

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ АМПЛИТУДОЙ КОНТЕЙНЕРА И ЕГО ДЛИНОЙ

**М. А. Калмыков**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра «Компьютерные системы и сети»\*

**А. В. Романченко**

Старший преподаватель  
Кафедра «Технология машиностроения и инженерный  
консалтинг»\*

Контактный тел.: 099-038-24-79, (0642) 55-25-08

E-mail: romanchenkoav@mail.ru

\*Восточнoукраинский национальный университет  
им. Владимира Даля  
кв. Молодежный, 20А, г. Луганск, 91034

*Встановлено функціональну залежність між амплітудою коливань контейнера і його довжиною, що дозволяє обґрунтовано визначити необхідну кількість і місце установки вібробудників по довжині контейнера*

*Ключові слова: контейнер, амплітуда, вібробудник, коливання, коефіцієнт загасання*

*Установлена функціональна залежність між амплітудою коливань контейнера і його довжиною, позволяющая обоснованно определять необходимое количество и место установки вибровозбудителей по длине контейнера*

*Ключевые слова: контейнер, амплитуда, вибровозбудитель, колебания, коэффициент затухания*

*Functional dependence between amplitude of vibrations of container and his length is set, allowing grounded to determine the necessary amount and place of setting of vibroexciters on length of container*

*Keywords: container, amplitude, vibroexciter, vibrations, fading coefficient*

## 1. Введение

Среди высокопроизводительных методов, осуществляющих отделочные операции, особое место занимает вибрационная обработка, которая характеризуется обеспечением высокого качества обработанных поверхностей и широкой универсальностью вибрационного станка. Однако применение вибрационной обработки ограничено для длинномерных деталей, что связано со сложностью обеспечения стабильного циркуляционного движения рабочей среды по длине контейнера, а именно наличие такого движения является необходимым условием эффективной обработки этих деталей.

## 2. Постановка проблемы

Вибрационные станки с традиционной схемой загрузки деталей «в навал», предназначенные для одновременной обработки длинномерных деталей, требуют соответственно и длинномерного контейнера. Одному вибровозбудителю достаточно сложно сообщить такому контейнеру одинаковые колебательные движения требуемой амплитуды по всей его длине, поэтому рационально применять несколько вибровозбудителей меньшей мощности.

Результаты исследований по определению места расположения и числа вибровозбудителей [1], показали, что при длинномерном контейнере возникает проблема рационального размещения вибровозбудителей по длине контейнера и установления их числа (рис. 1).

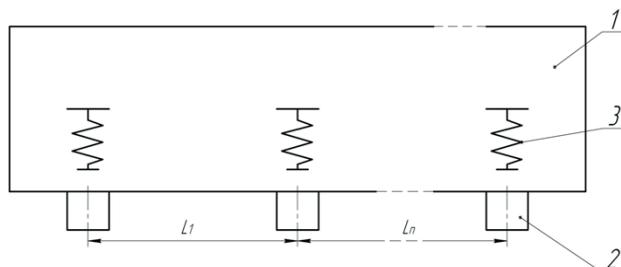


Рис. 1. Распределение вибровозбудителей по длине контейнера: 1 — контейнер; 2 — вибровозбудители; 3 — пружинная опора контейнера

Иными словами при заданных параметрах вибровозбудителей необходимо найти величину  $L_n$ , при которой имеет место требуемый режим работы контейнера.

## 3. Определение функциональной зависимости между амплитудой колебаний контейнера и его длиной

Общие вибрационные параметры контейнера определяются путем математического моделирования контейнера как динамическая колебательная система.

Контейнер представляет собой слабодемпфированную механическую динамическую колебательную систему, которая приводится в движение вибрационным механизмом, который включает вращающуюся эксцентрическую массу.

Для упрощения теоретических расчетов динамическая модель контейнера принимается условно как массивное твердое тело [2], которое совершает плоское колебательное движение (рис. 2).

