2 \right] p^2 + \left[ (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2^2 + (k_{01} + k_{02}) H_1^2 H_2 \right] p + k_{01} k_{02} (H_1 + H_2)^2 \right\} = \frac{p^2}{H_1^2 H_2^2 p^4} \Delta_0. \quad (3)
\end{aligned}$$

Установим передаточные функции  $W_i(p)$  принимая внешние моменты  $M_{ij}$  источниками графа (рис. 1), а сигналы  $\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$  и  $\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2)$  – его стоками.

Тогда, в соответствии с формулой Мэзона, получим:

$$\begin{aligned}
W_{\beta}^{M_{11}} &= \frac{(I_{12}p + b_{12})p \left[ (I_{22}p + b_{22})(I_{21}p + b_{21})p^2 + (2k_{01} + k_{02})H_2p + H_2^2p^2 + 2k_{01}k_{02} \right] - k_{02}(H_1p + 2k_{01})(I_{22}p + b_{22})p}{2p^2\Delta_0}; \\
W_{\beta}^{M_{22}} &= \\
&= \frac{(I_{12}p + b_{12})p \left[ (I_{11}p + b_{11})p(H_2p + k_{02}) + k_{02}(I_{21}p + b_{21})p \right] + k_{01}k_{02} \times (H_1p + 2H_2p) + (H_1p + k_{01})(H_2p + k_{02})H_1p + (k_{01} + k_{02})H_1H_2p^2}{2p^2\Delta_0}; \\
W_{\beta}^{M_{12}} &= \\
&= \frac{(I_{22}p + b_{22})p \left[ (I_{21}p + b_{21})p(H_1p + k_{02}) + k_{02}(I_{11}p + b_{11})p \right] + k_{01}k_{02} (2H_1p + H_2p) + (H_1p + k_{02})(H_2p + k_{01})H_2p + (k_{01} + k_{02})H_1H_2p^2}{2p^2\Delta_0}; \\
W_{\beta}^{M_{21}} &= \frac{(I_{22}p + b_{22})p \left[ (I_{12}p + b_{12})(I_{11}p + b_{11})p^2 + (2k_{01} + k_{02})H_1p + H_1^2p^2 + 2k_{01}k_{02} \right] - k_{02}(H_2p + 2k_{01})(I_{12}p + b_{12})p}{2p^2\Delta_0};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \frac{(I_{12}p + b_{12})p}{H_1 p} \alpha_1 - \frac{k_{01}(\beta_1 - \beta_2)}{H_1 p} - \frac{1}{H_1 p} M_{12}; \\
\alpha_1 &= -\frac{(I_{11}p + b_{11})p}{H_1 p} \beta_1 - \frac{k_{02}(\alpha_1 - \alpha_2)}{H_1 p} + \frac{1}{H_1 p} M_{11}; \\
\beta_2 &= -\frac{(I_{22}p + b_{22})p}{H_2 p} \alpha_2 + \frac{k_{01}(\beta_1 - \beta_2)}{H_2 p} + \frac{1}{H_2 p} M_{22}; \\
\alpha_2 &= \frac{(I_{21}p + b_{21})p}{H_2 p} \beta_2 + \frac{k_{02}(\alpha_1 - \alpha_2)}{H_2 p} - \frac{1}{H_2 p} M_{21}. \quad (2)
\end{aligned}$$

В соответствии с полученными соотношениями, строим граф (рис. 1). Считаем при этом сигналы  $\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2)$  и  $\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$  – стоками графа. Тогда определитель  $\Delta$  имеет вид:

$$\begin{aligned}
 W_{\alpha}^{M_{11}} &= \\
 &= \frac{(I_{11}p + b_{11})p[(I_{22}p + b_{22})p(H_1p + k_{01}) + k_{01}(I_{12}p + b_{12})p] + k_{01}k_{02}(2H_1p + H_2p) + (H_1p + k_{01})(H_2p + k_{02})H_2p + (k_{01} + k_{02})H_1H_2p^2}{2p^2\Delta_0}; \\
 W_{\alpha}^{M_{21}} &= \\
 &= -\frac{(I_{11}p + b_{11})p[(I_{12}p + b_{12})p(H_2p + k_{01}) + k_{01}(I_{22}p + b_{22})p] + k_{01}k_{02}(H_1p + 2H_2p) + (H_1p + k_{02})(H_2p + k_{01})H_1p + (k_{01} + k_{02})H_1H_2p^2}{2p^2\Delta_0}; \\
 W_{\alpha}^{M_{12}} &= \frac{(I_{11}p + b_{11})p[(I_{22}p + b_{22})(I_{21}p + b_{21})p^2 + (k_{01} + 2k_{02})H_2p + H_2^2p^2 + 2k_{01}k_{02}] - k_{01}(H_1p + 2k_{02})(I_{21}p + b_{21})p}{2p^2\Delta_0}; \\
 W_{\alpha}^{M_{22}} &= \frac{(I_{12}p + b_{12})(I_{11}p + b_{11})p^2 + (k_{01} + 2k_{02})H_1p + H_1^2p^2 + 2k_{01}k_{02}] - k_{01}(H_2p + 2k_{01})(I_{11}p + b_{11})p}{2p^2\Delta_0}; \quad (4)
 \end{aligned}$$