При плоском движении имеются три степени свободы: по осям  $x$  и  $y$ , а также угловое колебание с координатой угла  $\varphi$ . Проекция сил нагрузки на контейнер со стороны вибрационного механизма имеют вид.

$$R_x = m_b \epsilon \omega^2 \cos \omega t ; R_y = m_b \epsilon \omega^2 \sin \omega t , \tag{1}$$

где  $m_b$  – эксцентрическая масса вибрационного механизма;

$\epsilon$  – эксцентриситет массы относительно оси вращения;

$\omega$  – угловая скорость вращения вала вибрационного механизма.

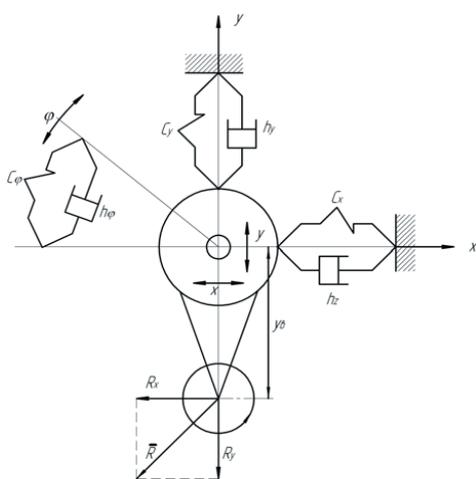


Рис. 2. Динамическая модель контейнера в виде твердого тела, совершающего колебательное движение

Крутящий момент, который действует на контейнер со стороны вибрационного механизма равен

$$M = R_x y_b ,$$

где  $y_b$  – плечо действия горизонтальной проекции силы на контейнер.

Колебания контейнера в направлении оси  $x$  описываются дифференциальным уравнением [2]

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h_x \frac{dx}{dt} + c_x x = R_x , \tag{2}$$

где  $m$  – масса контейнера;  
 $h_x$  – коэффициент сопротивления по оси  $x$ ;  
 $c_x$  – жесткость пружин в направлении  $x$ .  
 Решением (2) есть функция [2]

$$x = \epsilon \frac{m_b}{m} \frac{\sin \left( \omega t - \arctg \frac{m \omega^2 - c_x}{h_x \omega} \right)}{\sqrt{\left( \frac{c_x}{m \omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{h_x^2}{\omega^2 m^2}}} . \tag{3}$$

Зависимость координаты  $y$  от времени имеет вид

$$y = \epsilon \frac{m_b}{m} \frac{\sin \left( \omega t - \arctg \frac{m \omega^2 - c_y}{h_y \omega} \right)}{\sqrt{\left( \frac{c_y}{m \omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{h_y^2}{\omega^2 m^2}}} . \tag{4}$$

Для  $\varphi(t)$

$$\varphi = \epsilon y_b \frac{m_b}{m} \frac{\sin \left( \omega t - \arctg \frac{m \omega^2 - c_\varphi}{h_\varphi \omega} \right)}{\sqrt{\left( \frac{c_\varphi}{m \omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{h_\varphi^2}{\omega^2 m^2}}} . \tag{5}$$

Амплитудами соответствующих колебаний являются

$$\begin{aligned} X_m &= \epsilon \frac{m_b}{m} \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{c_x}{m \omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{h_x^2}{\omega^2 m^2}}} ; \\ Y_m &= \epsilon \frac{m_b}{m} \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{c_y}{m \omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{h_y^2}{\omega^2 m^2}}} ; \\ \Phi_m &= \epsilon y_b \frac{m_b}{m} \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{c_\varphi}{m \omega^2} - 1 \right)^2 + \frac{h_\varphi^2}{\omega^2 m^2}}} . \end{aligned} \tag{6}$$

Формулы (6) позволяют найти векторное поле ускорений в рабочей среде в сечении контейнера, в котором размещен вибровозбудитель. При удалении от вибровозбудителя величины  $X_m, Y_m, \Phi_m$  уменьшаются. Характер уменьшения величин зависит от линейных размеров сечения и от расстояния между вибровозбудителем и точкой наблюдения  $z$ . Теоретический расчет этих зависимостей весьма сложен, т.к. выполняется путем численного решения уравнения Лапласа в трехмерном пространстве [3]. Результаты расчета могут быть использованы только для одного контейнера, поэтому предлагается применить метод планирования эксперимента [4].

Для натурального эксперимента выбираются три контейнера одинаковой длины  $l=1,8$  м с различными сечениями  $a_1=0,3$  м,  $b_1=0,45$  м и  $m_1=50$  кг;  $a_2=0,6$  м,  $b_2=0,85$  м и  $m_2=600$  кг;  $a_3=0,9$  м,  $b_3=1,45$  м и  $m_3=1100$  кг. Масса дебаланса выбиралась такой, чтобы амплитуда колебаний контейнера в сечении расположения вибровозбудителя была одинаковой для всех вибростанков. Производились замеры амплитуды трех контейнеров по их длине.

Предварительно путем натурального эксперимента измеряются значения  $X_m$  и  $Y_m$  по всей длине контейнера с шагом 0,1 м. Для этой цели используются магнитные датчики, принцип действия которых и конструкция описывается в последующих разделах. Магнитные датчики позволяют измерять перемещения контейнера в пространстве с погрешностью 3%. Диапазон измерения перемещений контейнера составляет 7 мм. Конструкции датчиков для измерения перемещений по координатам  $x$  и  $y$  идентичны. Измеряется амплитуда перемещений контейнера как информационный

параметр. Перемещение датчика по корпусу контейнера весьма просто: перемещается постоянный магнит, который притягивается к поверхности корпуса контейнера. Принцип действия датчика показан на рис. 3.

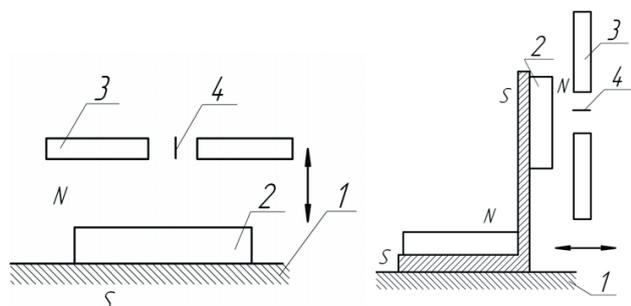


Рис. 3. Упрощенная конструкция датчика амплитуды колебаний: 1 – корпус контейнера; 2 – постоянный магнит; 3 – магнитопровод концентратора магнитного поля; 4 – преобразователь Холла

В качестве магниточувствительных элементов используется преобразователь Холла ПХЭТ6011 размерами 0,5x0,5x0,35 мм с чувствительностью 300 мкВ/мТл. Геометрические параметры магнитной системы датчика выбраны так, что в диапазоне 0-7 мм статическая характеристика датчика имеет линейную зависимость.

Пусть амплитуда X и Y колебаний вдоль контейнера изменяется следующим образом

$$X_m(z) = X_{m0} e^{-k_x z}; Y_m(z) = Y_{m0} e^{-k_y z}.$$

При малых значениях z функции X<sub>m</sub>(z), Y<sub>m</sub>(z) можно разложить в ряд и ограничиться двумя членами ряда

$$X_m(z) = X_{m0} - k_x z; Y_m(z) = Y_{m0} - k_y z.$$

Величины коэффициентов затухания k<sub>x</sub> и k<sub>y</sub> определяются следующим образом. На расстоянии z=0,5 измеряются амплитуды колебаний

$$X_m(0,5l) = X_{m0} - k_x \cdot 0,5l; Y_m(0,5l) = Y_{m0} - k_y \cdot 0,5l.$$

$$k_x = \frac{X_{m0} - X_m(0,5l)}{0,5l}; k_y = \frac{Y_{m0} - Y_m(0,5l)}{0,5l}.$$

Например, X<sub>m0</sub>=6 мм; X<sub>m</sub>(0,5l)=4,5 мм; l=1,8 м

$$k_x = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{0,9} = 1,67 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом полагается, что амплитуды колебаний по двум координатам представляются следующим образом

$$X'_{mE} = X_{m0} - k_x z; Y_{mE} = Y_{m0} - k_y z, \tag{7}$$

т.е. амплитуда колебаний по длине контейнера уменьшается.