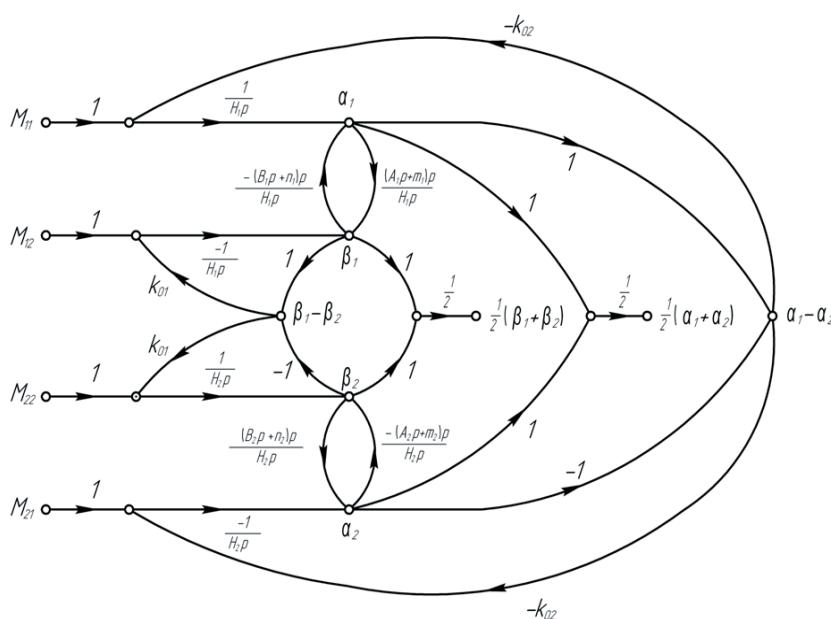


Рис. 1. Влияние нестабильности значений параметров гироскопов.  
Направленный граф

Согласно топологическому закону передачи, выражения для выходных сигналов прибора принимают вид:

$$\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) = W_{\beta}^{M_{11}}M_{11} + W_{\beta}^{M_{12}}M_{12} + W_{\beta}^{M_{21}}M_{21} + W_{\beta}^{M_{22}}M_{22};$$

С учетом этого, для случая прецессионного движения гироскопов ( $I_{ii} = I_{2i} = 0$ ) и одинаковых величин моментов ( $M_{12} = M_{22} = M_{02}$ ;  $M_{11} = M_{21} = M_{01}$ ), действующих вокруг одноименных осей гироскопов, выражения (5) дают формулы для определения погрешностей прибора от неодинаковости параметров гироскопов:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) \left\{ 2 \left[ H_1^2 H_2^2 p^2 + (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2 (H_1 + H_2) p + k_{01} k_{02} (H_1 + H_2)^2 \right] p^2 \right\} = \\
 &= \left\{ b_{12} p [b_{21} b_{22} p^2 + (2k_{01} + k_{02}) H_2 p + H_2^2 p^2 + 2k_{01} k_{02}] - k_{02} b_{22} p (H_1 p + 2k_{01}) \right\} M_{01} - \\
 &- \left\{ b_{22} p [b_{21} (H_1 p + k_{02}) + k_{02} b_{11} p] + k_{01} k_{02} (2H_1 p + H_2 p) + H_2 p \times \right. \\
 &\times (H_1 p + k_{02}) (H_2 p + k_{01}) + (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2 p^2 \Big\} M_{02} + \\
 &+ \left\{ b_{12} p [b_{11} (H_2 p + k_{02}) + k_{02} b_{21} p] + k_{01} k_{02} (H_1 p + 2H_2 p) + H_1 p \times \right. \\
 &\times (H_2 p + k_{02}) (H_1 p + k_{01}) + (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2 p^2 \Big\} M_{02} + \\
 &+ \left\{ b_{22} p [b_{11} b_{12} p^2 + (2k_{01} + k_{02}) H_1 p + H_1^2 p^2 + 2k_{01} k_{02}] - k_{02} b_{12} p (H_2 p + 2k_{01}) \right\} M_{01};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) &= W_{\alpha}^{M_{11}}M_{11} + \\
 &+ W_{\alpha}^{M_{12}}M_{12} + W_{\alpha}^{M_{21}}M_{21} + W_{\alpha}^{M_{22}}M_{22} \quad . \quad (5)
 \end{aligned}$$

Учтем теперь влияние неодинаковости значений параметров гироскопов на эффект подавления влияния внешних помех. Для этого следует принять, например, условия:

$$\begin{aligned}
 I_{11} &= I_{21} + \Delta I_1 = I; \quad I_{12} = I_{22} + \Delta I_2 = I_2; \\
 b_{11} &= b_{21} + \Delta b_1 = b_1 \quad b_{12} = b_{22} + \Delta b_2 = b_2; \\
 |H_1| &= |H_2 + \Delta H| = |H|; \\
 \frac{\Delta I_2}{I_2}, \frac{\Delta I_1}{I_1}, \frac{\Delta b_1}{b_1}, \frac{\Delta b_2}{b_2}, \frac{\Delta H}{H} &<< 1; \quad (6)
 \end{aligned}$$