Величина коэффициентов k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub> зависит от линейных размеров поперечного сечения контейнера и от его массы. Эта зависимость устанавливается экспериментальным путем с помощью планирования эксперимента

$$k_x = k_x(a, b, m); k_y = k_y(a, b, m), \tag{8}$$

где a, b – ширина и высота контейнера; m – масса контейнера на единицу длины.

Априорная информация указывает на то, что зависимость функций k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub> от параметров a, b, m носит нелинейный характер и что их действие носит одностороннюю направленность [4]. Поэтому в дальнейшем используется план второго порядка. Кодированные значения x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub> рассчитываются по следующим формулам:

$$x_1 = \frac{a - a_{ном}}{\Delta a}; x_2 = \frac{b - b_{ном}}{\Delta b}; x_3 = \frac{m - m_{ном}}{\Delta m}, \tag{9}$$

где a<sub>ном</sub>, b<sub>ном</sub>, m<sub>ном</sub> – основной уровень величин a, b, m;

Δa, Δb, Δm – интервал варьирования a, b, m.

В табл. 1 приведены величины факторов и их варьирование.

Таблица 1

Таблица факторов

Факторы	a, м	b, м	m, кг
Основной уровень	0,6	0,85	600
Интервал варьирования	0,3	0,4	500
Верхний уровень	0,9	1,25	1100
Нижний уровень	0,3	0,45	50
Кодированное значение факторов	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>

Реализация матрицы центрального композиционного планирования позволяет построить модель, содержащую преобразованные квадратичные члены

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{i=1}^m b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m b_{ii} (x_i^2 - \bar{x}_i^2), \tag{10}$$

где m – число факторов;

$\bar{x} = x_i^2 - \frac{2}{3}$  - преобразованные квадратичные члены.

В силу ортогональности планирования все коэффициенты уравнения регрессии определяются независимо друг от друга по следующим формулам

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} y_u}{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2}, \tag{11}$$

где x<sub>iu</sub>, y<sub>u</sub> – соответственно значение фактора x<sub>i</sub> и функции y в u-опыте.

Формулы для коэффициентов регрессии можно записать в таком виде

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^N x_{0u} y_u}{\sum_{u=1}^N x_{0u}^2} = \frac{\sum_{u=1}^N y_u}{N}, b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} y_u}{\sum_{u=1}^N (x_{iu} - \bar{x}_{iu})^2},$$

$$b_{ii} = \frac{\sum_{u=1}^N x'_{iu} y'_u}{\sum_{u=1}^N (x'_{iu})^2}. \tag{12}$$

Чтобы перейти от уравнения (10) к обычной записи уравнения регрессии выполняется следующее

$$\hat{y} = b'_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{i=1}^m b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m b_{ii} x_i^2, \quad (13)$$

где

$$b'_0 = b_0 - \sum_{i=1}^m b_{ij} \bar{x}_i^2 = b_0 - \frac{2}{3}(b_{11} + b_{22} + b_{33}). \quad (14)$$

Для расчета линейных коэффициентов регрессии составляется матрица планирования трехфакторного эксперимента (табл. 2).

В качестве композиционного плана матрицы планирования применяется Вох-Венкен план [5] (рис. 4).

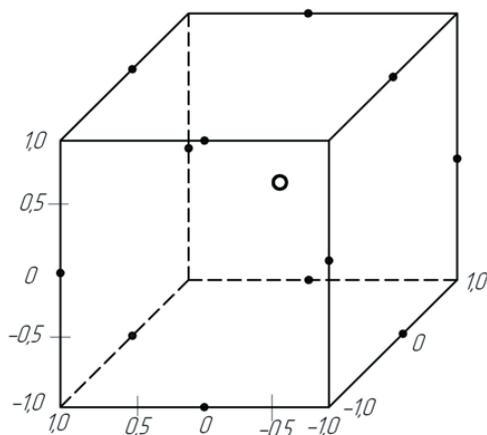


Рис. 4. Графическая модель Вох-Венкен плана

Преимущество этого композиционного плана перед другими центральными планами, которые соответствуют квадратичной модели, заключается в том, что для его реализации требуется только три уровня каждого фактора.