С учетом этого, для случая прецессионного движения гироскопов ( $I_{ii} = I_{2i} = 0$ ) и одинаковых величин моментов ( $M_{12} = M_{22} = M_{02}$ ;  $M_{11} = M_{21} = M_{01}$ ), действующих вокруг одноименных осей гироскопов, выражения (5) дают формулы для определения погрешностей прибора от неодинаковости параметров гироскопов:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \left\{ 2 \left[ H_1^2 H_2^2 p^2 + (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2 (H_1 + H_2) p + k_{01} k_{02} (H_1 + H_2)^2 \right] p^2 \right\} = \\
 & = \left\{ b_{21} p \left[ b_{22} (H_1 p + k_{01}) + k_{01} b_{12} p \right] + k_{01} k_{02} (2H_1 p + H_2 p) + H_2 p \times \right. \\
 & \times (H_1 p + k_{01}) (H_2 p + k_{02}) + (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2 p \} M_{01} - \\
 & \{ b_{11} p \left[ b_{12} (H_2 p + k_{01}) + k_{01} b_{22} p \right] + k_{01} k_{02} (H_1 p + 2H_2 p) + H_1 p \times \\
 & \times (H_1 p + k_{02}) (H_2 p + k_{01}) + (k_{01} + k_{02}) H_1 H_2 p^2 \} M_{01} + \\
 & + \left\{ b_{11} p \left[ b_{21} b_{22} p^2 + (k_{01} + 2k_{02}) H_2 p + H_2^2 p^2 + 2k_{01} k_{02} \right] - k_{01} b_{21} (H_1 p + 2k_{02}) p \right\} M_{02} + \\
 & + \left\{ b_{21} p \left[ b_{11} b_{12} p^2 + (k_{01} + 2k_{02}) H_1 p + H_1^2 p^2 + 2k_{01} k_{02} \right] - k_{01} b_{11} (H_2 p + 2k_{02}) p \right\} M_{02}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

При удержании лишь членов с приращениями параметров в первой степени выражения (7), с учетом (6), позволяют определить погрешности прибора:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{1}{2H^4 p^3} \left\{ \left\{ \Delta H \left[ (3H^2 - b_1 b_2) p^2 + 2k_{01} (H p + k_{02}) - 2k_{01} k_{02} \right] + \right. \right. \\
 & + \Delta b_1 b_2 (H p^2 + k_{01} p) + \Delta b_2 b_1 H p^2 \} M_{01} + \left[ \Delta H 2 b_1 (H p^2 - k_{02} p) + \Delta b_1 (2 b_1 b_2 p^2 + \right. \\
 & \left. \left. + 2k_{02} H p + H^2 p^2) + \Delta b_2 b_1^2 p^2 \right] M_{02} \right\}; \\
 & \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) = \frac{1}{2H^4 p^3} \left\{ \left\{ \Delta H \left[ (3H^2 - b_1 b_2) p^2 + 2k_{02} (H p + k_{01}) - 2k_{01} k_{02} \right] + \right. \right. \\
 & + \Delta b_1 b_2 H p^2 + \Delta b_2 b_1 (H p^2 + k_{01} p) \} M_{01} + \left[ \Delta H 2 b_2 (H p^2 - k_{01} p) + \Delta b_1 b_2^2 p^2 + \right. \\
 & \left. \left. + \Delta b_2 (2 b_1 b_2 p^2 + 2k_{01} H p + H^2 p^2) \right] M_{02} \right\}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

### 3. Выводы

Из формул (8) видно, что систематический уход свободного гироскопа с двухканальной автокомпенсацией влияния внешних помех отсутствует. Таким образом, избирательное проявление внешних механических возмущений вследствие неодинаковости параметров гироскопов не наблюдается.

Выражения (8) позволяют оценивать степень влияния «разброса» значений параметров на погрешность построения ориентирных направлений. Здесь не проводится более глубокий анализ механизма этого влияния, так как ставилась задача принципиального установления этого факта.

Вместе с тем, дальнейшее, более глубокое изучение возможно введением заданных структурных изменений параметров, в том числе, с гистерезисными проявлениями.

### Литература

- Одинцов А.А. Метод автокомпенсации влияния внешних помех, действующих на гироскопы и маятниковые акселерометры [Текст]: Автоматика и приборостроение: Сб. научн. работ. КПИ – Киев, Техника, 1973. – С. 87-94.
- Автокомпенсация инструментальных погрешностей гиросистем [Текст]: моногр. / С.М. Зельдович, М.И. Малтинский, И.М. Окон и др. – Л.: Судостроение, 1976. – 255с.
- Данилин В.П. Гирокомпенсаторные приборы: уч. пособие [Текст]:/ В.П. Данилин. – М.: Высш. шк., 1965. -539с.
- Совещание по теории инвариантности [Текст]: сб. науч. тр. – Киев, 1969.