Вох-Венкен план является ротатабельным, что обеспечивает одинаковую точность прогнозируемых величин  $k_x$  и  $k_y$  во всех направлениях на одинаковых расстояниях от центра плана.

Ортогонализация матрицы планирования осуществляется преобразованием квадратичных членов

$$x_i'^2 = x_i^2 - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}^2. \quad (15)$$

Тогда с учетом (15) полином (13) запишется так

$$C = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} \left( x_i^2 - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}^2 \right). \quad (16)$$

Коэффициенты аппроксимирующего полинома  $b_i$  находятся путем решения системы линейных алгебраических уравнений, заданной в матричной форме.

Таблица 2

Расчетная таблица и результаты опытов для эксперимента

Опыт	x <sub>0</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>2</sub>	x <sub>1</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>2</sub> x <sub>3</sub>	x <sub>1</sub> <sup>2</sup>	x <sub>2</sub> <sup>2</sup>	x <sub>3</sub> <sup>2</sup>	k <sub>y</sub> ×10 <sup>-3</sup>	k <sub>x</sub> ×10 <sup>-3</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	-1	-1	0	1	0	0	7/15	7/15	-8/15	0,56	0,42
2	1	-1	1	0	-1	0	0	7/15	7/15	-8/15	1,8	1,12
3	1	1	-1	0	-1	0	0	7/15	7/15	-8/15	0,93	0,7
4	1	1	1	0	1	0	0	7/15	7/15	-8/15	2,8	1,45
5	1	-1	0	-1	0	1	0	7/15	-8/15	7/15	2,2	1,1
6	1	-1	0	1	0	-1	0	7/15	-8/15	7/15	0,9	0,4
7	1	1	0	-1	0	-1	0	7/15	-8/15	7/15	1,6	0,8
8	1	1	0	1	0	1	0	7/15	-8/15	7/15	1,8	0,61
9	1	0	-1	-1	0	0	1	-8/15	7/15	7/15	1,1	0,82
10	1	0	-1	1	0	0	-1	-8/15	7/15	7/15	0,4	0,1
11	1	0	1	-1	0	0	-1	-8/15	7/15	7/15	1,3	0,42
12	1	0	1	1	0	0	1	-8/15	7/15	7/15	2,4	0,9
13	1	0	0	0	0	0	0	-8/15	-8/15	-8/15	1,6	1,1
14	1	0	0	0	0	0	0	-8/15	-8/15	-8/15	1,4	0,6
15	1	0	0	0	0	0	0	-8/15	-8/15	-8/15	1,2	0,3

В результате получается аппроксимирующие полиномы

$$k_x = 6,67 \cdot 10^{-3} - 0,52 \cdot 10^{-3} x_1 - 0,128 \cdot 10^{-3} x_2 - 0,17 \cdot 10^{-3} x_3 + 0,24 \cdot 10^{-3} x_1 x_2 - 0,31 \cdot 10^{-3} x_1 x_3 - 0,119 \cdot 10^{-3} x_2 x_3 - 0,68 \cdot 10^{-3} x_1^2 - 0,53 \cdot 10^{-3} x_2^2 - 0,49 \cdot 10^{-3} x_3^2 \quad (17)$$

$$k_y = 7,24 \cdot 10^{-3} - 0,44 \cdot 10^{-3} x_1 - 0,154 \cdot 10^{-3} x_2 - 0,286 \cdot 10^{-3} x_3 - 0,38 \cdot 10^{-3} x_1 x_2 - 0,24 \cdot 10^{-3} x_1 x_3 - 0,55 \cdot 10^{-3} x_2 x_3 - 0,22 \cdot 10^{-3} x_1^2 - 0,45 \cdot 10^{-3} x_2^2 - 0,36 \cdot 10^{-3} x_3^2 \quad (18)$$

Переход в аналитическим функциям  $k_x = k_x(a,b,m)$ ,  $k_y = k_y(a,b,m)$  осуществляется с помощью преобразования кодированного значения факторов в натуральные значения по формуле

$$x_o = \frac{\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j0}}{I_j}, \quad \tilde{x}_j = \tilde{x}_{j0} x_j I_j, \quad (19)$$

где  $x_j$  – кодированное значение фактора;  
 $\tilde{x}_j$  – натуральное значение фактора;  
 $\tilde{x}_{j0}$  – натуральное значение основного уровня;  
 $I_j$  – интервал варьирования;  
 $j$  – номер фактора.

На рис. 5 показаны графики зависимости амплитуд  $X_m, Y_m$  от координаты  $z$ .

Расхождение между расчетными данными и данными, полученными в результате натурного эксперимента, не превышает 11%.

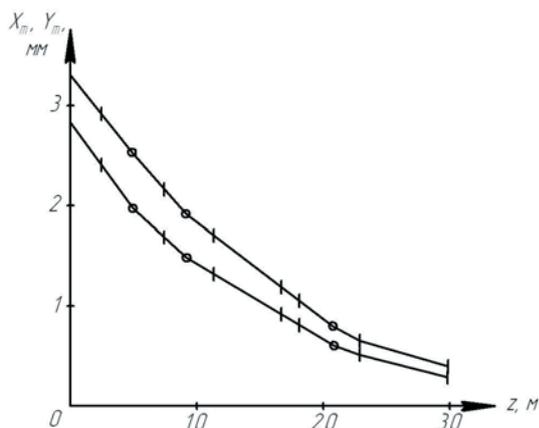


Рис. 5. Зависимость амплитуд от координаты  $z$ :  $a = 0,68$  м;  $b = 0,96$  м;  $m = 720$  кг

#### 4. Выводы

Получены аналитические зависимости вертикальной и горизонтальной составляющих амплитуд ко-

лебаний контейнера от его длины, которые дают возможность обоснованно определять место установки вибровозбудителей по длине контейнера.

#### Литература

1. Обробка у вільних абразивах: монографія / О.В. Бранспіз, М.О. Калмиков, С.М. Ясунік та ін.; під редакцією Л.М. Лубенської. – Луганськ; Вид-во «Ноулідж», 2010. – 319 с.
2. Струтинский В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки / В.Б. Струтинський. – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 612 с.
3. Смелянский В.М. Механика упрочнения поверхностного слоя деталей и машин в технологических процессах ППД / В.М. Смелянский. – М.: Машмир, 1992. – 60 с.
4. Барабашук В.И. Планирование эксперимента в технике / В.И. Барабашук. – К.: Техніка, 1984. – 200 с.
5. Сытник В.Ф. Основы научных исследований / В.Ф. Сытник. – К.: Вища школа, 1988. – 279 с.

УДК 519.2,621.002,658.62

## КОНТРОЛЬНАЯ КАРТА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ КВАЛИТЕТОВ ТОЧНОСТИ

**Н. Ю. Ламнаур**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра экономики предпринимательской и образовательной деятельности  
Украинская инженерно-педагогическая академия  
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина, 61003  
Контактный тел.: (0572) 62-22-50, 067-305-94-39  
E-mail: lamnaouernatali@mail.ru

*В роботі знайдено числові характеристики розподілу випадкової величини розмірів, найбільш віддалених від номінального значення. Запропоновано одинарну контрольну карту*

*Ключові слова: точність, контрольна карта*

*В работе найдены числовые характеристики распределения случайной величины размеров, наиболее удалённых от номинального значения. Предложена одинарная контрольная карта*

*Ключевые слова: точность, контрольная карта*

*We find numerical characteristics of distribution of random variable sizes, most distant from the nominal value. The proposed single control card*

*Key words: accuracy, control card*

#### Введение

Для различных качественностей точности изготовления изделий в машиностроении применяются три закона распределения величин размеров, симметричных относительно своего математического ожидания: равномерный и нормальный законы, рас-

пределение Симпсона [1]. Индикатором качества изделий по точности изготовления есть то значение размера изделий, которое наиболее удалено от заданного размера. Поэтому, определяя законы распределения наиболее удалённых размеров от номинального значения для этих законов распределений, можно оценивать процесс изготовления изделий и